

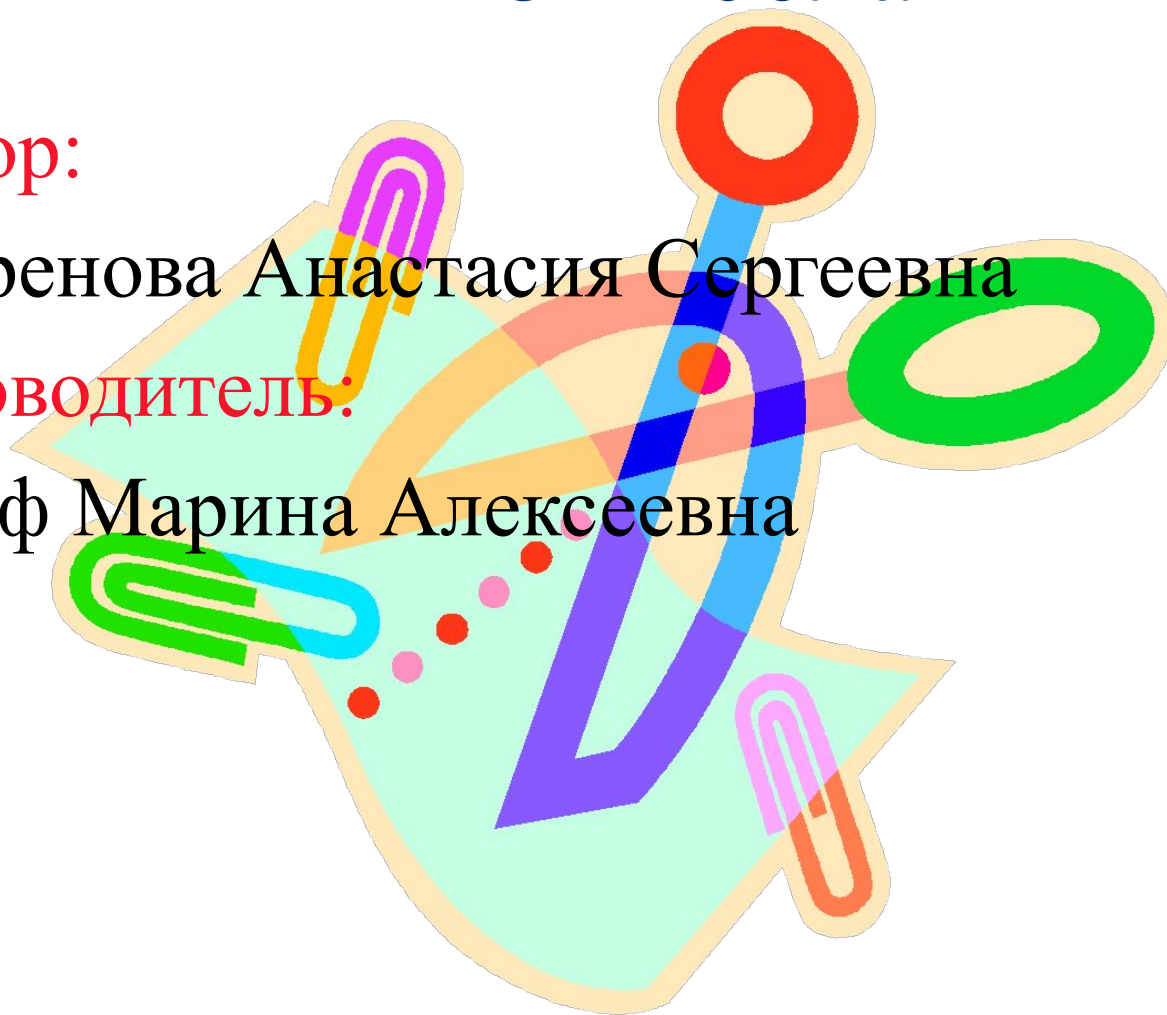
# Прикладная математика в жизни села

Автор:

Лавренова Анастасия Сергеевна

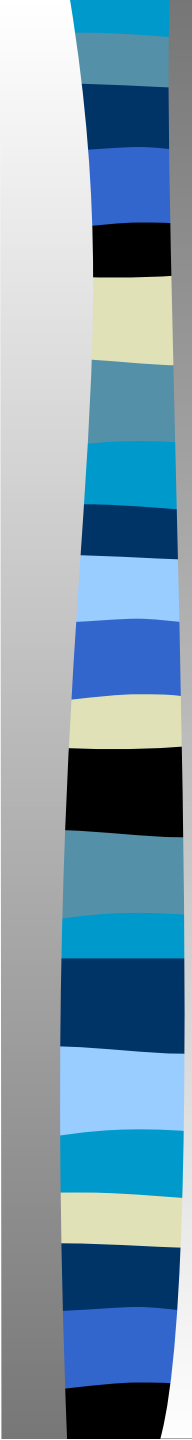
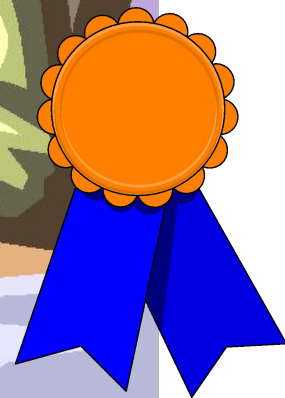
Руководитель:

Стюф Марина Алексеевна



# Цель работы:

Анализ и применение  
математических  
соотношений  
в практической  
деятельности

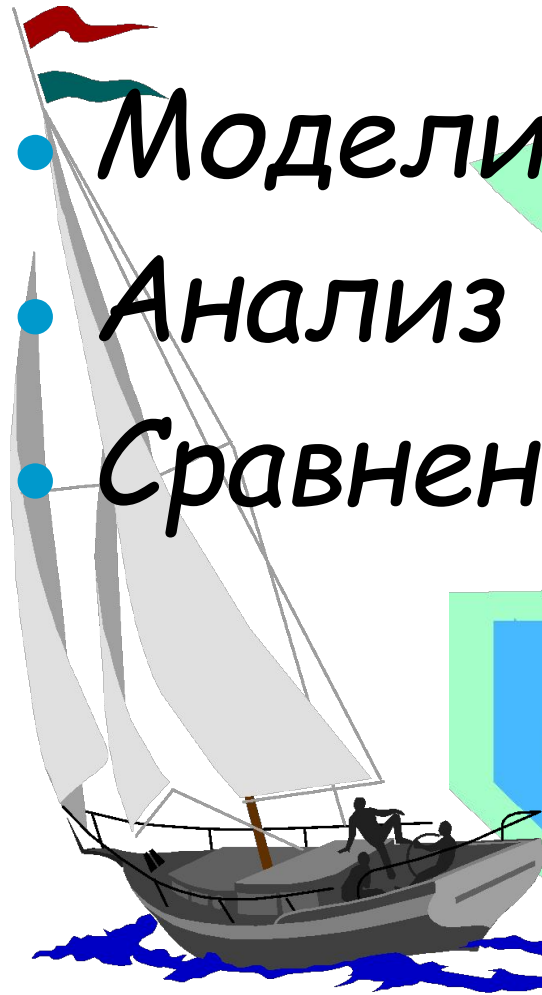


# Задачи работы

- 
- Изучить литературу по данной теме;
  - Рассмотреть экстремальное свойство шестиугольных пчелиных сот;
  - Проверить опытным путем коэффициент полндровесности;
  - Исследовать зависимость объема желоба от угла наклона прибываемых досок;
  - Показать применение формул площади и объема;
  - Установить зависимость площади испарения в цистерне от глубины наполнения;
  - Рассчитать количество краски для ремонта;
  - Выполнить практический расчет необходимого количества плитки для облицовки стен.

# Методы исследования:

- *Моделирование;*
- *Анализ и синтез;*
- *Сравнение.*





# Геометрия пчелиных сот

«Странные общественные привычки и геометрические дарования пчёл не могли не привлечь внимание и не вызвать восхищение людей, наблюдавших плоды их деятельности».

Герман Вейль

«Далее этой ступени совершенства в архитектуре, естественный отбор не мог вести, потому что соты пчёл, — насколько мы в состоянии судить, абсолютно совершенны с точки зрения экономии труда и воска».

Чарльз Дарвин

# Пчелиные соты представляют собой часть плоскости, покрытой правильными шестиугольниками.

Какими же правильными многоугольниками можно замостить плоскость?

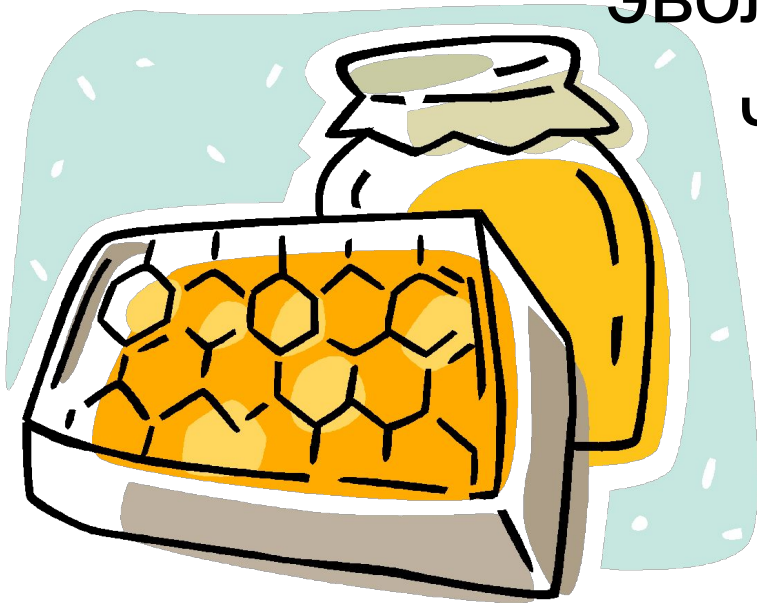
Пусть плоскость замощена правильными  $n$ -угольниками, причём правильная вершина является общей для  $x$  таких же  $n$ -угольников. тогда имеем  $\frac{180^\circ(n-2)}{n} \cdot x = 360^\circ$ . Находим, что  $x = \frac{2n}{n-2}$ . Учитывая, что  $x$  — целое число, получаем  $n=3, 4, 6$ .

Почему же пчёлы используют шестиугольнички?

Пользуясь формулой  $S_n = \frac{1}{2} R^2 \cdot n \cdot \sin \frac{360^\circ}{n}$  находим периметры данных многоугольников.

$$P_3^2 = 12\sqrt{3} S_3 \quad P_4^2 = 16 S_4 \quad P_6^2 = \frac{24}{\sqrt{3}} S_6$$

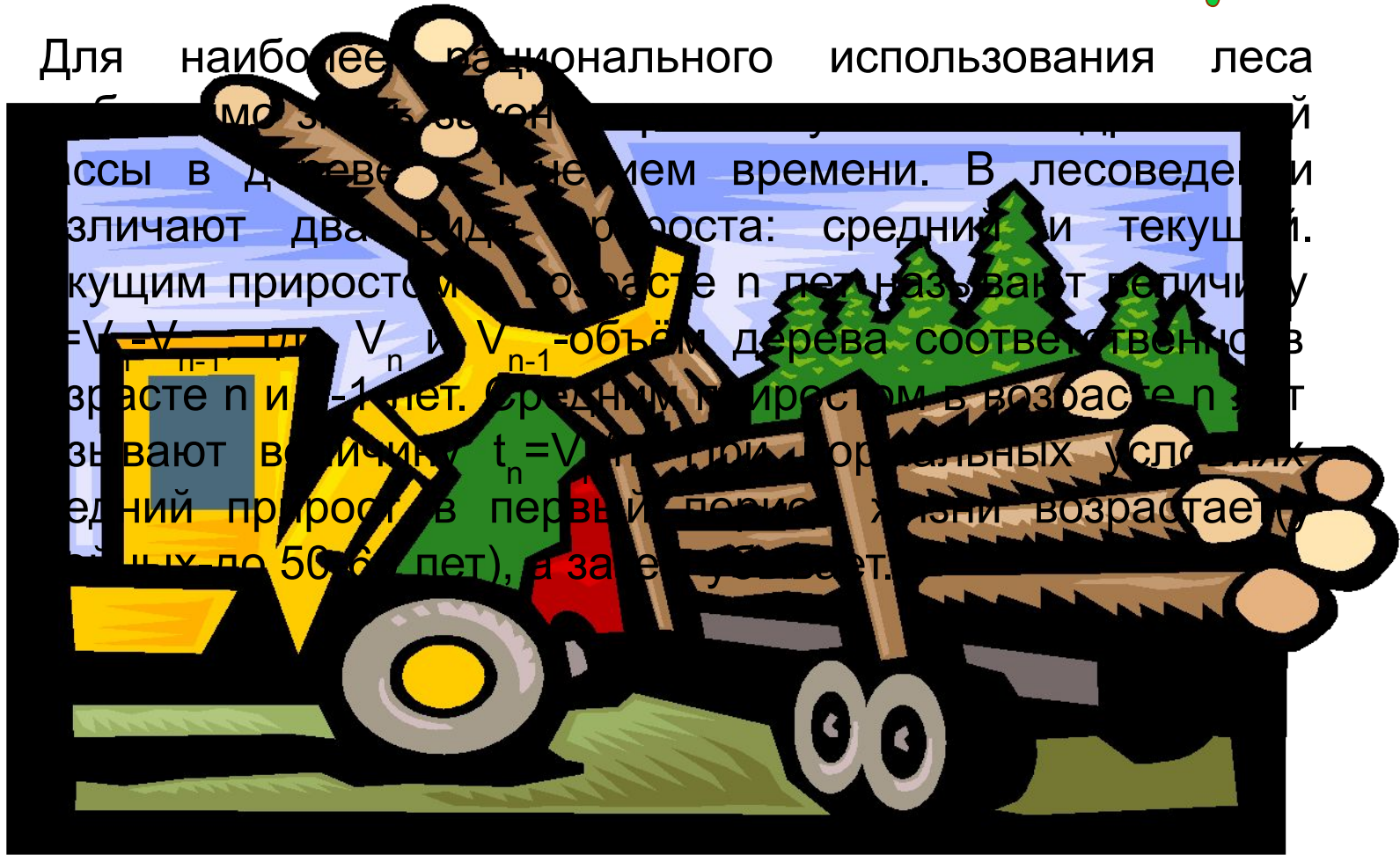
Профиль пчелиной ячейки -  
правильный шестиугольник, и он из  
всех возможных многоугольников с  
данной площадью имеет наименьший  
периметр, поэтому в результате  
эволюции сложилось так,  
что пчелы используют  
шестиугольник



# Математика в лесу

Для наиболее рационального использования леса

большую роль играет знание законов прироста древесины. Прирост древесины в деревьях происходит неравномерно в течение жизни. В лесоведении различают два вида прироста: средний и текущий. Текущим приростом в возрасте  $n$  лет называют величину  $\Delta V_n = V_n - V_{n-1}$ , где  $V_n$  и  $V_{n-1}$  — объём дерева соответственно в возрасте  $n$  и  $n-1$  лет. Средним приростом в возрасте  $n$  лет называют величину  $t_n = V_n/n$ . При нормальных условиях средний прирост в первый период жизни возрастает (до 50-60 лет), а затем уменьшается.





# Коэффициент полноты штабелей

Под коэффициентом полноты ( $\Delta$ ) понимается отношение объёма древесины в штабеле ( $V_{др}$ ) к геометрическому объёму штабеля ( $V_{шт}$ ).  $\Delta = V_{др} / V_{шт}$ .

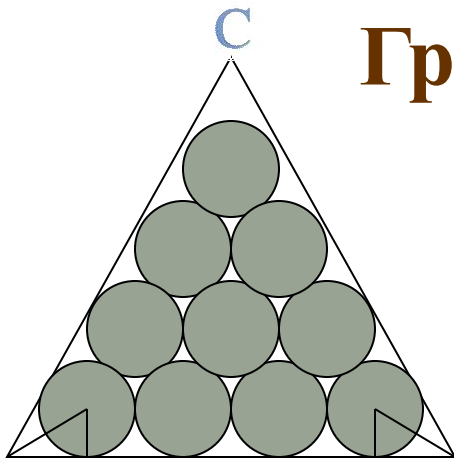
Найдём  $\Delta$ , считая все брёвна одинаковыми цилиндрами  $R=40$  см.;  $h$  (Длина брёвен) = 4 м.;  $m$  (количество брёвен в ряду) = 4;  $n$  (количество рядов) = 3.

$$V_{др} = \pi R^2 h; V_{др} = 3,14 \cdot 0,4^2 \cdot 4 = 5,024 \text{ м}^3$$

$$V_{шт} = mn \cdot (2R)^2 \cdot h; V_{шт} = 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 0,4^2 \cdot 4 = 30,72 \text{ м}^3;$$

$$\Delta = 12 \cdot 5,024 / 19,2 \cdot 4 = 0,785.$$

# Границы коэффициента полнодревесности



A

D

E

B

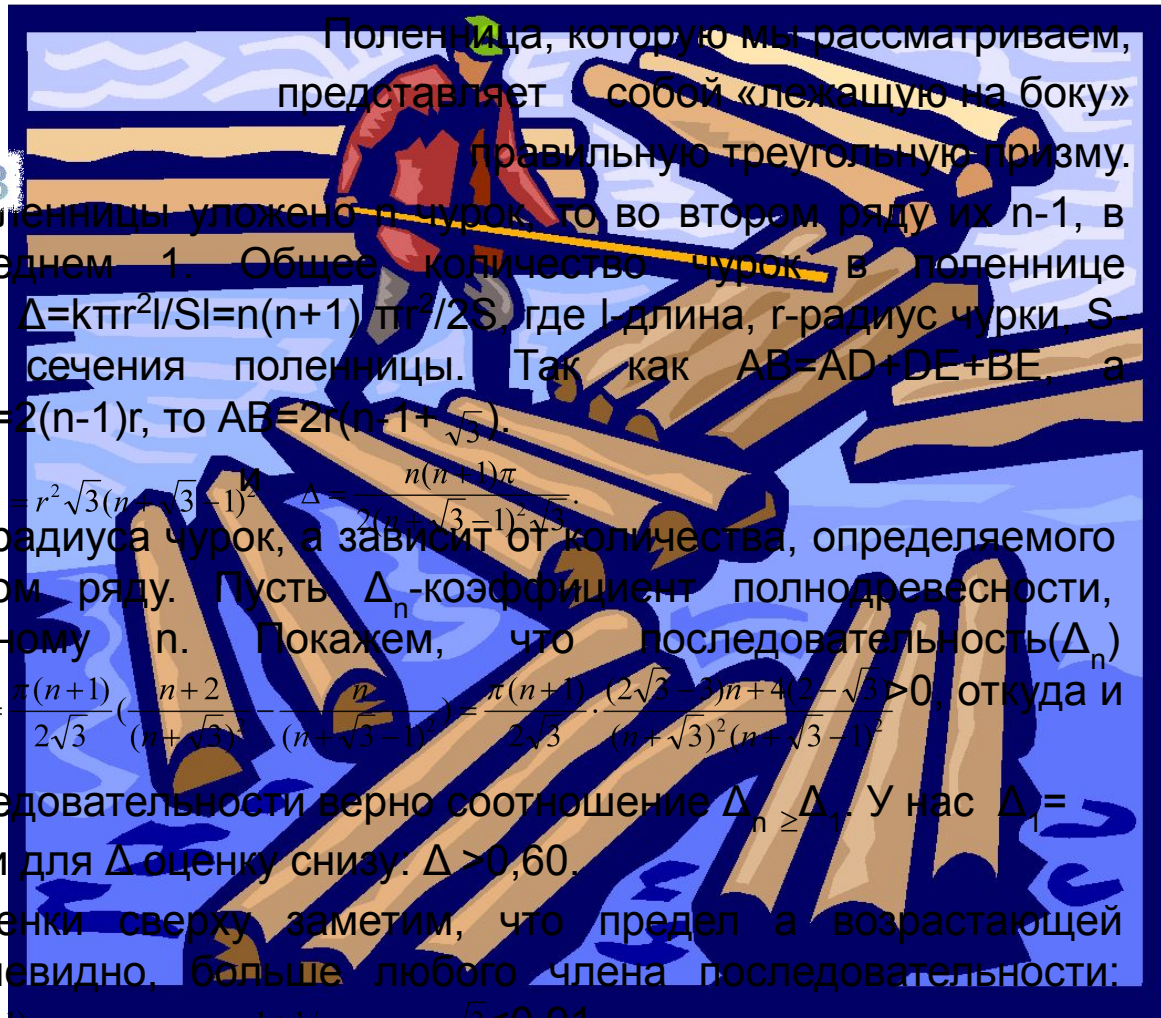
Если в первом ряду поленницы уложено  $n$  чурок, то во втором ряду их  $n-1$ , в третьем  $n-2$ , в последнем 1. Общее количество чурок в поленнице  $k=n+(n-1)+\dots+1=n(n+1)/2$ .  $\Delta=k\pi r^2/l/S=n(n+1)\pi r^2/2S$ , где  $l$ -длина,  $r$ -радиус чурки,  $S$ -площадь поперечного сечения поленницы. Так как  $AB=AD+DE+BE$ , а  $AD=BE=r\cdot\text{ctg}30^\circ=r\sqrt{3}$ ,  $DE=2(n-1)r$ , то  $AB=2r(n-1+\sqrt{3})$ .

Следовательно,  $S=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot AB^2=r^2\sqrt{3}(n-1+\sqrt{3})^2$ . И  $\Delta=\frac{n(n+1)\pi}{2(n-1+\sqrt{3})^2\sqrt{3}}$ .  
Значит,  $\Delta$  не зависит от радиуса чурок, а зависит от количества, определяемого числом  $n$  чурок в 1-ом ряду. Пусть  $\Delta_n$ -коэффициент полнодревесности, соответствующий данному  $n$ . Покажем, что последовательность  $(\Delta_n)$  возрастающая.  $\Delta_{n+1}-\Delta_n=\frac{\pi(n+1)}{2\sqrt{3}}\left(\frac{n+2}{(n+\sqrt{3})^2}-\frac{n}{(n+\sqrt{3}-1)^2}\right)=\frac{\pi(n+1)}{2\sqrt{3}}\cdot\frac{(2\sqrt{3}-3)n+4(2-\sqrt{3})}{(n+\sqrt{3})^2(n+\sqrt{3}-1)^2}>0$ , откуда и вытекает, что  $\Delta_{n+1}>\Delta_n$ .

Для возрастающей последовательности верно соотношение  $\Delta_n \geq \Delta_1$ . У нас  $\Delta_1 = \frac{\pi\sqrt{3}}{6} > 0,60$ . Мы получили для  $\Delta$  оценку снизу:  $\Delta > 0,60$ .

<sup>9</sup>Для получения оценки сверху заметим, что предел  $a$  возрастающей последовательности, очевидно, больше любого члена последовательности:

$$\Delta_n < a. \quad a = \lim_{n \rightarrow \infty} \Delta_n = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)}{(n+\sqrt{3}-1)^2} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+1/n}{(1+\sqrt{3}-1/n)^2} = \frac{\pi\sqrt{3}}{6} < 0,91.$$





# Объём леса долготьём

1-й способ: брёвна грузят в кузов машины, измеряют длину, ширину и высоту кузова и находят объём кузова по формуле  $V=a \cdot b \cdot c$ , где  $a$ -длина,  $b$ -ширина,  $c$ -высота. Для более точного объёма умножают найденный объём на коэффициент 0,8.

2-й способ: существует множество таблиц, по которым, зная длину бревна, диаметр в верхнем и нижнем спиле можно найти объём бревна.



# Объём поленицы

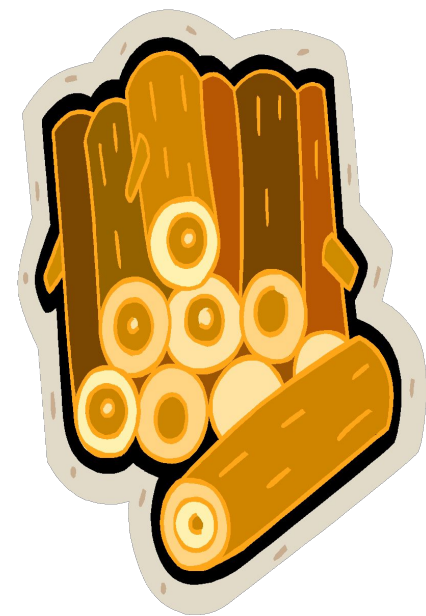
Объём поленицы можно найти по формуле:  $V=a \cdot c \cdot h$ .

**Задача.**

Найти объём поленицы, если известно, что  $a=1,5, b=2,3, h=1$  метр.

**Решение.**  $V=1,5 \cdot 2,5 \cdot 1=3,75$  (м<sup>3</sup>).

**Ответ.**  $V=3.75$  кубических метров.





# *Вывод:*

Брёвна и дрова на складах лесоматериалов укладываются в штабеля различной формы. Учёт уложенных в штабеля лесоматериалов ведётся с помощью коэффициента полноты штабеля, который зависит от вида штабеля и от количества брёвен.

# Математика на ферме

## Вычисление вместимости желоба

**Задача:** Водопойные желоба для овец сбиваются из двух одинаковых досок. Под каким углом следует сбивать доски, чтобы получить желоб наибольшего объёма?

**Решение:** Пусть доски имеют ширину  $a$ , и сбиты под углом  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 180$ ). Объем желоба пропорционален площади треугольника.  $S(\alpha) = \frac{a^2}{2} \sin \alpha$ ; поскольку  $\sin \alpha \leq 1$ ; при любом  $\alpha$ ,

то объем поилки максимален при  $\alpha = 90^\circ$ .

**Итак,** для наибольшего объёма желоба доски нужно сбивать под прямым углом.



**Задача:** Для изготовления водопойного желоба на животноводческой ферме взяли три одинаковые доски длиной 4 метра и шириной 25 сантиметров каждая. При каком значении  $\alpha$  получится желоб наибольшей вместимости?

**Решение:** Вместимость  $V(\text{м}^3)$  желоба равна произведению площади трапеции (поперечное сечение) ABCD и длины желоба. Зададим формулой зависимость вместимости желоба от угла  $\alpha$  при основании BC трапеции ABCD и заполним таблицу:

|                 |      |        |        |        |        |       |        |
|-----------------|------|--------|--------|--------|--------|-------|--------|
| $\alpha$        | 90   | 100    | 110    | 120    | 130    | 140   | 150    |
| $V, \text{м}^3$ | 0,25 | 0,2884 | 0,3156 | 0,3252 | 0,3148 | 0,284 | 0,2328 |

Рассмотрим случай, когда  $\alpha=100^\circ$ ,  $a=4\text{м}$ ,  $b=25\text{см}$ , то в поперечном сечении желоб будет иметь форму правильной трапеции. Площадь трапеции можно найти по формуле

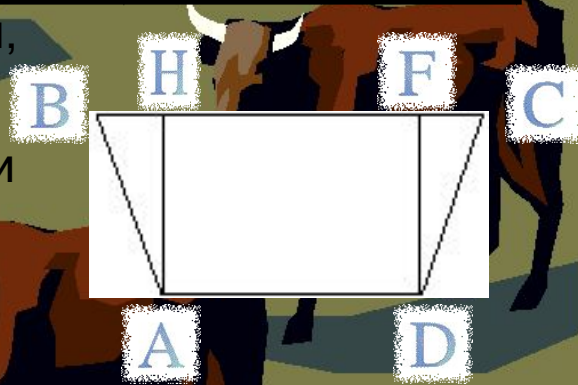
$S = \frac{1}{2}(AD + BC)AH$ , где AH-высота.

$AH = BA \cdot \cos 10^\circ = 25 \cdot 0.9848 = 24.62\text{см}$ ;

$BC = 2BH + AD = 2(\sin 10^\circ) \cdot 25 + 25 = 33.6846\text{см}$ ,

$S = 1/2 \cdot (33.6846 + 25) \cdot 24.62 = 0.0721\text{м}^2$ ;

$V = 0.0721 \cdot 4 = 0.2884\text{м}^3$ .



Остальные случаи рассматриваются аналогично. Результаты приведены в таблице. Итак, при значении угла  $\alpha=120^\circ$ , получается желоб наибольшей вместимости. Это подтвердил нам работник фермы Неупокоева Надежда Михайловна - летние поилки сбиваются именно под этим углом.





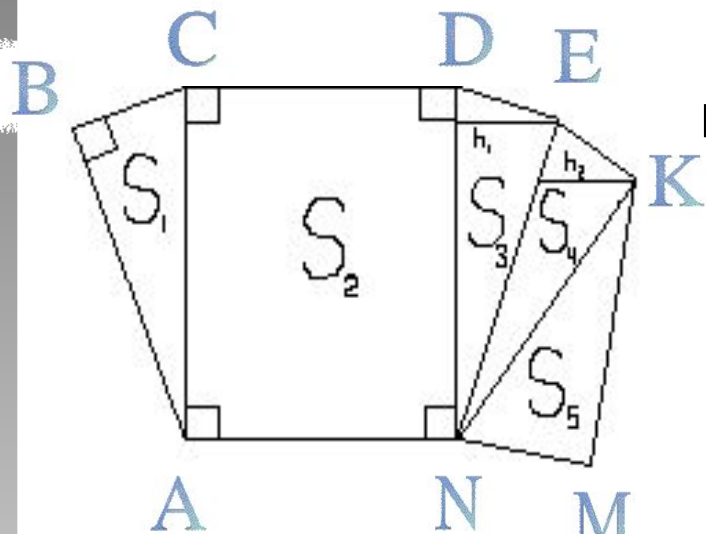
# Математика в поле

## Площадь поля

Площадь поля находится в зависимости от его формы. Если форма поля нестандартная (т.е. представима в виде простейших геометрических фигур), то его разбивают на простейшие геометрические фигуры, площади которых находятся уже по известным формулам.



# Найти площадь поля



Так как  $\triangle ABC$  - прямоугольный, то его площадь можно найти по формуле  $S = AB \cdot BC \cdot 1/2$ , если  $AB = 6,5\text{ м}$ ,  $BC = 3,6\text{ м}$ , то  $S = 6,5 \cdot 3,6 \cdot 1/2 = 11,7\text{ м}^2$ .

Так как  $CDAN$  прямоугольник, то  $S_{ANDC} = DC \cdot DN$ , если  $DC = 4,7\text{ м}$ ,  $DN = 7,5\text{ м}$ , то  $S_{ANDC} = 7,5 \cdot 4,7 = 32,25\text{ м}^2$ .

Аналогично находятся  $S_3$ ,  $S_4$ ,  $S_5$ .

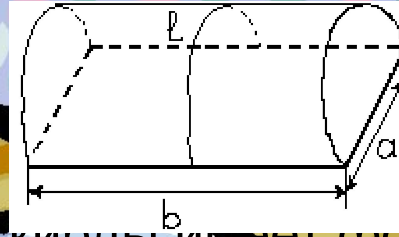
$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 11,7 + 32,25 + 14,25 + 10,64 + 7,625 = 76,46\text{ м}^2.$$

Ответ: Площадь поля равна  $76,46\text{ м}^2$ .

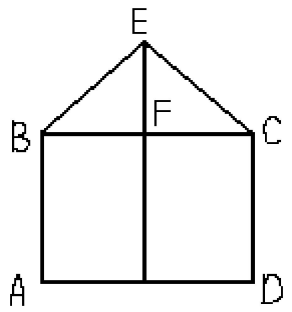


# Объём стога сена

формулой  $V \approx (0,52k - 0,44c)cl$ , где  $k$ -длина,  $l$ -длина скирды,  $c$ -её ширина.



Поперечное сечение скирды имеет форму, близкую к изображённой на рисунке.



Если  $AD=c, CD=h, EF=h_1$ . Тогда  $AB+BE+EC+CD=k$ . Обозначается  $EB=EC=l$ .  
 Площадь многоугольника  $S_{ABECD} = 1/2 ch_1 + ch = c(h + h_1 * 1/2)$ .  
 Воспользуемся и тем, что скирды островерхими не бывают, значит  $90^\circ \leq \angle BEC < 90^\circ$ . Если  $\angle BEC = 90^\circ$ , тогда  $h_1 = 0,5c, l_1 = 0,71c$ . Тогда  $k = 2h + 2l = 2h + 1,42c$ . Отсюда  $h = 0,50k - 0,71c$ ,  $S = c(0,50k - 0,46c)$ . Тогда объём скирды  $V = cl(0,50k - 0,46c)$ . Если  $\angle BEC = 120^\circ$ , то  $\angle ECB = \angle EBC = 30^\circ$ . Отсюда  $h = 0,50k - 0,58c, h_1 = 0,29c$ . Отсюда  $S = c(0,50k - 0,43c)$ , а  $V = cl(0,50k - 0,43c)$ .

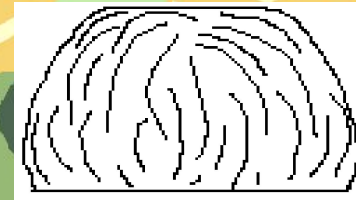


# Объём стогов сена

В нашем совхозе для каждого вида скирды имеется своя формула для вычисления объёма сена в скирде.

Плосковерхая скирда.

$$O = (0,52П - 0,44Ш) * Ш * Д$$



Кругловерхая скирда.

$$O = (0,52П - 0,46Ш) * Ш * Д$$

Острроверхая скирда.

$$O = \frac{П \cdot Ш}{4} \cdot Д$$



Замечание: ширина, длина и окружность измеряются на высоте 1 метр.



# Определение веса сена.

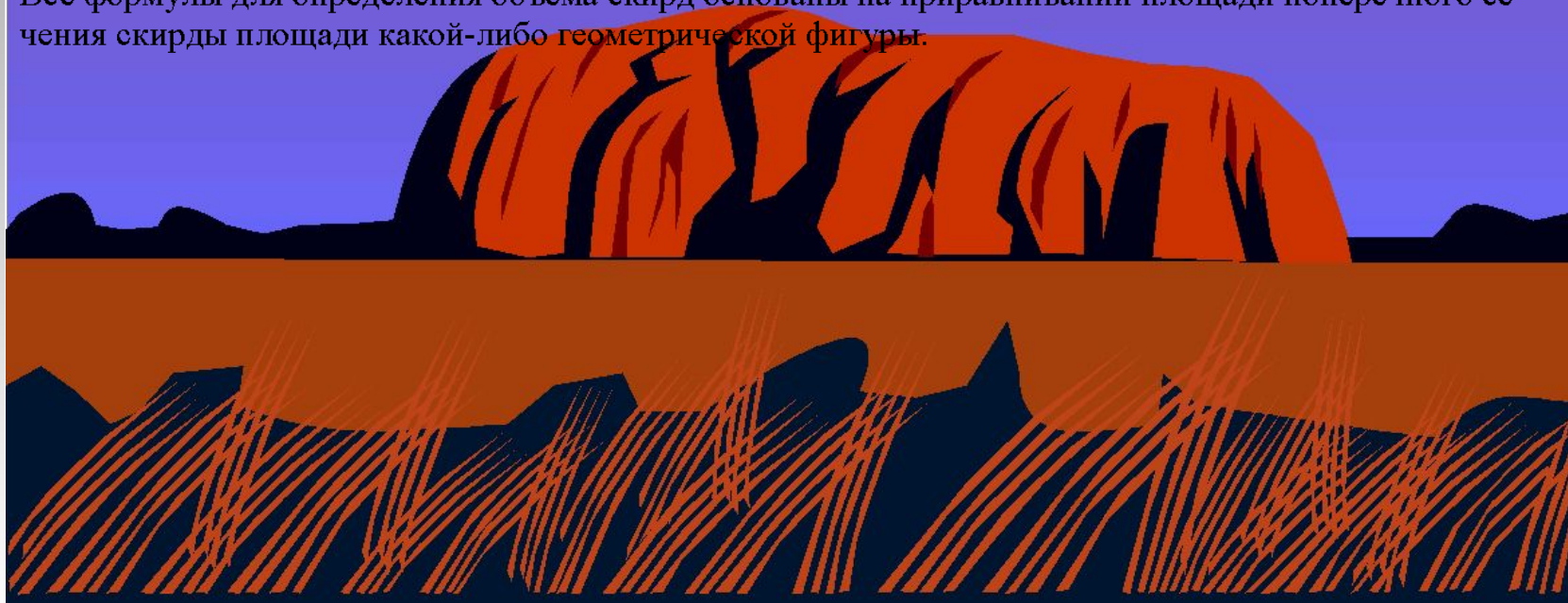
Вес =  $Q$  · удельный вес

*Замечание:* при обмере после трех дней укладки масса в  $1\text{ м}^3$  колеблется от 55 до 65 кг на  $1\text{ м}^3$ , после 10 дней 70-75 кг.

*Задача.* Для вычисления объема кругловерхой скирды можно воспользоваться формулой  $V \approx \frac{abh}{2}$ , где  $V$  – объем,  $a$  – ширина,  $b$  – длина,  $h$  – высота. Какой объем будет иметь скирда, если  $a \approx 5, b \approx 12,5, h \approx 3$ .

*Решение.* Если известны размеры, то найдем объем по данной формуле:  $V \approx \frac{5 \cdot 12,5 \cdot 3}{2} = 93,5\text{ м}^3$ .

Все формулы для определения объема скирд основаны на приравнении площади поперечного сечения скирды площади какой-либо геометрической фигуры.



## Математика на заправочной станции.

При хранении нефтепродуктов происходит их естественная потеря из-за испарения, которая пропорционально площади поверхности, с которой испаряются нефтепродукты. Для определения предельной нормы потери нефтепродуктов, хранящихся в горизонтальных цилиндрических резервуарах, площадь поверхности испарения должна вычисляться по ГОСТ, в предположении, что резервуар наполнен на 75% своего объема. Стандартная площадь поверхности испарения горизонтального цилиндрического резервуара с диаметром  $d$  и длиной  $l$ , находится по формуле:  $S=0,865 \cdot d \cdot l$ .



**Задача.** Выясним, насколько эмпирическая формула для вычисления площади поверхности испарения горючего в резервуарах цилиндрической формы, расположенных горизонтально, удовлетворяет потребностям практики.

**Решение.** Выясним насколько целесообразно применять эту формулу на практике.

Пусть длина цистерны  $AD = l$ . Тогда следует, что  $S = AB \cdot l$ .

Если пользоваться данной формулой, то  $AB = 0,865d \approx \frac{\sqrt{3}}{2}d$ .

Такое соотношение выполняется при  $\angle AOK = 60^\circ$  или  $\angle AOK = 120^\circ$

а это имеет место при  $\angle AOB = 120^\circ$  или  $\angle AOB = 240^\circ$ . При  $\angle AOB = 120^\circ$   $OK = \frac{d}{4}$  а

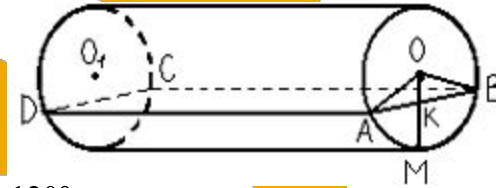
следовательно, и  $KM = \frac{d}{4}$  При  $\angle AOB = 240^\circ$   $KM = \frac{3d}{4}$

Глубину слоя горючего, наполняющего резервуар, принято называть стрелкой.

Таким образом, данная формула выведена в расчёте, что стрелка  $KM = \frac{d}{4}$  или  $KM = \frac{3d}{4}$

Совершенно очевидно, что такой уровень горючего в резервуаре может оказаться лишь в отдельных случаях. Выясним, насколько существенно отличается площадь испарения от указанной в формуле при значениях стрелки, отличных от указанных выше.

Произведенное исследование позволяет сделать вывод, что при  $\frac{d}{4} < KM < \frac{3d}{4}$  формула приемлема. При  $0 < KM < \frac{d}{4}$  и  $\frac{3d}{4} < KM < d$ , и по мере удаления значений стрелки  $KM$  от  $d/4$  и  $3d/4$  отклонения действительной площади испарения от площади, указанной в данной формуле, быстро растут и становятся весьма значительными.

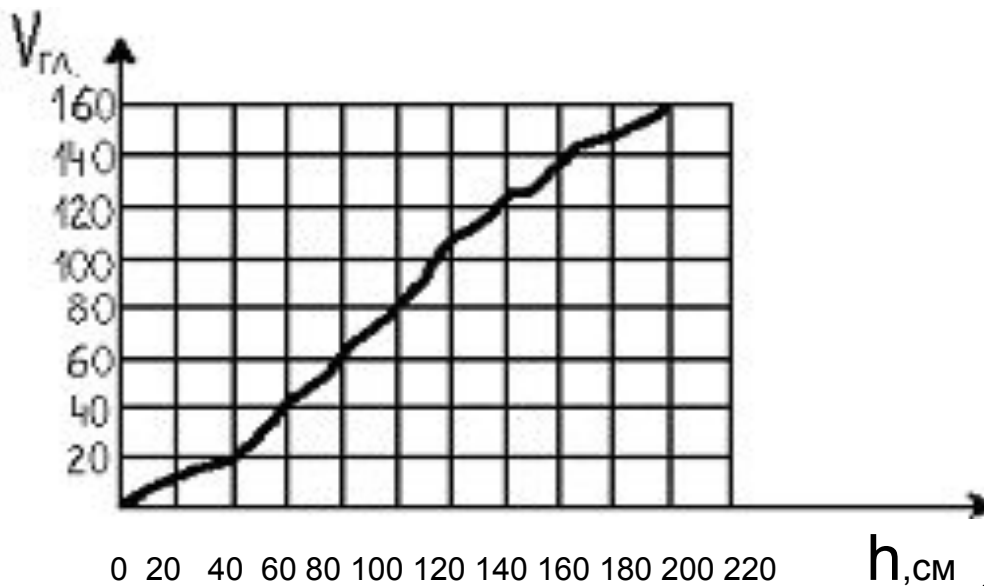


Для определения количества жидкости в цистерне, размеры которой: диаметр  $d=200\text{см}$ , длина  $l=500\text{см}$ , достаточно измерить высоту столба жидкости « $h$ » и воспользоваться графиком.

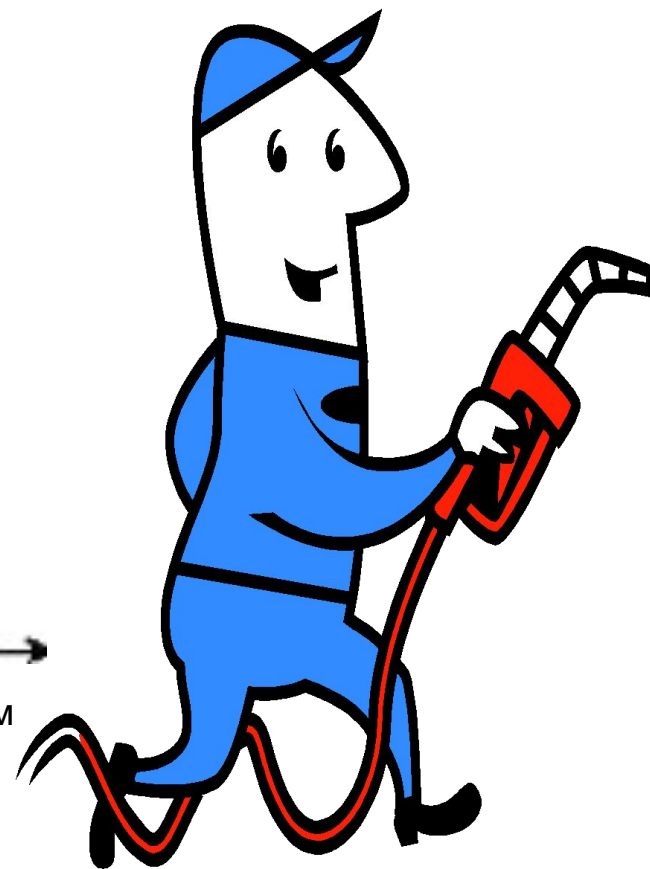
Задача. Найдём, используя график: сколько литров жидкости в цистерне, если высота столба жидкости равна:

а) 15 см; б) 25 см.

Решение. Воспользуемся графиком



Ответ: а)  $V=10\text{гл}$ , б)  $V=18\text{гл}$ .





# Прикладная математика дома

**Задача:** сколько потребуется килограммов краски для покраски пола кабинета?

**Решение:** так как пол кабинета математики имеет форму прямоугольника, то его площадь можно найти по формуле  $S=a*b$ , где  $a$  - длина,  $b$  - ширина. Измерив длину и ширину пола, получаем  $a=8,55\text{м}$ ,  $b=6,1\text{м}$ .  $S_k=52,155\text{м}^2$ .

На этикетке каждой банки краски написано, сколько краски требуется на квадратный метр. Средний расход краски равен 200г на  $1\text{м}^2$ .

Если количество нужной краски обозначить за  $K$ , то

$K= S_k * \text{расход краски}$ .

$K=52,155*0,2=10,431\text{кг}$ .

**Ответ:** для покраски пола потребуется 10,431 килограммов краски.

## Задача.

Пол комнаты, имеющий прямоугольную форму со сторонами 5,5 и 6м, нужно покрыть паркетом прямоугольной формы. Длина каждой дощечки паркета 30см, ширина 5 см. Сколько потребуется таких дощечек для покрытия всего пола?

## Решение.

Так как форма пола — прямоугольник, то его площадь можно найти по формуле  $S = a \cdot b$ .  $S_{\text{пола}} = 5,5 \cdot 6 = 33 \text{ м}^2 = 33000 \text{ см}^2$

так как форма дощечки паркета — прямоугольник, то ее площадь можно найти по формуле  $S = a \cdot b$ .  $S_{\text{дощечки}} = 30 \cdot 5 \text{ см} = 150 \text{ см}^2$

Обозначим количество дощечек —  $K$

$$K = 33000 \text{ см}^2 / 150 \text{ см}^2 = 2200$$

## Ответ.

Для покрытия пола паркетом нужно 2200 паркетных дощечек.



## Задача.

Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 15 см, для облицовки части стены, если длина стены 3 метра, высота 2,7 метра.

## Решение.

Найдем площадь плитки: так как плитка имеет форму квадрата, то её площадь равна  $S = a^2$ .  $S_{\text{плитки}} = 15^2 = 225 \text{ см}^2 = 0,0225 \text{ м}^2$ . Так как стена имеет форму прямоугольника, то её площадь равна  $S = a * b$ ,  $S_{\text{стены}} = 3 * 2,7 = 8,1 \text{ м}^2$ .

Обозначим количество плиток за  $K$ .

$$K = S_{\text{стены}} / S_{\text{плитки}}$$

$$K = 8,1 \text{ м}^2 / 0,0225 \text{ м}^2 = 360.$$

## Ответ.

Для облицовки стены потребуется 360 плиток

# Заключение

При изучении математики мне всегда хотелось узнать о её применении в жизни села, поэтому, работая над данной темой я поняла, что математика не существует отдельно от жизни: математические соотношения рассматриваются применительно к конкретным ситуациям, теоретические результаты сравниваются с приемами, распространёнными в практической деятельности.

