



Урок алгебры в 8 классе

Преобразование
выражений,
содержащих
квадратные
корни.

Презентацию
подготовила
учитель
математики

Пухальская
Надежда

Александровна
МБОУ СОШ №14 им. А.
Ф.Лебедева г. Томска

Свойства арифметического квадратного корня



- Квадратный корень из произведения и дроби

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

- Квадратный корень из степени

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

При
любом

x

Если $a \geq 0$ и $b \geq 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

- Пусть $a \geq 0$ и $b \geq 0$. Тогда каждое из выражений \sqrt{ab} и $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ имеет смысл. Покажем, что выполняются два условия

$$1) \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0; \quad 2) (\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab.$$

Так как выражения \sqrt{a} и \sqrt{b} принимают лишь неотрицательные значения, то произведение $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ неотрицательно.

Используя свойство степени произведения, получим

$$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab.$$

Мы показали, что условия 1) и 2) выполняются. Значит, по определению арифметического квадратного корня при любых неотрицательных значениях a и b верно равенство

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}. \quad \circ$$

Корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей



Теорема 1

Рассмотрим примеры:

$$\sqrt{64 \cdot 0,04} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{0,04} = 8 \cdot 0,2 = 1,6$$

$$\sqrt{32 \cdot 98} = \sqrt{(16 \cdot 2) \cdot (49 \cdot 2)} = \sqrt{16 \cdot 49 \cdot 4} = 4 \cdot 7 \cdot 2 = 56$$

$$\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{20 \cdot 5} = \sqrt{100} = 10$$

$$\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{\frac{36}{169}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{169}} = \frac{6}{13}$$



Теорема 2 Корень из дроби, числитель которой неотрицателен, а знаменатель положителен, равен корню из числителя, деленному на корень из знаменателя.

Квадратный корень из степени



Чтобы извлечь корень из степени с чётным показателем, надо представить подкоренное выражение в виде квадрата некоторого выражения и воспользоваться тождеством:

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

При любом значении x равенство верное

Представим x^{10} в виде $(x^5)^2$, Получим: $\sqrt{x^{10}} = \sqrt{(x^5)^2} = |x^5|$.

Так как $x < 0$, то $x^5 < 0$, поэтому $|x^5| = -x^5$.

Значит, при $x < 0$ последует $\sqrt{x^{10}} = -x^5$

Сравним значения выражений

$$\sqrt{50} \quad \text{и} \quad 6 \cdot \sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{2}$$

$$6\sqrt{2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{72}$$

$$\sqrt{50} < \sqrt{72}$$

$$5\sqrt{2} < 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{a^7} = \sqrt{a^6 \cdot a} = \sqrt{a^6} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{(a^3)^2} \cdot \sqrt{a} = |a^3| \cdot \sqrt{a} = a^3 \sqrt{a}$$

$$-4\sqrt{x} = -1 \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{x} = -\sqrt{16x}$$

Вынесение
множителя из-под
знака корня.

Внесение множителя
под знак корня

$$a\sqrt{2} = |a|\sqrt{2} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2a^2} \quad , \text{ если } a > 0$$

$$a\sqrt{2} = -|a| \cdot \sqrt{2} = -\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{2} = -\sqrt{2a^2} \quad , \text{ если } a < 0$$



Рассмотрим решение примеров №818(ж, з, и, к)

$$\begin{aligned} \text{ж)} \quad 3\sqrt{8} - \sqrt{50} + 2\sqrt{18} &= 3\sqrt{2 \cdot 4} - \sqrt{2 \cdot 25} + \\ &+ 2\sqrt{2 \cdot 9} = 3 \cdot 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \\ &+ 6\sqrt{2} = 7\sqrt{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{з)} \quad \sqrt{242} - \sqrt{200} + \sqrt{8} &= \sqrt{2 \cdot 121} - \sqrt{2 \cdot 100} + \\ &+ \sqrt{2 \cdot 4} = 11\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{и)} \quad \sqrt{75} - 0,1\sqrt{300} - \sqrt{27} &= \sqrt{3 \cdot 25} - 0,1\sqrt{3 \cdot 100} - \\ &- \sqrt{3 \cdot 9} = 5\sqrt{3} - 0,1 \cdot 10\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3} - \sqrt{3} - \\ &- 3\sqrt{3} = \sqrt{3}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{к)} \quad \sqrt{98} - \sqrt{72} + 0,5\sqrt{8} &= \sqrt{2 \cdot 49} - \sqrt{2 \cdot 36} + \\ &+ 0,5\sqrt{4 \cdot 2} = 7\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 0,5 \cdot 2\sqrt{2} = 7\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + \\ &+ \sqrt{2} = 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$



$$\text{a) } (\sqrt{12} + \sqrt{15}) \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 3} + \\ + \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 3} = 2 \cdot 3 + 3\sqrt{5} = 6 + 3\sqrt{5};$$

$$\text{б) } \sqrt{5}(3\sqrt{5} + 5\sqrt{8}) = \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} \cdot \sqrt{8} = 3\sqrt{5 \cdot 5} + \\ + 5\sqrt{5 \cdot 8} = 3 \cdot 5 + 5\sqrt{4 \cdot 10} = 15 + 5 \cdot 2\sqrt{10} = 15 + 10\sqrt{10};$$

$$\text{в) } (4\sqrt{3} - 2\sqrt{6}) \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} = 8 \cdot 3 - \\ - 2 \cdot 2\sqrt{3 \cdot 2} \cdot 2 \cdot 3 = 24 - 4 \cdot 3\sqrt{2} = 24 - 12\sqrt{2};$$

$$\text{г) } (3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{5} + \sqrt{60} = 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + \\ + \sqrt{4 \cdot 15} = 3 \cdot 5 - 2\sqrt{15} + 2\sqrt{15} = 15;$$

$$\text{д) } (\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} + \sqrt{84} = \sqrt{28} \cdot \sqrt{7} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} + \\ + \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{21 \cdot 4} = \sqrt{4 \cdot 7 \cdot 7} - 2\sqrt{21} + 7 + 2\sqrt{21} = \\ = 7 \cdot 2 + 7 = 21;$$



Рассмотрим решение
примеров №420 (а, б,
в, г, д)

№420 е)

$$\text{е) } (\sqrt{12} + 2\sqrt{18}) \cdot \sqrt{2} - \sqrt{96} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{2} + \\ + 2\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{96} = \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 2} + 2\sqrt{9 \cdot 2 \cdot 2} - \\ - \sqrt{2^4 \cdot 3 \cdot 2} = 2\sqrt{6} + 2 \cdot 3 \cdot 2 - 2^2 \sqrt{6} = 2\sqrt{6} + \\ + 12 - 4\sqrt{6} = 12 - 2\sqrt{6}.$$

№419(а, б)

$$\text{а) } \sqrt{8p} - \sqrt{25} + \sqrt{18p} = \sqrt{4 \cdot 2p} - 5 + \sqrt{9 \cdot 2p} = \\ = 2\sqrt{2p} - 5 + 3\sqrt{2p} = 5\sqrt{2p} - 5;$$

$$\text{б) } \sqrt{16c} + 2\sqrt{40c} - 3\sqrt{90c} = 4\sqrt{c} + 2\sqrt{4 \cdot 10c} - \\ - 3\sqrt{9 \cdot 10c} = 4\sqrt{c} + 2 \cdot 2\sqrt{10c} - 3 \cdot 3\sqrt{10c} = 4\sqrt{c} + \\ + 4\sqrt{10c} - 9\sqrt{10c} = 4\sqrt{c} - 5\sqrt{10c};$$

В 1626 году нидерландский математик А.Ширап ввел близкое к современному обозначение корня $\sqrt{\quad}$. Если над этим знаком стояла цифра 2, то это означало корень квадратный, если 3 – кубический. Это обозначение стало вытеснять знак Rx . Однако долгое время писали $\sqrt{a+b}$ с горизонтальной чертой над суммой. Лишь в 1637 году Рене Декарт соединил знак корня с горизонтальной чертой, применив в своей «Геометрии» современный знак корня $\sqrt{\quad}$. Этот знак вошёл во всеобщее употребление лишь в начале XVIII века.



Из истории преобразования выражений, содержащих квадратные корни.



Копия
42_hyR.xls

Подведём Итоги !



5. Тестовое задание

Тест

Найти значение выражения: $-2()^2$

А. 9,6 Б. 0 В. 0,38 Г. 2,4

Вычислите: $(2)^2 + (-3)^2$

А. 42 Б. 18 В. 60 Г. 6

Найти значение выражения: $0,5 + 3$

А. 0 Б. 62,93 В. 1
Г. 7,9

4. Найти значение выражения: $-0,5 ()^2$

А. 141 Б. 9. В. 6 Г. 0

Вычислите значение выражения:

А. 0,1 Б. 0,7 В. 1 Г. 0



Используемая литература и интернет-ресурсы презентации к уроку:

<http://yandex.ru/yandsearch?p>

<http://ru.wikipedia.org/wiki/>

Учебник – «Алгебра 8, автор – Макарычев Ю. Н. и др. под редакцией Теляковского. Издательство «Просвещение».