Прикладная математика в жизни села

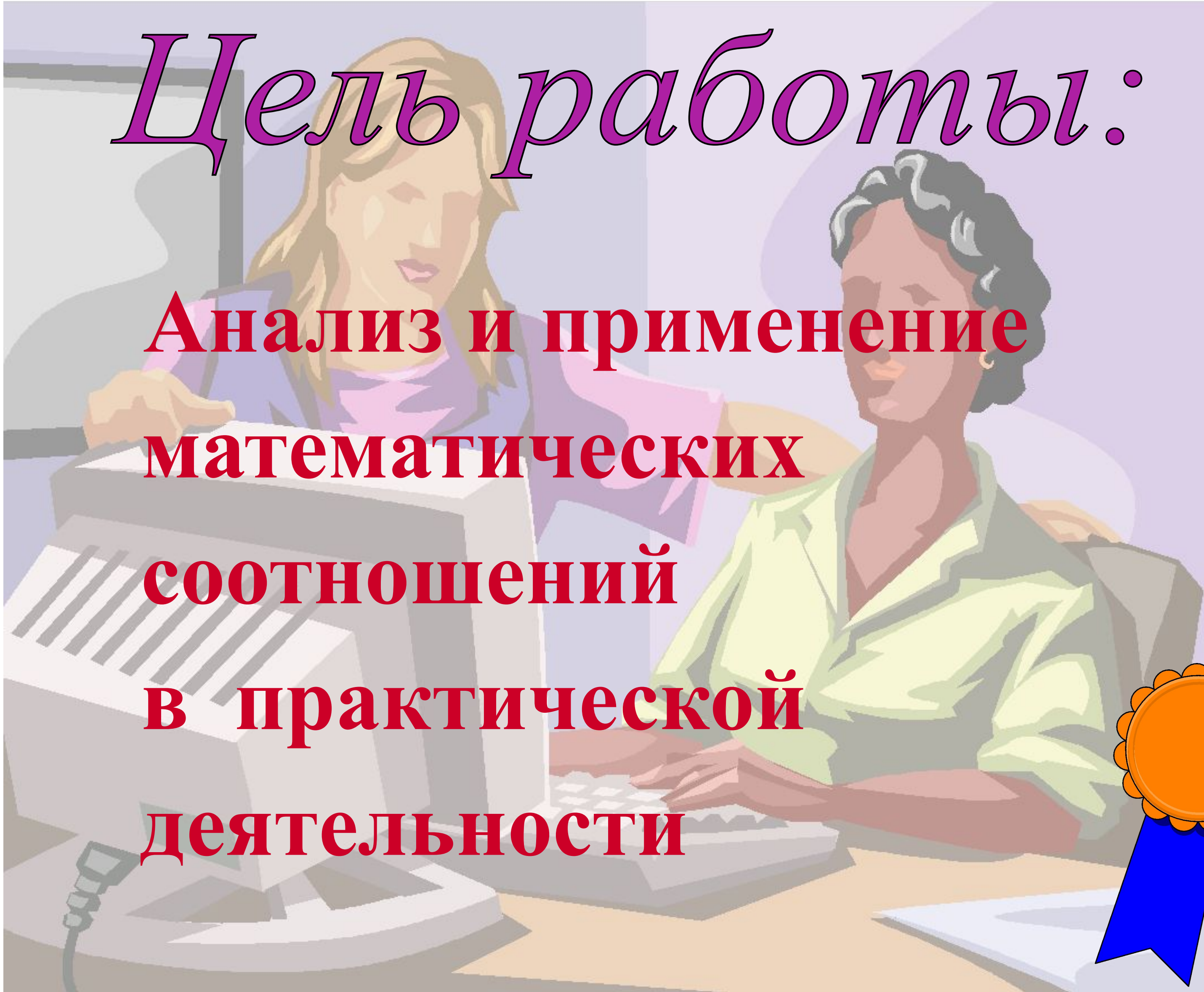
Автор:

Лавренова Анастасия Сергеевна

Руководитель:

Стюф Марина Алексеевна

Цель работы:



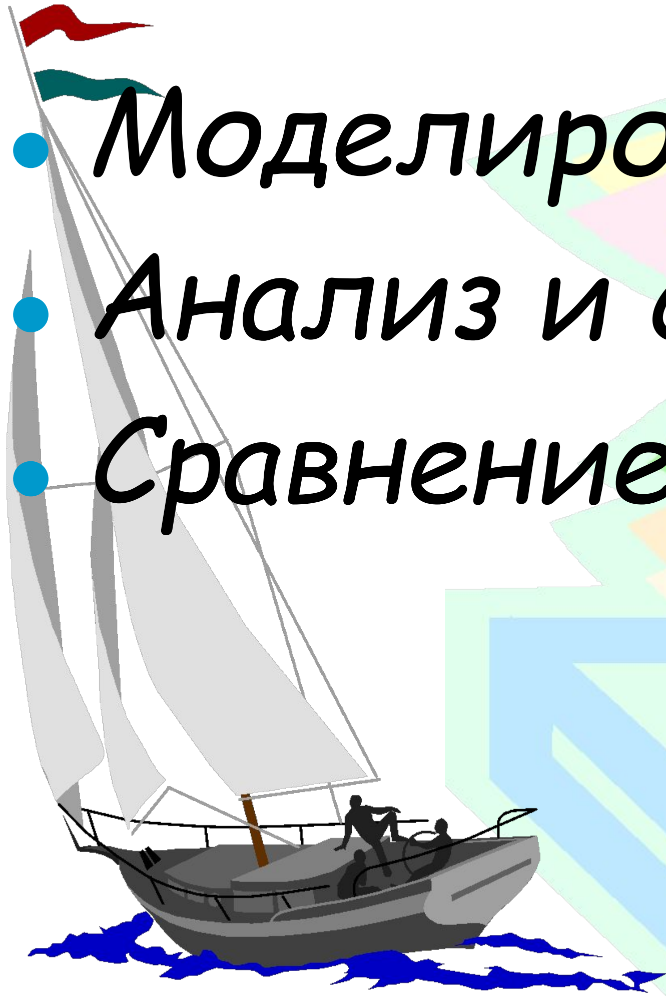
Анализ и применение математических соотношений в практической деятельности

Задачи работы

- Изучить литературу по данной теме;
- Рассмотреть экстремальное свойство шестиугольных пчелиных сот;
- Проверить опытным путем коэффициент полнодревесности;
- Исследовать зависимость объема желоба от угла наклона прибиваемых досок;
- Показать применение формул площади и объема;
- Установить зависимость площади испарения в цистерне от глубины наполнения;
- Рассчитать количество краски для ремонта;
- Выполнить практический расчет необходимого количества плитки для облицовки стен.

Методы исследования:

- Моделирование;
- Анализ и синтез;
- Сравнение.



Геометрия пчелиных сот

«Странные общественные привычки и геометрические дарования пчёл не могли не привлечь внимание и не вызвать восхищение людей, наблюдавших плоды их деятельности».

Герман Вейль

«Далее этой ступени совершенства в архитектуре, естественный отбор не мог вести, потому что соты пчёл,- насколько мы в состоянии судить, абсолютно совершенны с точки зрения экономии труда и воска».

Чарльз Дарвин

<u>**Пчелиные соты**</u> представляют собой часть плоскости, покрытой правильными шестиугольниками.

Какими же правильными многоугольниками можно замостить плоскость?

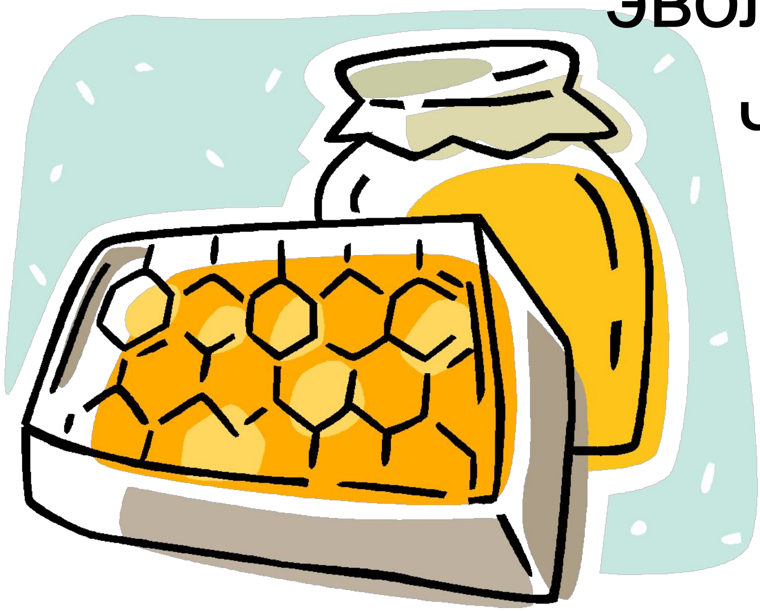
Пусть плоскость замощена правильными n-угольниками, причём правильная вершина является общей для x таких же многоугольников. Тогда имеем $\frac{180^0(n-2)}{n}x = 360$ Находим,что $x = \frac{2n}{n-2} = 2 + \frac{4}{n-2}$ Учитывая, что x-целое число, получаем n=3,4,6.

Почему же пчёлы используют шестиугольник?

Пользуясь формулой $S_n = \frac{1}{2}R^2 \cdot n \cdot \sin\frac{360^{\circ}}{n}$ находим периметры данных многоугольников.

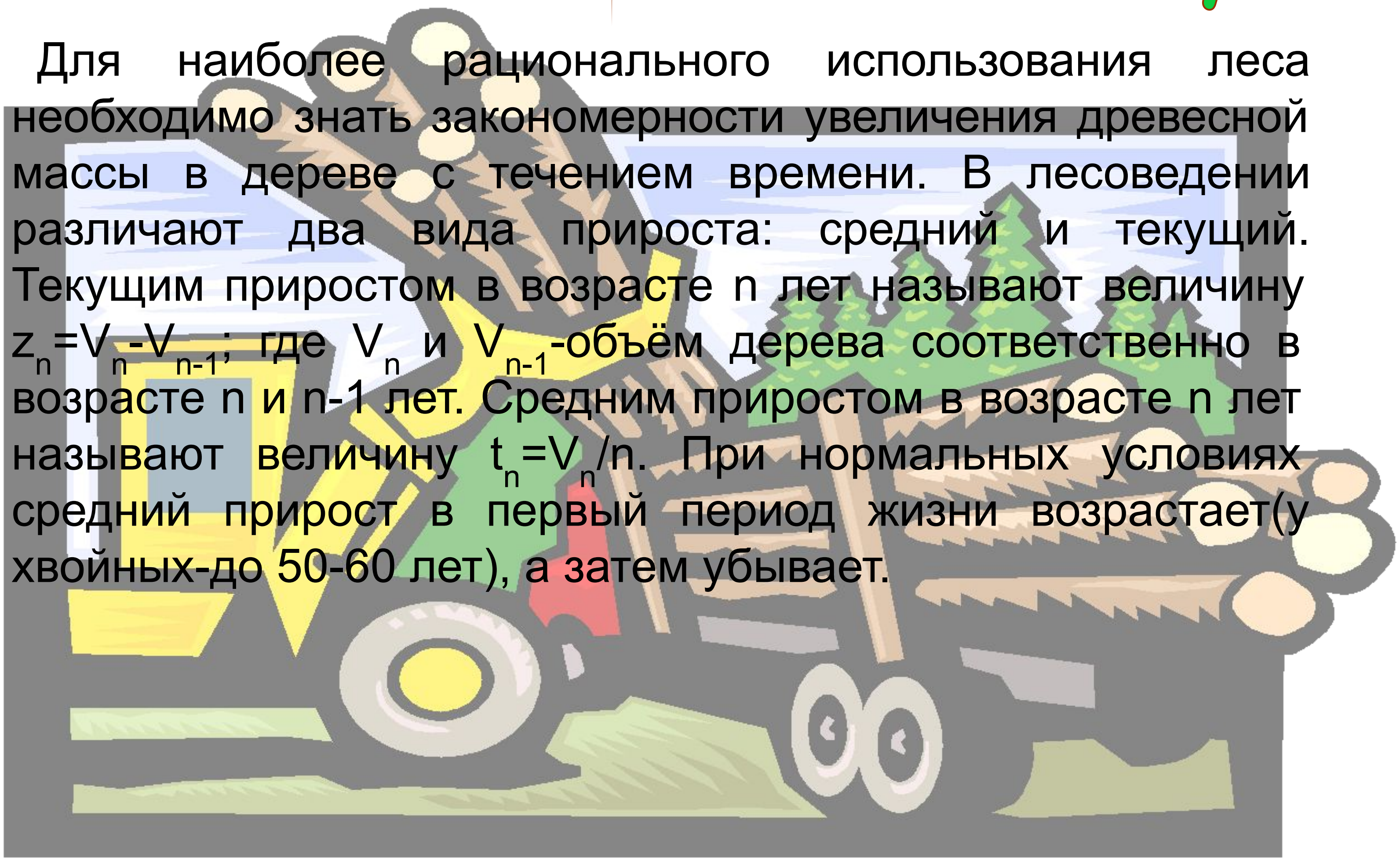
$P_3^2 = 12\sqrt{3}\,S_3$ $\quad P_4^2 = 16\,S_4$ $\quad P_6^2 = \frac{24}{\sqrt{3}}\,S_6$

Профиль пчелиной ячейки - правильный шестиугольник, и он из всех возможных многоугольников с данной площадью имеет наименьший периметр, поэтому в результате эволюции сложилось так,

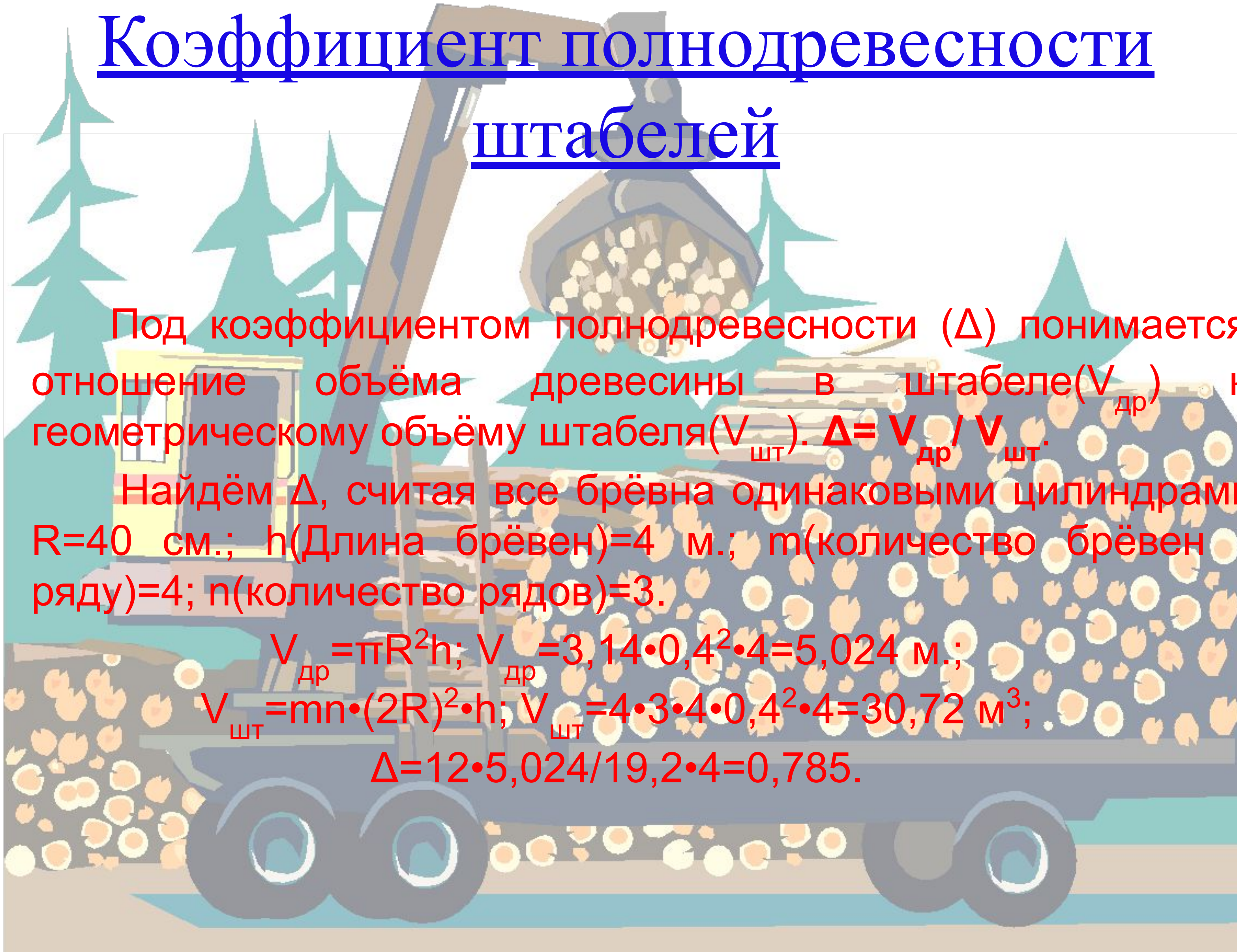


что пчелы используют шестиугольник

Математика в лесу



Для наиболее рационального использования леса необходимо знать закономерности увеличения древесной массы в дереве с течением времени. В лесоведении различают два вида прироста: средний и текущий. Текущим приростом в возрасте n лет называют величину $z_n = V_n - V_{n-1}$; где V_n и V_{n-1}-объём дерева соответственно в возрасте n и n-1 лет. Средним приростом в возрасте n лет называют величину $t_n = V_n/n$. При нормальных условиях средний прирост в первый период жизни возрастает(у хвойных-до 50-60 лет), а затем убывает.



Коэффициент полнодревесности штабелей

Под коэффициентом полнодревесности (Δ) понимается отношение объёма древесины в штабеле($V_{др}$) к геометрическому объёму штабеля($V_{шт}$). **$\Delta = V_{др} / V_{шт}$.**

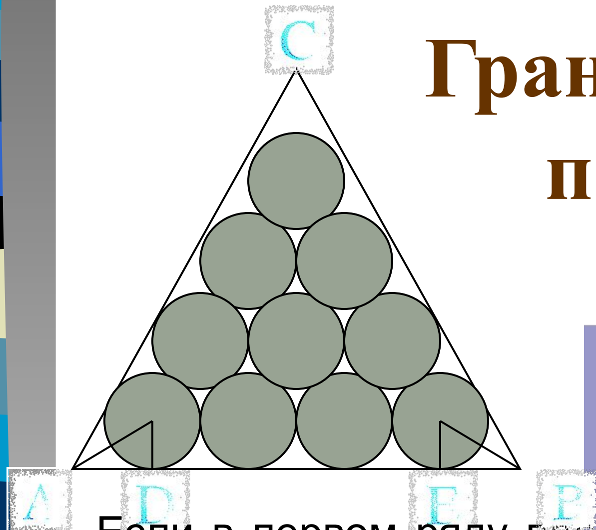
Найдём Δ, считая все брёвна одинаковыми цилиндрами R=40 см.; h(Длина брёвен)=4 м.; m(количество брёвен в ряду)=4; n(количество рядов)=3.

$V_{др}=\pi R^2 h$; $V_{др}=3,14 \cdot 0,4^2 \cdot 4=5,024$ м.;

$V_{шт}=mn \cdot (2R)^2 \cdot h$; $V_{шт}=4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 0,4^2 \cdot 4=30,72$ м^3;

$\Delta=12 \cdot 5,024/19,2 \cdot 4=0,785$.

Границы коэффициента полнодревесности



Поленница, которую мы рассматриваем, представляет собой «лежащую на боку» правильную треугольную призму.

Если в первом ряду поленницы уложено n чурок, то во втором ряду их n-1, в третьем n-2, в последнем 1. Общее количество чурок в поленнице k=n+(n-1)+…+1=n(n+1)/2. $\Delta = k\pi r^2 l/Sl = n(n+1)\pi r^2/2S$, где l-длина, r-радиус чурки, S-площадь поперечного сечения поленницы. Так как AB=AD+DE+BE, а AD=BE=r•ctg30°= $r\sqrt{3}$ DE=2(n-1)r, то AB=2r(n-1+ $\sqrt{3}$).

Следовательно, $S=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot AB^2 = r^2\sqrt{3}(n+\sqrt{3}-1)^2$ и $\Delta=\frac{n(n+1)\pi}{2(n+\sqrt{3}-1)^2\sqrt{3}}$.

Значит, Δ не зависит от радиуса чурок, а зависит от количества, определяемого числом n чурок в 1-ом ряду. Пусть Δ_n-коэффициент полнодревесности, соответствующий данному n. Покажем, что последовательность(Δ_n) возрастающая. $\Delta_{n+1}-\Delta_n=\frac{\pi(n+1)}{2\sqrt{3}}\left(\frac{n+2}{(n+\sqrt{3})^2}-\frac{n}{(n+\sqrt{3}-1)^2}\right)=\frac{\pi(n+1)}{2\sqrt{3}}\cdot\frac{(2\sqrt{3}-3)n+4(2-\sqrt{3})}{(n+\sqrt{3})^2(n+\sqrt{3}-1)^2}>0$, откуда и вытекает, что $\Delta_{n+1}>\Delta_n$.

Для возрастающей последовательности верно соотношение $\Delta_n \geq \Delta_1$. У нас $\Delta_1=$ $=\frac{\pi\sqrt{3}}{9}>0,60$. Мы получили для Δ оценку снизу: Δ >0,60.

Для получения оценки сверху заметим, что предел a возрастающей последовательности, очевидно, больше любого члена последовательности: $\Delta_n<a$. $a=\lim\Delta_n=\frac{\pi}{2\sqrt{3}}\lim\frac{n(n+1)}{(n+\sqrt{3}-1)^2}=\frac{\pi}{2\sqrt{3}}\lim\frac{1+1/n}{(1+\sqrt{3}-1/n)^2}=\frac{\pi\sqrt{3}}{6}<0,91$.

Объём леса долготьём

1-й способ: брёвна грузят в кузов машины, измеряют длину, ширину и высоту кузова и находят объём кузова по формуле $V=a\cdot b\cdot c$, где a-длина, b-ширина, c-высота. Для более точного объёма умножают найденный объём на коэффициент 0,8.

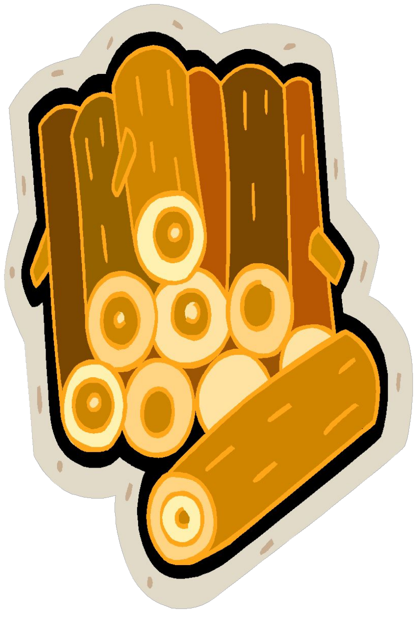
2-й способ: существует множество таблиц, по которым, зная длину бревна, диаметр в верхнем и нижнем спиле можно найти объём бревна.

Объём поленицы

Объём поленицы можно найти по формуле: $V=a\cdot c\cdot h$. ***Задача.*** Найти объём поленицы, если известно, что $a=1,5$, $b=2,3$, $h=1$метр.

Решение. $V=1,5\cdot 2,5\cdot 1=3,75$(м^3).

Ответ. V=3.75 кубических метров.



Вывод:

Брёвна и дрова на складах лесоматериалов укладываются в штабеля различной формы. Учёт уложенных в штабеля лесоматериалов ведётся с помощью коэффициента полнодревесности штабеля, который зависит от вида штабеля и от количества брёвен.

Математика на ферме

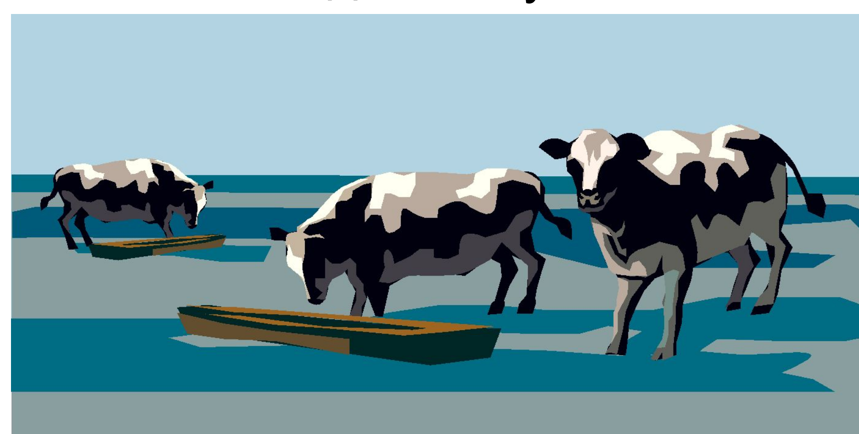
Вычисление вместимости желоба

Задача: Водопойные желоба для овец сбиваются из двух одинаковых досок. Под каким углом следует сбивать доски, чтобы получить желоб наибольшего объёма?

Решение: Пусть доски имеют ширину а, и сбиты под углом $\alpha(0<\alpha<180)$. Объем желоба пропорционален площади треугольника. $S(\alpha)=\frac{a^2}{2}\sin\alpha$;поскольку $\sin\alpha\le 1$;при любом α,

то объем поилки максимален при $\alpha=90^o$.

Итак, для наибольшего объёма желоба доски нужно сбивать под прямым углом.

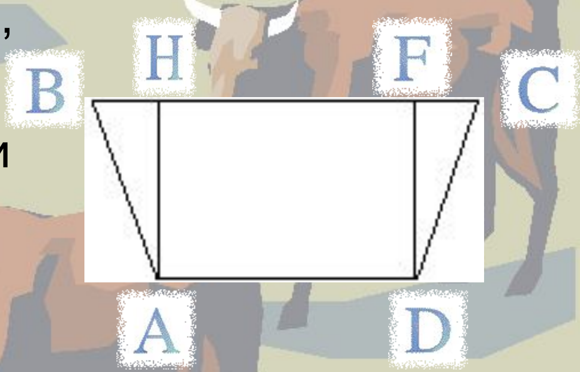


Задача: Для изготовления водопойного желоба на животноводческой ферме взяли три одинаковые доски длиной 4 метра и шириной 25 сантиметров каждая. При каком значении α получится желоб наибольшей вместимости?

Решение: Вместимость V($м^3$) желоба равна произведению площади трапеции (поперечное сечение) ABCD и длины желоба. Зададим формулой зависимость вместимости желоба от угла α при основании BC трапеции ABCD и заполним таблицу:

α	90	100	110	120	130	140	150
V,$м^3$	0,25	0,2884	0,3156	0,3252	0,3148	0,284	0,2328

Рассмотрим случай , когда α=100°, d=4м, a=25см, то в поперечном сечении желоб будет иметь форму правильной трапеции. Площадь трапеции можно найти по формуле



$S = \frac{1}{2}(AD + BC)AH$, где AH-высота.

AH=BA*cos10^0=25*0.9848=24.62см;

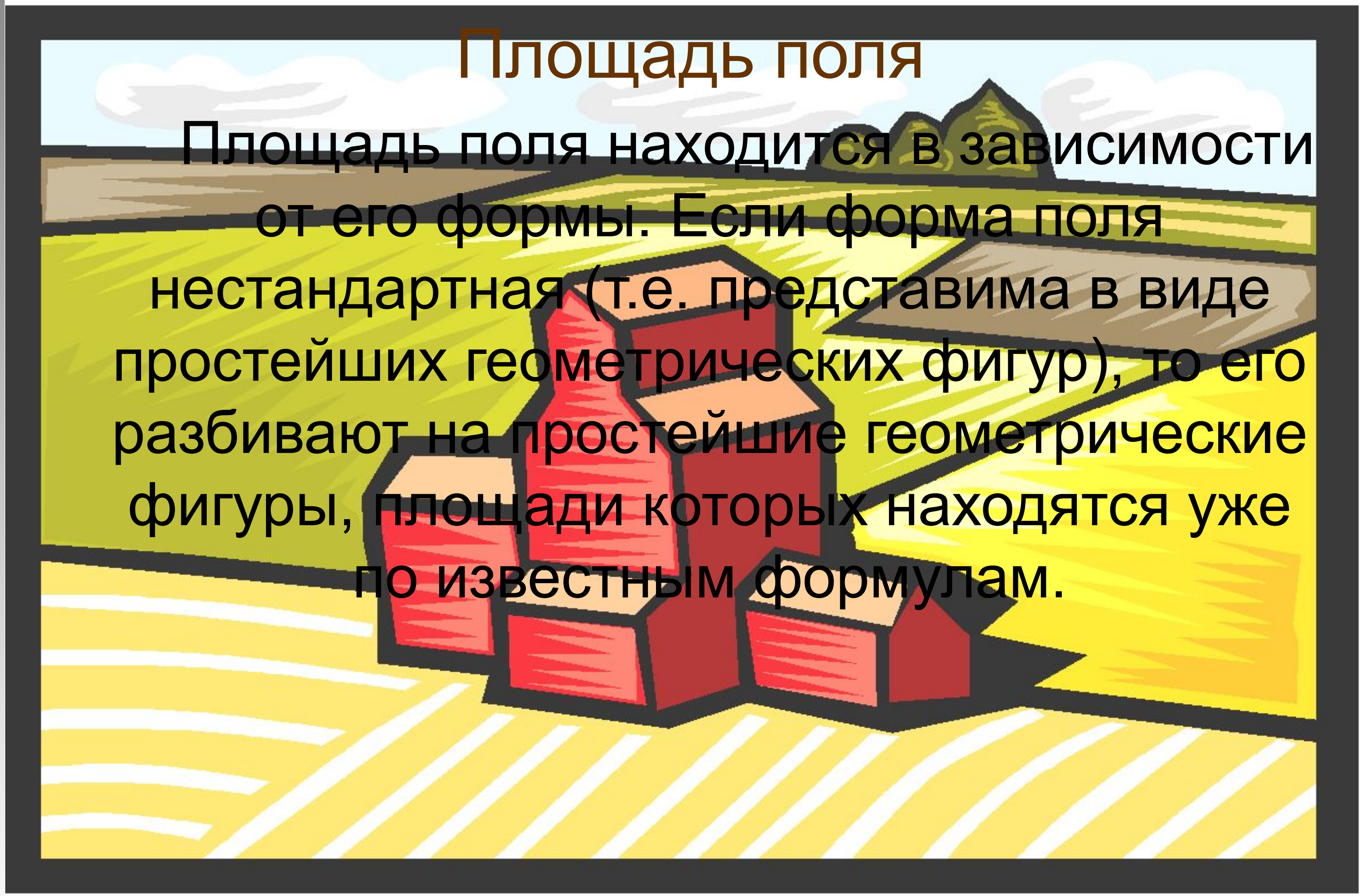
BC= 2BH+AD= 2(sin10^0)*25+25=33.6846см;

S=1/2*(33.6846+25)24.62=0.0721$м^2$;

V=0.0721*4=0.2884$м^3$.

Остальные случаи рассматриваются аналогично. Результаты приведены в таблице. Итак, при значении угла $\alpha=120^0$,получается желоб наибольшей вместимости. Это подтвердил нам работник фермы Неупокоева Надежда Михайловна - летние поилки сбиваются именно под этим углом.

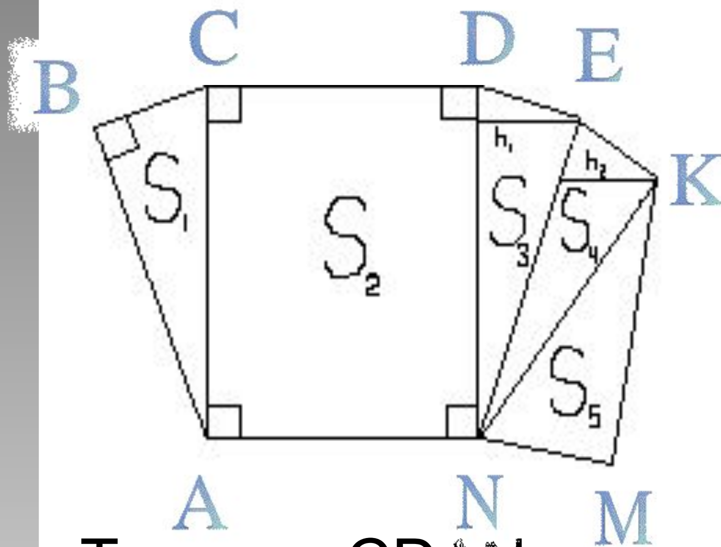
Математика в поле



Площадь поля

Площадь поля находится в зависимости от его формы. Если форма поля нестандартная (т.е. представима в виде простейших геометрических фигур), то его разбивают на простейшие геометрические фигуры, площади которых находятся уже по известным формулам.

Найти площадь поля



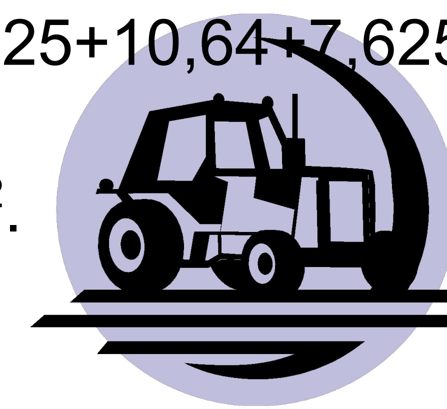
Так как ΔABC - прямоугольный, то его площадь можно найти по формуле $S=AB \cdot BC \cdot 1/2$, если $AB=6{,}5$м, $BC=3{,}6$м, то$S=6{,}5 \cdot 3{,}6 \cdot 1/2=11{,}7$м^2.

Так как CDAN прямоугольник, то $S_{ANDC}=DC \cdot DN$, если $DC=4{,}7$м, $DN=7{,}5$м,то $S_{ANDC}=7{,}5 \cdot 4{,}7=32{,}25$м^2.

Аналогично находятся S_3, S_4, S_5.

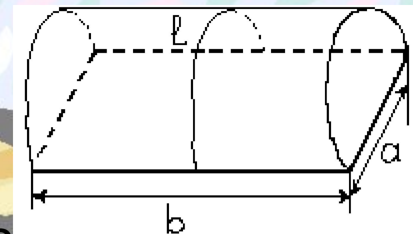
$S=S_{!}+S_2+S_3+S_4+S_5=11{,}7+32{,}25+14{,}25+10{,}64+7{,}625=$ $=76{,}46$м^2.

Ответ:Площадь поля равна 76,46м^2.

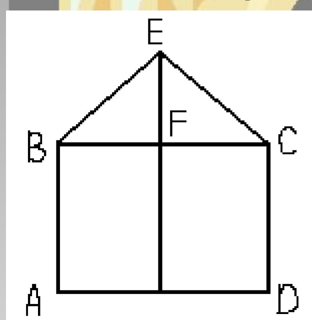


Объём стогов сена

Для приближения подсчёта объёма сена в скирде пользуются формулой V ≈(0,52k-0,44c)cl, где k-длина, l-длина скирды, c-её ширина.



Поперечное сечение скирды имеет форму, близкую к изображённой на рисунке.



Пусть AD=c,CD=h, EF=h_1. Тогда AB+BE+EC+CD=R. Обозначается EB=EC=l.

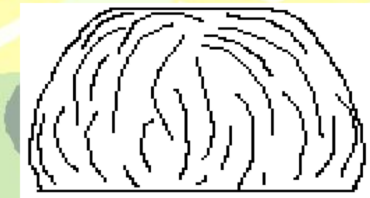
Площадь многоугольника S_{ABECD}=1/2ch_1+ch=c(h+h_1*1/2). Воспользуемся и тем, что скирды островерхими не бывают, значит $120° \leq \angle BEC \leq 90°$. Если $\angle$ BEC=90°, тогда h_1=0,5c, l_1=0,71c. Тогда k=2h+2 l_1=2h+1,42c. Отсюда p=0,50л-0,71c, а S=c(0,50л-0,46c). Тогда объём скирды V=cl(0,50k-0,46c). Если $\angle$BEC=120°,то $\angle$ ECB= $\angle$ EBC=30°. Отсюда h=0,50k-0.58c, h_1=0,29c. Отсюда S=c(0,50k-0,43c), а V=cl(0,50k-0,43c).

Объём стогов сена

В нашем совхозе для каждого вида скирды имеется своя формула для вычисления объёма сена в скирде.

Плосковерхая скирда.

$О=(0,52П-0,44Ш)*Ш*Д$



Кругловерхая скирда.

$О=(0,52П-0,46Ш)*Ш*Д$

Островерхая скирда.

$$О=\frac{П\cdot Ш}{4}\cdot Д$$

Замечание: ширина, длина и окружность измеряются на высоте 1 метр.

Определение веса сена.

Вес = О · удельный вес

Замечание: при обмере после трех дней укладки масса в 1м^3 колеблется от 55 до 65 кг на 1м^3, после 10 дней 70-75 кг.

Задача. Для вычисления объёма кругловерхой скирды можно воспользоваться формулой $V \approx \frac{abh}{2}$, где V – объём, a – ширина, b – длина, h – высота. Какой объём будет иметь скирда, если $a \approx 5, b \approx 12{,}5,\ h \approx 3$.

Решение. Если известны размеры, то найдем объём по данной формуле: $V \approx \frac{5 \cdot 12{,}5 \cdot 3}{2} = 93{,}5 м^3$.

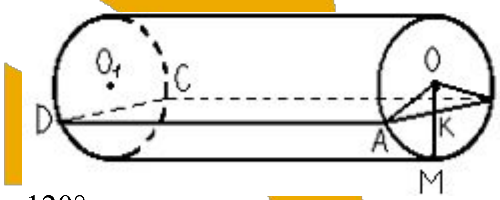
Все формулы для определения объёма скирд основаны на приравнивании площади поперечного сечения скирды площади какой-либо геометрической фигуры.

Математика на заправочной станции.

При хранении нефтепродуктов происходит их естественная потеря из-за испарения, которая пропорционально площади поверхности, с которой испаряются нефтепродукты. Для определения предельной нормы потери нефтепродуктов, хранящихся в горизонтальных цилиндрических резервуарах, площадь поверхности испарения должна вычисляться по ГОСТ, в предположении, что резервуар наполнен на 75% своего объема. Стандартная площадь поверхности испарения горизонтального цилиндрического резервуара с диаметром d и длинной l, находится по формуле: $S=0,865 \cdot d \cdot l$.

Задача. Выясним, насколько эмпирическая формула для вычисления площади поверхности испарения горючего в резервуарах цилиндрической формы, расположенных горизонтально, удовлетворяет потребностям практики.

Решение. Выясним насколько целесообразно применять эту формулу на практике.



Пусть длина цистерны AD= l. Тогда следует, что S=AB·l.

Если пользоваться данной формулой, то $AB = 0{,}865d \approx \frac{\sqrt{3}}{2}d.$

Такое соотношение выполняется при $\angle AOK = 60°$ или $\angle AOK = 120°$

а это имеет место при $\angle AOB = 120°$ или $\angle AOB = 240°$. При $\angle AOB = 120°$ $OK = \frac{d}{4}$ а следовательно, и $KM = \frac{d}{4}$ При $\angle AOB = 240°$ $KM = \frac{3d}{4}$

Глубину слоя горючего, наполняющего резервуар, принято называть стрелкой.

Таким образом,данная формула выведена в расчёте,что стрелка $KM = \frac{d}{4}$ или $KM = \frac{3d}{4}$ Совершенно очевидно, что такой уровень горючего в резервуаре может оказаться лишь в отдельных случаях. Выясним, насколько существенно отличается площадь испарения от указанной в формуле при значениях стрелки, отличных от указанных выше.

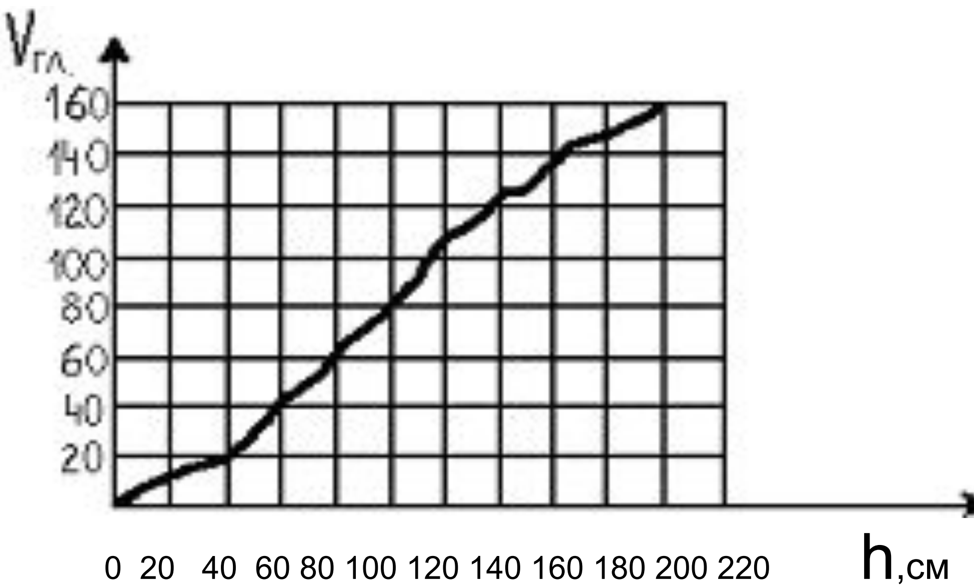
Произведенное исследование позволяет сделать вывод, что при $\frac{d}{4} < KM < \frac{3d}{4}$ формула приемлема. При $0 < KM < \frac{3d}{4}$ и $\frac{3d}{4} < KM < 0$, и по мере удаления значений стрелки КМ от d/4 и 3d/4 отклонения действительной площади испарения от площади, указанной в данной формуле, быстро растут и становятся весьма значительными.

Для определения количества жидкости в цистерне, размеры которой: диаметр d=200см, длина l=500см, достаточно измерить высоту столба жидкости «h» и воспользоваться графиком.

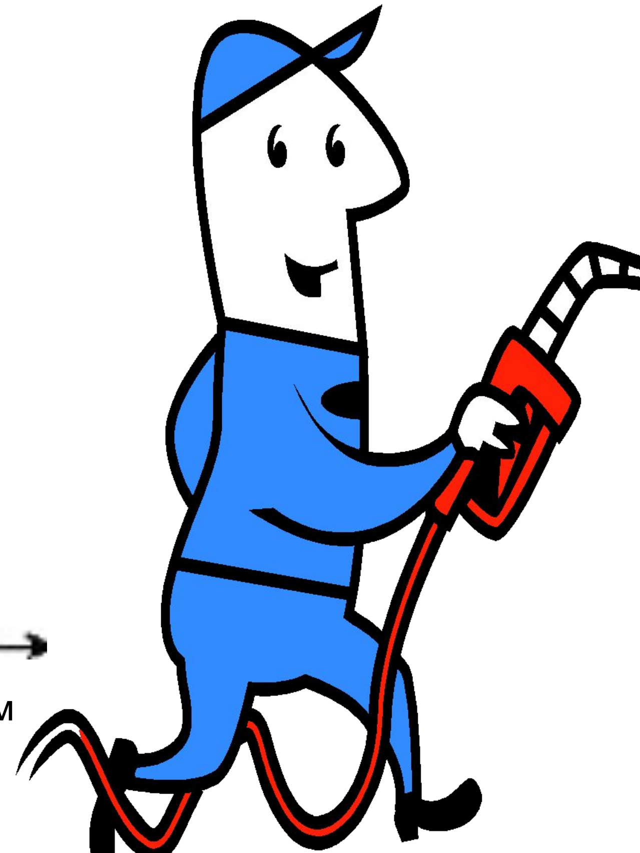
Задача. Найдём, используя график: сколько литров жидкости в цистерне, если высота столба жидкости равна:

а)15 см; б) 25 см.

Решение. Воспользуемся графиком



Ответ: а)V=10гл, б)V=18гл.



Прикладная математика дома

Задача: сколько потребуется килограммов краски для покраски пола кабинета?

Решение: так как пол кабинета математики имеет форму прямоугольника, то его площадь можно найти по формуле $S=a*b$, где а - длина, b - ширина. Измерив длину и ширину пола, получаем а=8,55м, b=6,1м. $S_к=52{,}155м^2$.

На этикетке каждой банки краски написано, сколько краски требуется на квадратный метр. Средний расход краски равен 200г на $1м^2$.

Если количество нужной краски обозначить за К, то

$К= S_к$*расход краски.

К=52,155*0,2=10,431кг.

Ответ: для покраски пола потребуется 10,431 килограммов краски.

Задача.

Пол комнаты, имеющий прямоугольную форму со сторонами 5,5 и 6м, нужно покрыть паркетом прямоугольной формы. Длина каждой дощечки паркета 30см, ширина 5 см. Сколько потребуется таких дощечек для покрытия всего пола?

Решение.

Так как форма пола - прямоугольник, то его площадь можно найти по формуле $S=a*b$. $S_{пола}=5{,}5*6=33м^2=33000см^2$;

так как форма дощечки паркета прямоугольная то её площадь можно найти по формуле $S=a*b$. $S_{дощечки}=30см*5см=150см^{2;}$

Обозначим количество дощечек за К. $К= S_{пола}/ S_{дощечки}$

$К = 33000см^2/150см^2=2200$

Ответ.

Для покрытия пола паркетом нужно 2200 паркетных дощечек.

Задача.

Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 15 см, для облицовки части стены, если длина стены 3 метра, высота 2,7 метра.

Решение.

Найдем площадь плитки: так как плитка имеет форму квадрата, то её площадь равна $S=a^2$. $S_{плитки} = 15^2 = 225см^2=0,0225м^2$. Так как стена имеет форму прямоугольника, то её площадь равна $S=a*b$, $S_{стены}=3*2,7=8,1м^2$.

Обозначим количество плиток за К.

$К= S_{стены}/ S_{плитки}$

$К= 8,1м^2/0,0225м^2=360$.

Ответ.

Для облицовки стены потребуется 360 плиток

Заключение

При изучении математики мне всегда хотелось узнать о её применении в жизни села, поэтому , работая над данной темой я поняла, что математика не существует отдельно от жизни: математические соотношения рассматриваются применительно к конкретным ситуациям, теоретические результаты сравниваются с приемами, распространёнными в практической деятельности.