Степень с рациональным показателем и ее свойства.

«Люди, незнакомые с алгеброй, не могут представить себе тех удивительных вещей, которых можно достигнуть… при помощи названной науки».

Г.В.Лейбниц

История возникновения степени числа

В знаменитой книге «Арифметике» Диофант Александрийский описывал первые натуральные степени

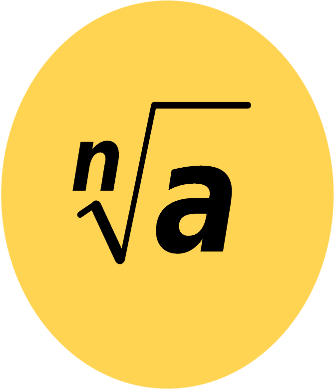
Одним из первых, кто в конце XYI-начале XYII века принял шаги к построению современной теории степеней, был Нидерландский математик Симон Стевин.
Он обозначал неизвестную величину кружком

, а внутри его указывал показатель степени.

Например: 1 , 2 , 3 ,

В его записи обозначали x, x^2, x^3.

У Рене Декарта в его «Геометрии» (1637) мы находим современное обозначение степеней $a^2, a^3, \ldots$



Повторение

Степень с целым показателем

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

$$1)\,3^3 = 27$$

$$2)\,5^3 = 125$$

$$3)\,2^4 = 16$$

$$4)\,3^1 = 3$$

Степенью числа a с натуральным показателем n, большим 1, называется произведение n множителей, каждый из которых равен a

$$1)\ a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$2)\ a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$3)\ \left(a^n\right)^m = a^{n\cdot m}$$

$$4)\ \left(a \cdot b\right)^n = a^n \cdot b^n$$

$$5)\ \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^0 = 1$$

$$a \neq 0$$

а) $10^{-6}=\frac{1}{10^6}=\frac{1}{1000000}$;

б) $9^{-2}=\frac{1}{9^2}=\frac{1}{81}$;

в) $a^{-1}=\frac{1}{a^1}$;

г) $x^{-20}=\frac{1}{x^{20}}$;

д) $(ав)^{-3}=\frac{1}{(ав)^3}$;

е) $(a+в)^{-4}=\frac{1}{(a+в)^4}$.

1) $3^0=1$

2) $5^0=1$

3) $22222222^0=1$

4) $100000^0=1$

Арифметический корень натуральной степени
Определение

Корнем n-ой степени из числа a называется такое число, n-я степень которого равна a.

$$\sqrt[n]{a} = x,$$

$$\text{то есть } x^n = a$$

АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КОРЕНЬ n-Й СТЕПЕНИ ИЗ ЧИСЛА a $\sqrt[n]{a}$

a – ПОДКОРЕННОЕ ВЫРАЖЕНИЕ

$$\sqrt[n]{a}$$ $$\sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{a}$$

Тождества

$\sqrt[n]{a}$

$\sqrt[n]{a}$

$\sqrt[n]{a}$

$\sqrt[n]{a}$

ДЕЙСТВИЕ, ПОСРЕДСТВОМ КОТОРОГО ОТЫСКИВАЕТСЯ КОРЕНЬ n – Й СТЕПЕНИ, НАЗЫВАЕТСЯ ИЗВЛЕЧЕНИЕМ КОРНЯ n – Й СТЕПЕНИ.

Примеры

1) $\sqrt[3]{27}=3; \quad 3^3=27$

2) $\sqrt[4]{256}=4; \quad 4^4=256$

3) $\sqrt[5]{0{,}00243}=0{,}3; \quad 0{,}3^5=0{,}00243$

4) $\sqrt[3]{1000000}=100; \quad 100^3=1000000$

5) $\sqrt[3]{64000}=40; \quad 40^3=64000$

6) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}}=\frac{1}{2}; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{64}$

Устно:

- Вычислите:

$$\sqrt[4]{16} = 2 \qquad \sqrt[7]{0} - \sqrt[8]{256} = 0 - 2 = -2$$

$$\sqrt[5]{32} = 2 \qquad \sqrt[3]{125} + \sqrt[4]{81} = 5 + 3 = 8$$

$$\sqrt[10]{1} = 1 \qquad \sqrt{64} - \sqrt[5]{243} = 8 - 3 = 5$$

$$\sqrt[4]{81} = 3 \qquad \sqrt[6]{64} + \sqrt[4]{625} = 2 + 5 = 7$$

Свойства корня n-ой степени (для $n \in N$, $m \in N$, $n > 1$, $m > 1$)

$$3^\circ \quad \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}, \quad где \;\; a \geq 0$$

$$4^\circ \quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}, \quad где \;\; a \geq 0$$

Понятие степени с рациональным показателем

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad где \;\; a \geq 0,\; n \in N,\; m \in Z$$

Примеры

$$2) \quad 12^{1,4} = 12^{\frac{7}{5}} = \sqrt[5]{12^7}$$

$$3) \quad \left(\frac{4}{9}\right)^{-2\frac{2}{5}} = \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{12}{5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{4}{9}\right)^{-12}} = \sqrt[5]{\left(\frac{9}{4}\right)^{12}}$$

Представьте степень с дробным показателем в виде корня:

1. $2^{\frac{2}{3}} =$

2. $3^{-\frac{1}{3}} =$

3.

не имеет

с ла

4.

5.

Представьте в виде степени с дробным показателем:

1.

2.

3.

4.

5.

$$2^{\frac{2}{3}} =$$

Свойства степени с рациональным показателем (для $p \in R$, $q \in R$)

Решаем номера из учебника:
№№ 118, 119, 120, 121,123,124

Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их

(Д. Пойа)

СПАСИБО ЗА УРОК !

Домашняя работа

Параграф 10

№№ 122, 125, 127