

**ТЕМА:**  
Преобразование  
графиков  
тригонометрических  
функций  
и их свойства

Учитель МОУ  
ГСОШ

Митряшина Е.И.

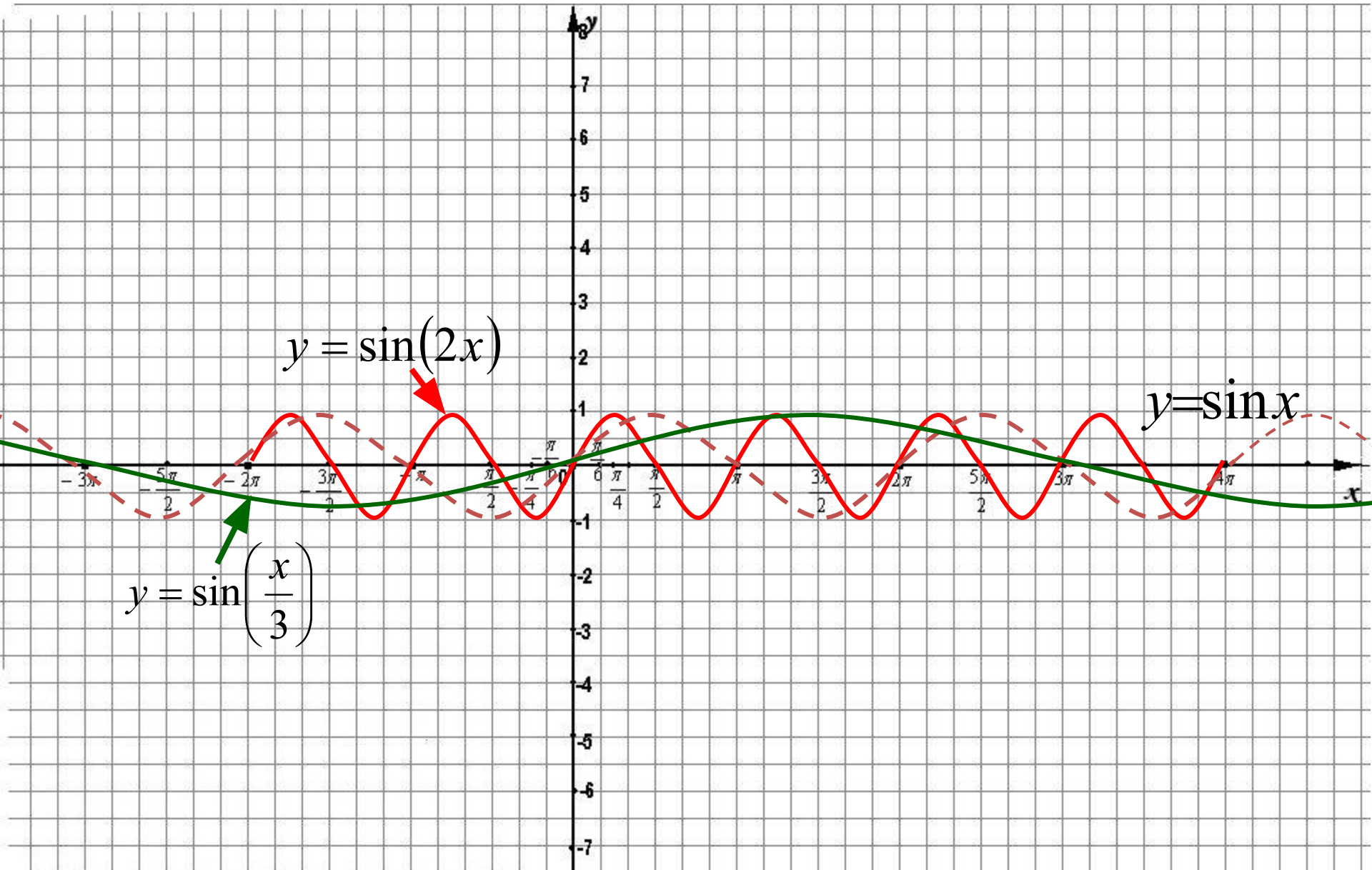
# Характеристика преобразований графиков функций $y=mf(x)$ , $y=f(kx)$ из графика функции $y=f(x)$

1. Если известен график функции  $y=f(x)$ , то график функции  $y=f(kx)$  строится посредством сжатия по оси  $Ox$  исходного графика пропорционально коэффициенту  $k$  при аргументе, а именно:

**-если  $k>1$ , то сжатие в  $k$  раз**

**-если  $0<k<1$ , то растяжение в  $1/k$  раз**

# Растяжение (сжатие) в $k$ раз вдоль оси $Ox$

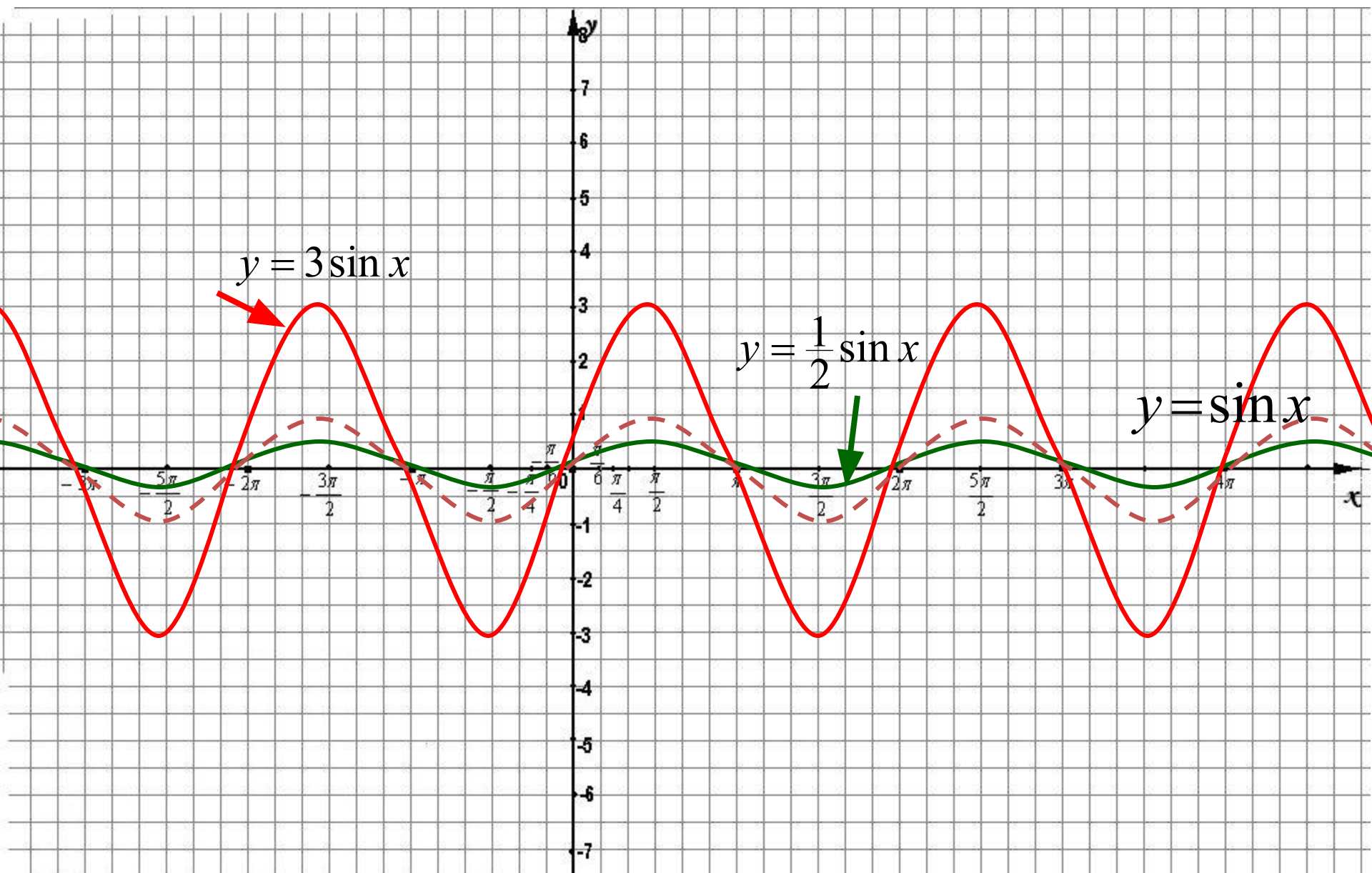


2. Если известен график функции  $y=f(x)$ , то график функции  $y=ky(x)$  строится посредством растяжения вдоль оси  $Oy$  исходного графика, пропорционально коэффициенту в  $k$  раз, а именно:

**-если  $k>1$ , то растяжение в  $k$  раз**

**-если  $0<k<1$ , то сжатие в  $1/k$  раз**

# Растяжение (сжатие) в $k$ раз вдоль оси $OY$

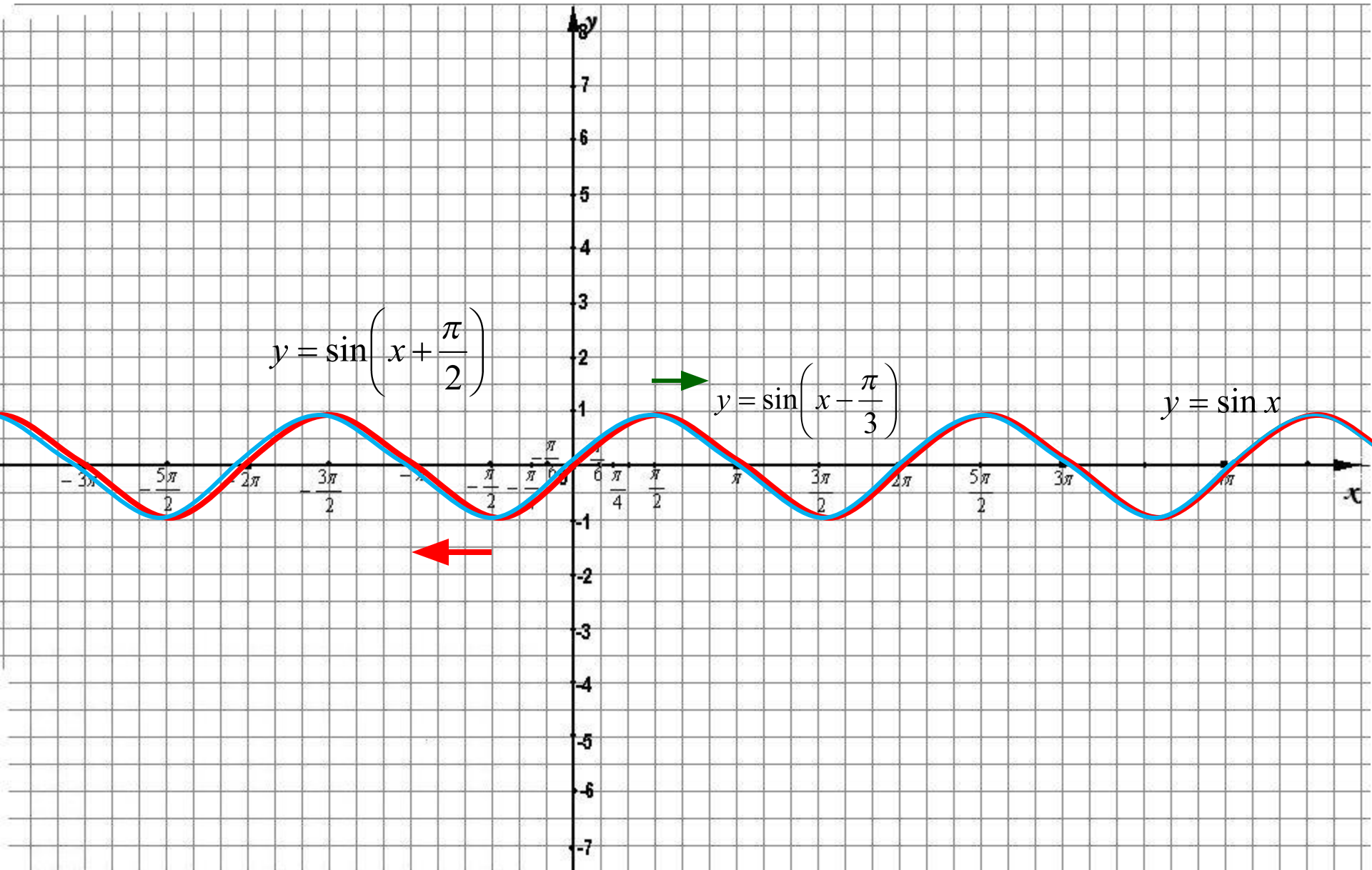


3. Если известен график функции  $y=f(x)$ , то график функции  $y=f(x+m)$  строится посредством сдвига по оси  $Ox$  исходного графика(координатной оси) на  $m$  единиц, а именно:

**-если  $m>0$ , то сдвиг на  $m$  единиц влево**

**-если  $m<0$ , то сдвиг на  $m$  единиц вправо**

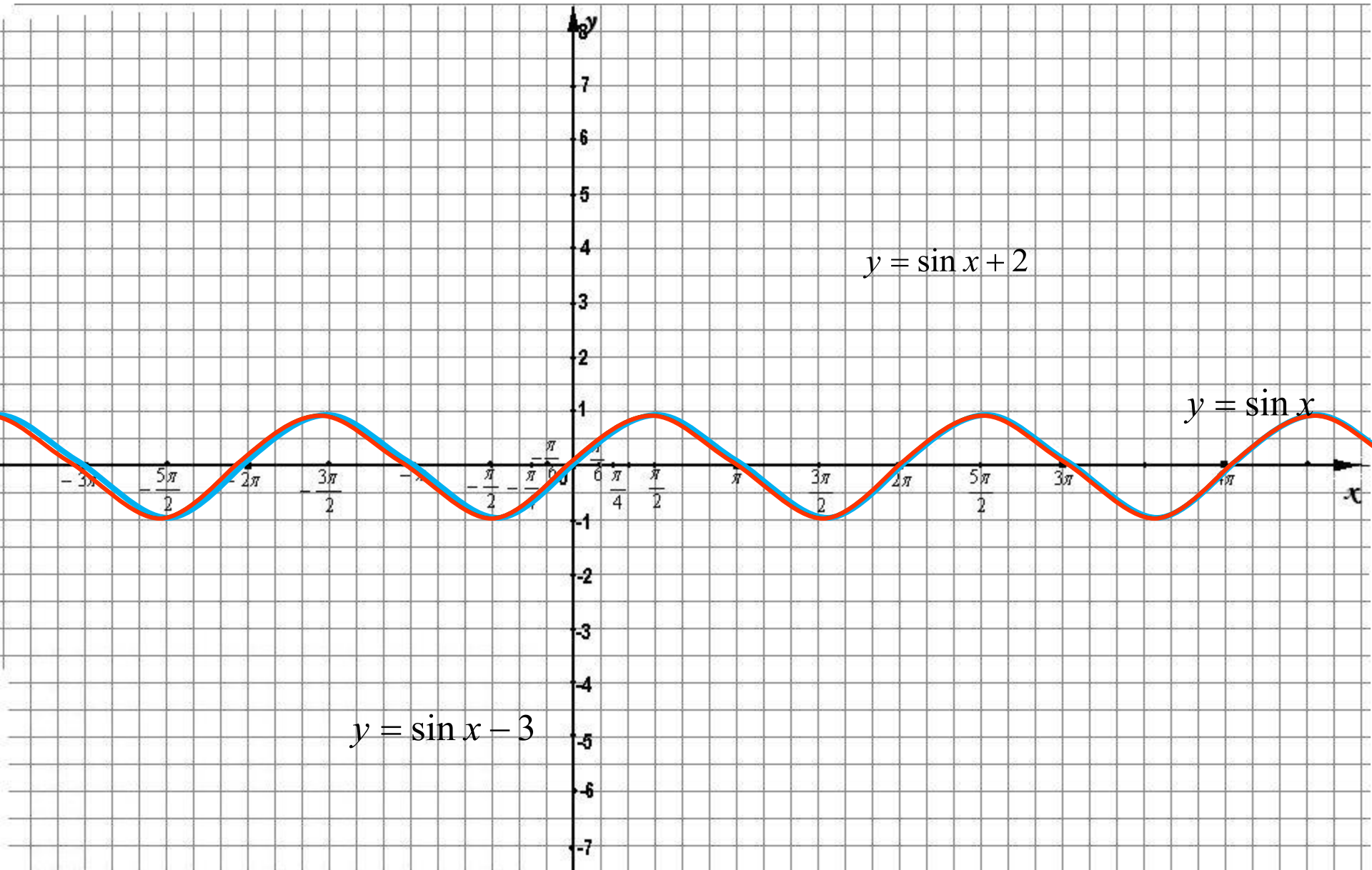
# Параллельный перенос вдоль оси OX



4. Если известен график функции  $y=f(x)$ , то график функции  $y=f(x)+m$  строится посредством сдвига по оси  $Oy$  исходного графика(координатной оси) на  $m$  единиц, а именно:
- если  $m>0$ , то сдвиг на  $m$  единиц  
вверх
  - если  $m<0$ , то сдвиг на  $m$  единиц  
вниз



# Параллельный перенос вдоль оси OY

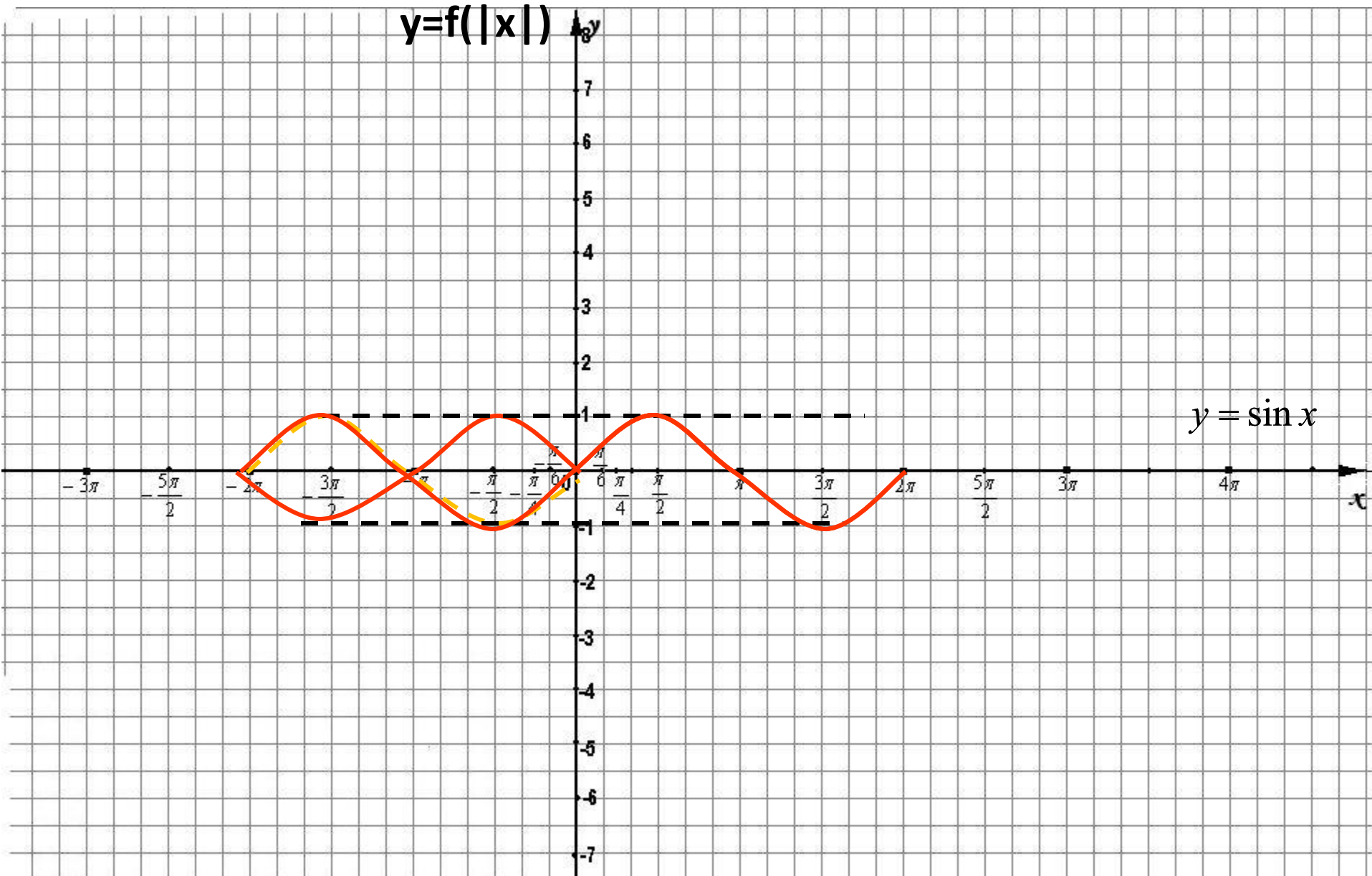


5. График функции  $y=f(|x|)$  получается из графика  $y=f(x)$  следующим образом:

**Часть графика лежащая над осью  $Ox$  сохраняется, а его часть лежащая под осью  $Ox$  отображается симметрично относительно оси  $Oy$**

# График функции

$$y=f(|x|)$$

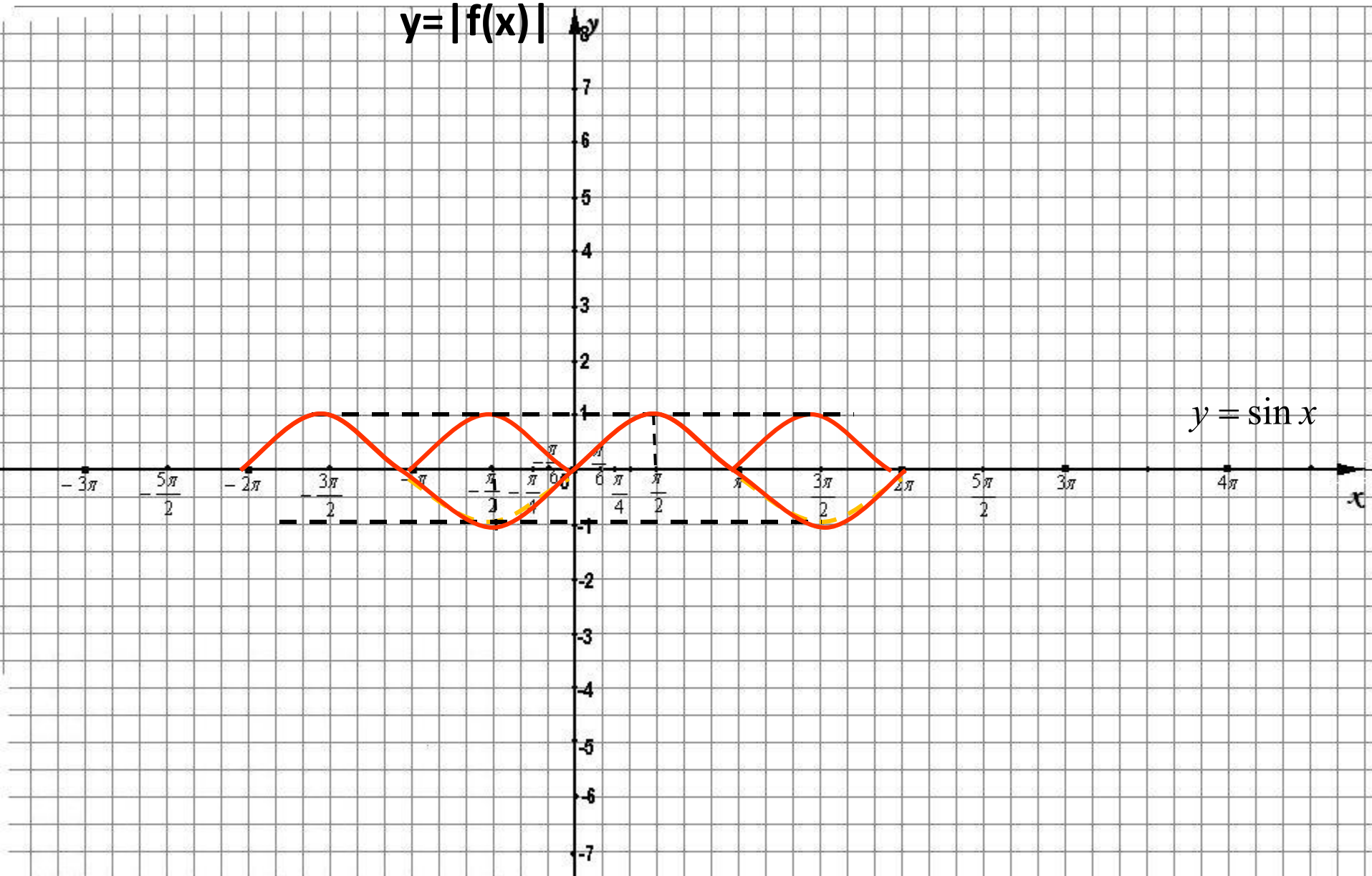


6. График функции  $y = |f(x)|$  получается из графика  $y = f(x)$  следующим образом:

**Часть графика лежащая над осью  $Ox$  сохраняется, а его часть лежащая под осью  $Ox$  отображается симметрично относительно оси  $Ox$**

# График функции

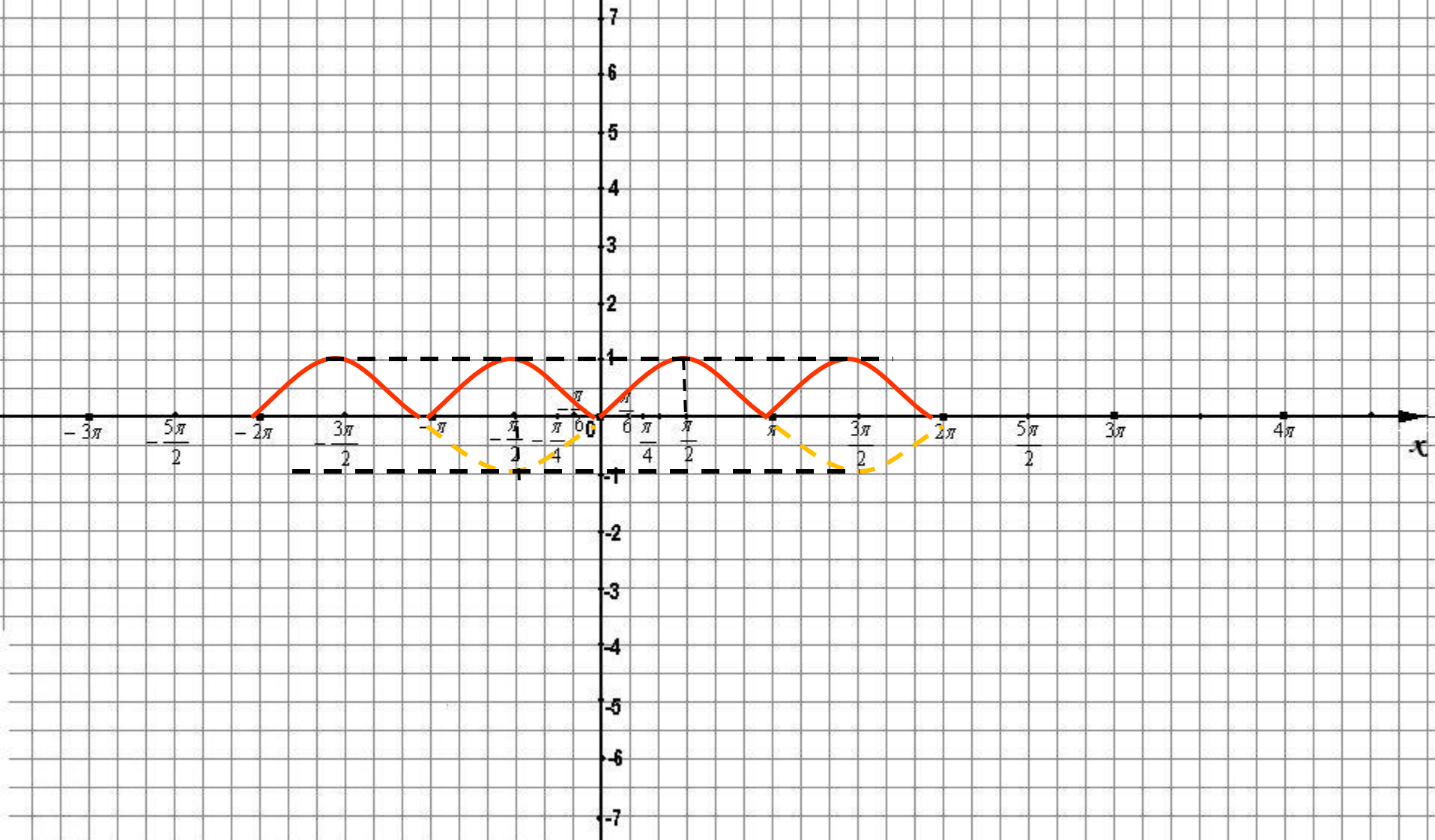
$$y = |f(x)|$$



7. Чтобы построить график функции  $y = |f(|x|)|$  надо: построить график функции  $y = f(x)$  при  $x \geq 0$ . Отобразить полученную часть симметрично относительно оси  $Oy$ . Участки полученного графика, лежащие ниже оси  $Ox$  зеркально отобразить относительно этой оси

# График функции

$$y = |f(|x|)|$$



# Характеристика графика гармонического колебания

$$S = A \sin(\omega t + \alpha) + B \quad (y = mf(kx+a)+b)$$

Построение графика этой функции осуществляется в несколько этапов:

1. Осуществим параллельный перенос системы координат, поместив начало новой системы  $x'y'$  в точку  $O'(- ; 0)$
2. В системе  $x'y'$  построим график функции  $y' = \sin^k x$  (при этом можно ограничиваться одной полуволной)
3. Осуществим сжатие или растяжение последнего графика от оси  $y'$  с коэффициентом  $A$ , получим требуемый график.



# Функция синус

**Область определения функции** — множество  $\mathbb{R}$  всех действительных чисел.

**Множество значений функции** — отрезок  $[-1; 1]$ , т.е. синус функция — **ограниченная**.

**Функция нечетная:**  $\sin(-x) = -\sin x$  для всех  $x \in \mathbb{R}$ .

График функции симметричен относительно начала координат.

**Функция периодическая** с наименьшим положительным периодом  $2\pi$ :

$\sin(x+2\pi \cdot k) = \sin x$ , где  $k \in \mathbb{Z}$  для всех  $x \in \mathbb{R}$ .

$\sin x = 0$  при  $x = \pi \cdot k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

$\sin x > 0$  (положительная) для всех  $x \in (2\pi \cdot k, \pi+2\pi \cdot k)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

$\sin x < 0$  (отрицательная) для всех  $x \in (\pi+2\pi \cdot k, 2\pi+2\pi \cdot k)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

**Функция возрастает** от  $-1$  до  $1$  на промежутках:  $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

**Функция убывает** от  $-1$  до  $1$  на промежутках:  $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

**Наибольшее значение функции**  $\sin x = 1$  в точках:  $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

**Наименьшее значение функции**  $\sin x = -1$  в точках:  $\frac{3\pi}{2} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

# Функция косинус

**Область определения функции** — множество  $\mathbb{R}$  всех действительных чисел.

**Множество значений функции** — отрезок  $[-1; 1]$ , т.е. косинус функция — ограниченная.

**Функция четная:**  $\cos(-x) = \cos x$  для всех  $x \in \mathbb{R}$ .

График функции симметричен относительно оси  $OY$ .

**Функция периодическая** с наименьшим положительным периодом  $2\pi$ :

$\cos(x + 2\pi \cdot k) = \cos x$ , где  $k \in \mathbb{Z}$  для всех  $x \in \mathbb{R}$ .

$\cos x = 0$  при

$$x \in \left( -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, 2\pi k \right), \quad k \in \mathbb{Z}$$

$\cos x > 0$  для всех

$$x \in \left( \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \right), \quad k \in \mathbb{Z}$$

$\cos x < 0$  для всех

**Функция возрастает** от  $-1$  до  $1$  на промежутках:  $[-\pi + 2\pi k, 2\pi k], \quad k \in \mathbb{Z}$

**Функция убывает** от  $-1$  до  $1$  на промежутках:  $[2\pi k, \pi + 2\pi k], \quad k \in \mathbb{Z}$

**Наибольшее значение функции**  $\sin x = 1$  в точках:

$$x = 2\pi k; \quad k \in \mathbb{Z}$$

**Наименьшее значение функции**  $\sin x = -1$  в точках:

$$x = \pi + 2\pi k; \quad k \in \mathbb{Z}$$

# Функция тангенс

**Область определения функции** — множество всех действительных чисел, кроме  $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

**Множество значений функции** — вся числовая прямая, т.е. тангенс — функция **неограниченная**.

**Функция нечетная:**  $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$  для всех  $x$  из области определения.

График функции симметричен относительно оси  $OY$ .

**Функция периодическая** с наименьшим положительным периодом  $\pi$ , т.е.  $\operatorname{tg}(x + \pi \cdot k) = \operatorname{tg} x, k \in \mathbb{Z}$  для всех  $x$  из области определения.

**$\operatorname{tg} x = 0$  при**  $x \in \left( \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right), k \in \mathbb{Z}$

**$\operatorname{tg} x > 0$  для всех**  $x \in \left( -\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi k \right), k \in \mathbb{Z}$

**$\operatorname{tg} x < 0$  для всех**  $x \in \left( \frac{\pi}{2} + \pi k; \pi k + \pi \right), k \in \mathbb{Z}$

# Функция котангенс

**Область определения функции** — множество всех действительных чисел, кроме чисел  $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

**Множество значений функции** — вся числовая прямая, т.е. котангенс — функция неограниченная.

**Функция нечетная:**  $\text{ctg}(-x) = -\text{ctg} x$  для всех  $x$  из области определения.

График функции симметричен относительно оси  $OY$ .

**Функция периодическая** с наименьшим положительным периодом  $\pi$ , т.е.  $\text{ctg}(x + \pi \cdot k) = \text{ctg} x, k \in \mathbb{Z}$  для всех  $x$  из области определения.

$\text{ctg} x = 0$  при

$$x \in \left( \frac{\pi}{2} + \pi k, \frac{3\pi}{2} + \pi k \right), k \in \mathbb{Z}$$

$\text{ctg} x > 0$  для всех

$$(\pi k, \pi + \pi k), k \in \mathbb{Z}$$

$\text{ctg} x < 0$  для всех

**Функция убывает** на каждом из промежутков