Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму

Контрольные вопросы

1. Что такое мнемоника и мнемотехника? Для чего она применяется в тригонометрии?
2. Выпишите тригонометрические функции алгебраической суммы двух аргументов (формулы сложения).
3. Запишите мнемоническое правило запоминания формул сложения
4. Разберите и запишите в тетрадь решения примеров 1,2,3.
5. Выпишите формулы преобразования тригонометрических функций в алгебраическую сумму.
6. Разберите и запишите в тетрадь решение примера 4.
7. Выпишите формулы преобразования алгебраической суммы тригонометрических функций в произведение.
8. Разберите и запишите в тетрадь решения примеров 5,6.

Как вы , наверное, успели заметить: тригонометрия сложна обилием формул, которые трудно запомнить.

Быстрее запоминать тригонометрические понятия и формулы могут помочь **мнемонические правила.**

Мнемо́ника (др.-греч. μνημονικόν *искусство запоминания*), **мнемоте́хника** совокупность специальных приёмов и способов, облегчающих запоминание нужной информации и увеличивающих объём памятиобъём памяти путём образования ассоциаций (связей).

Тригонометрические функции алгебраической суммы двух аргументов (формулы сложения)

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

Мнемоническое правило запоминания формул сложения

Формулы сложения – это та, группа формул которую нужно знать наизусть. Но для их запоминания можно тоже воспользоваться ассоциативным приемом. У **косинуса** функции **одноименные**:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$
$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$$

а у синуса **разноименные:**

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$$

Не все в нашей жизни бывает «гладко» за белой полосой идет черная, и наоборот. Так и у наших функций, если функции идут одноименные, то знаки не совпадают, а если разноименные, то совпадают.

Пример 1

Вычислить: $\sin 20^0 \, cos 40^0 + \cos 20^0 \sin 40^0$

Решение:

$$\sin 20^0 \, cos 40^0 + \cos 20^0 \sin 40^0 = \sin\left(20^0 + 40^0\right) = \sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Пример 2

Вычислить: $\cos 47^0 \mathit{cos} 17^0 + \sin 47^0 \sin 17^0$

Решение:

$$\cos 47^0 \mathit{cos} 17^0 + \sin 47^0 \sin 17^0 = \cos\left(47^0 - 17^0\right) = \cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Пример 3

Упростить: $$\frac{tg\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-tg\alpha}{1+tg\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)tg\alpha}$$

Решение:

$$\frac{tg\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-tg\alpha}{1+tg\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)tg\alpha}=tg\left(\frac{\pi}{4}+\alpha-\alpha\right)=tg\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$$

Формулы преобразования тригонометрических функций в алгебраическую сумму

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left(\sin\left(\alpha+\beta\right)+\sin\left(\alpha-\beta\right)\right)$$

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\alpha+\beta\right)+\cos\left(\alpha-\beta\right)\right)$$

$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\alpha-\beta\right)-\cos\left(\alpha+\beta\right)\right)$$

Пример 4

Преобразовать в алгебраическую сумму:

$$\sin 5x \sin 3x$$

Решение:

$$\sin 5x \sin 3x = \frac{1}{2}\left(\cos(5x-3x)-\cos(5x+3x)\right) = \frac{1}{2}\cos 2x - \frac{1}{2}\cos 8x$$

суммы тригонометрических функций в произведение

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\beta-\alpha}{2}$$

$$tg\alpha + tg\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta} \qquad tg\alpha - tg\beta = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

Пример 5

Преобразовать в произведение: $\sin 40^0 + \sin 20^0$

Решение:

$$\sin 40^0 + \sin 20^0 = 2\sin\frac{40^0 + 20^0}{2}\cos\frac{40^0 - 20^0}{2} =$$

$$= 2\sin 30^0 \cos 10^0 = 2\cdot\frac{1}{2}\cos 10^0 = \cos 10^0$$

Пример 6

Преобразовать в произведение: $cos\frac{\pi}{5} - \cos\frac{7\pi}{10}$

Решение:

$$cos\frac{\pi}{5} - \cos\frac{7\pi}{10} = 2\sin\frac{9\pi}{20}\sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}\sin\frac{9\pi}{20}$$