

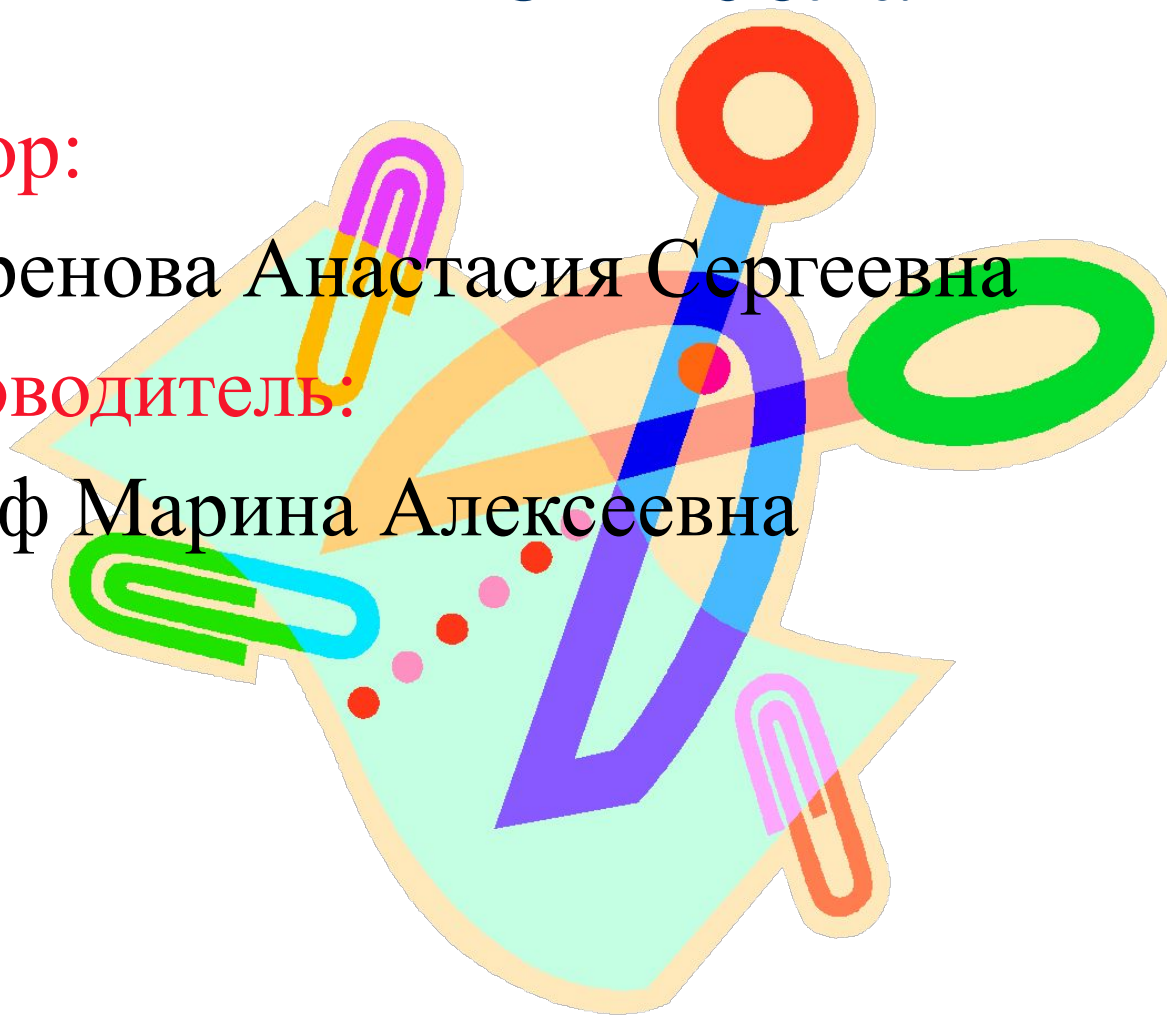
Прикладная математика в жизни села

Автор:

Лавренова Анастасия Сергеевна

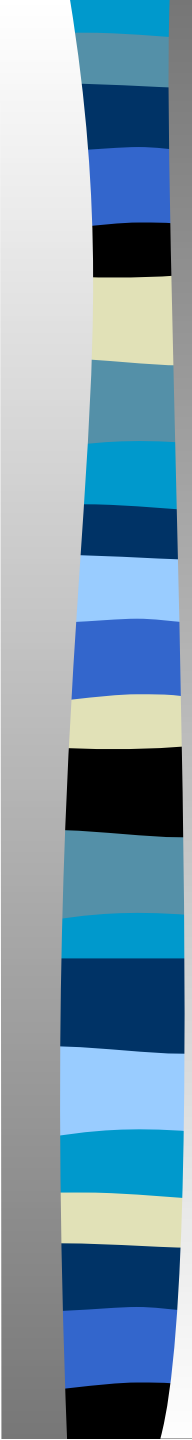
Руководитель:

Стюф Марина Алексеевна



Цель работы:

Анализ и применение
математических
соотношений
в практической
деятельности

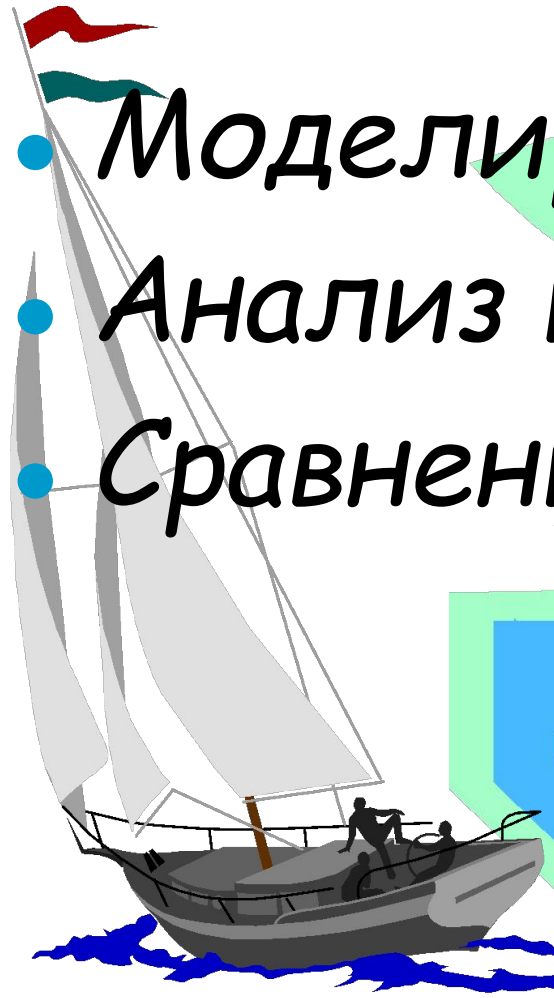


Задачи работы

- 
- Изучить литературу по данной теме;
 - Рассмотреть экстремальное свойство шестиугольных пчелиных сот;
 - Проверить опытным путем коэффициент полндровесности;
 - Исследовать зависимость объема желоба от угла наклона прибываемых досок;
 - Показать применение формул площади и объема;
 - Установить зависимость площади испарения в цистерне от глубины наполнения;
 - Рассчитать количество краски для ремонта;
 - Выполнить практический расчет необходимого количества плитки для облицовки стен.

Методы исследования:

- *Моделирование;*
- *Анализ и синтез;*
- *Сравнение.*



Геометрия пчелиных сот

«Странные общественные привычки и геометрические дарования пчёл не могли не привлечь внимание и не вызвать восхищение людей, наблюдавших плоды их деятельности».

Герман Вейль

«Далее этой ступени совершенства в архитектуре, естественный отбор не мог вести, потому что соты пчёл, — насколько мы в состоянии судить, абсолютно совершенны с точки зрения экономии труда и воска».

Чарльз Дарвин

Пчелиные соты представляют собой часть плоскости, покрытой правильными шестиугольниками.

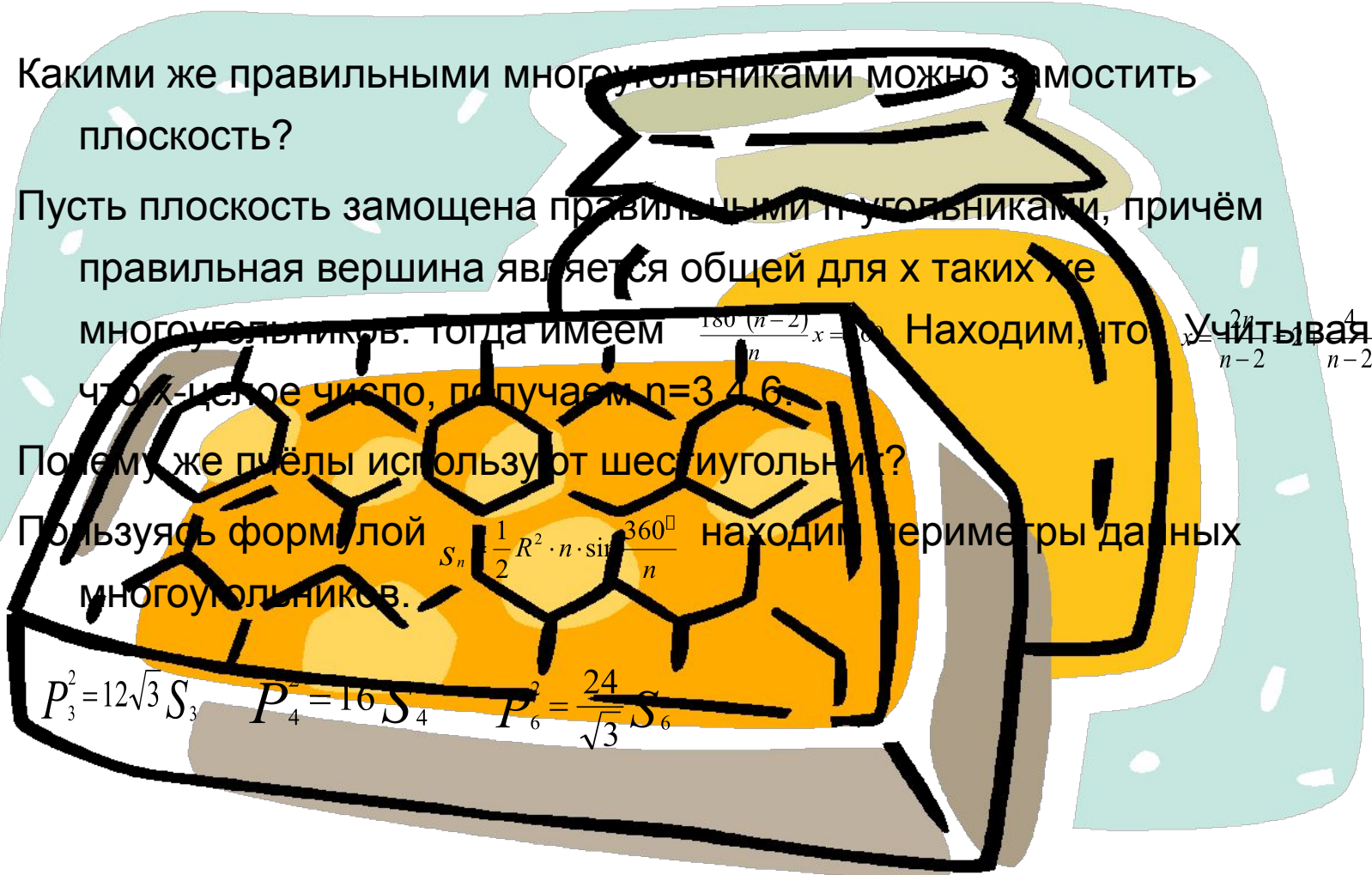
Какими же правильными многоугольниками можно замостить плоскость?

Пусть плоскость замощена правильными n -угольниками, причём правильная вершина является общей для x таких же n -угольников. тогда имеем $\frac{180^\circ(n-2)}{n} \cdot x = 360^\circ$. Находим, что $x = \frac{2n}{n-2}$. Учитывая, что x — целое число, получаем $n=3, 4, 6$.

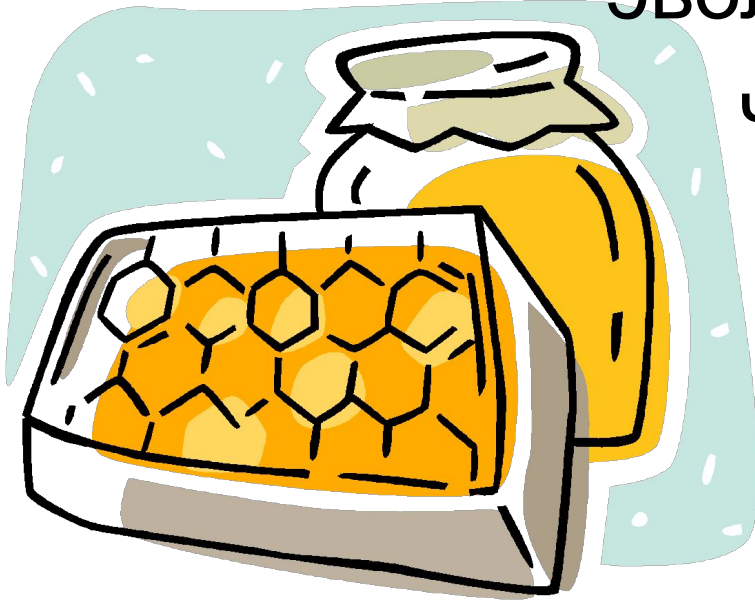
Почему же пчёлы используют шестиугольнички?

Пользуясь формулой $S_n = \frac{1}{2} R^2 \cdot n \cdot \sin \frac{360^\circ}{n}$ находим периметры данных многоугольников.

$$P_3^2 = 12\sqrt{3} S_3 \quad P_4^2 = 16 S_4 \quad P_6^2 = \frac{24}{\sqrt{3}} S_6$$



Профиль пчелиной ячейки -
правильный шестиугольник, и он из
всех возможных многоугольников с
данной площадью имеет наименьший
периметр, поэтому в результате
эволюции сложилось так,
что пчелы используют
шестиугольник



Математика в лесу

Для наиболее рационального использования леса

большую роль играет знание законов прироста древесины. Прирост древесины в деревьях происходит неравномерно в течение жизни. В лесоведении различают два вида прироста: средний и текущий. Текущим приростом в возрасте n лет называют величину $\Delta V_n = V_n - V_{n-1}$, где V_n и V_{n-1} — объём дерева соответственно в возрасте n и $n-1$ лет. Средним приростом в возрасте n лет называют величину $t_n = V_n/n$. При нормальных условиях средний прирост в первый период жизни возрастает (до 50-60 лет), а затем уменьшается.



Коэффициент полноты штабелей

Под коэффициентом полноты (Δ) понимается отношение объёма древесины в штабеле ($V_{др}$) к геометрическому объёму штабеля ($V_{шт}$). $\Delta = V_{др} / V_{шт}$.

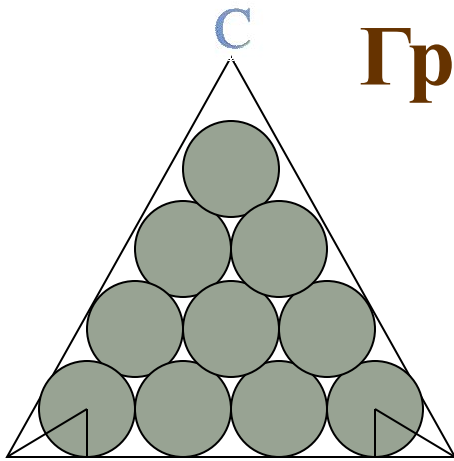
Найдём Δ , считая все брёвна одинаковыми цилиндрами $R=40$ см.; h (Длина брёвен) = 4 м.; m (количество брёвен в ряду) = 4; n (количество рядов) = 3.

$$V_{др} = \pi R^2 h; V_{др} = 3,14 \cdot 0,4^2 \cdot 4 = 5,024 \text{ м}^3$$

$$V_{шт} = mn \cdot (2R)^2 \cdot h; V_{шт} = 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 0,4^2 \cdot 4 = 30,72 \text{ м}^3;$$

$$\Delta = 12 \cdot 5,024 / 19,2 \cdot 4 = 0,785.$$

Границы коэффициента полнодревесности



A

D

E

B

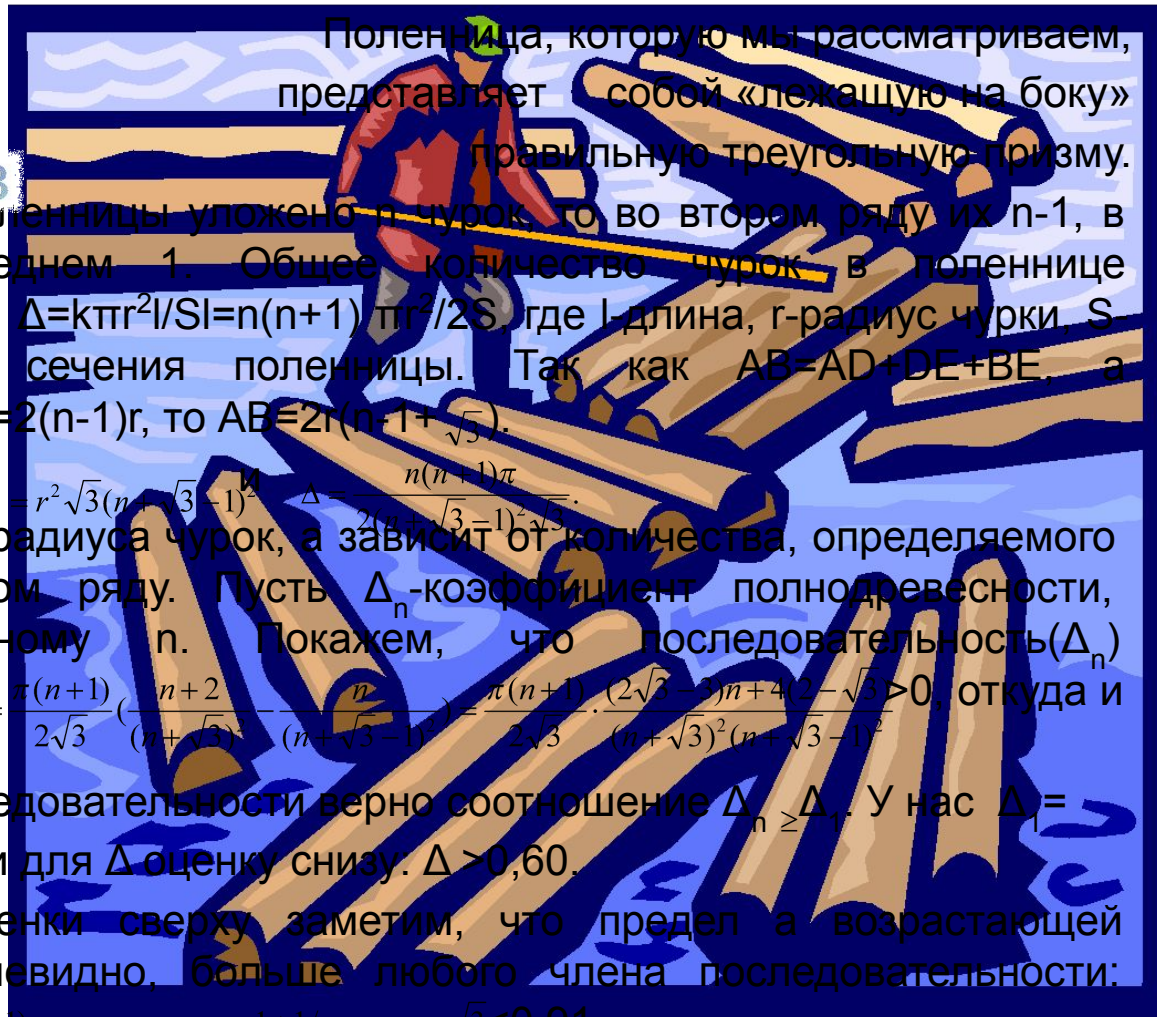
Если в первом ряду поленницы уложено n чурок, то во втором ряду их $n-1$, в третьем $n-2$, в последнем 1 . Общее количество чурок в поленнице $k=n+(n-1)+\dots+1=n(n+1)/2$. $\Delta=k\pi r^2/l/S=n(n+1)\pi r^2/2S$, где l -длина, r -радиус чурки, S -площадь поперечного сечения поленницы. Так как $AB=AD+DE+BE$, а $AD=BE=r\cdot\text{ctg}30^\circ=r\sqrt{3}$, $DE=2(n-1)r$, то $AB=2r(n-1+\sqrt{3})$.

Следовательно, $S=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot AB^2=r^2\sqrt{3}(n-1+\sqrt{3})^2$. И $\Delta=\frac{n(n+1)\pi}{2(n-1+\sqrt{3})^2\sqrt{3}}$.
 Значит, Δ не зависит от радиуса чурок, а зависит от количества, определяемого числом n чурок в 1-ом ряду. Пусть Δ_n -коэффициент полнодревесности, соответствующий данному n . Покажем, что последовательность (Δ_n) возрастающая. $\Delta_{n+1}-\Delta_n=\frac{\pi(n+1)}{2\sqrt{3}}\left(\frac{n+2}{(n+\sqrt{3})^2}-\frac{n}{(n+\sqrt{3}-1)^2}\right)=\frac{\pi(n+1)}{2\sqrt{3}}\cdot\frac{(2\sqrt{3}-3)n+4(2-\sqrt{3})}{(n+\sqrt{3})^2(n+\sqrt{3}-1)^2}>0$, откуда и вытекает, что $\Delta_{n+1}>\Delta_n$.

Для возрастающей последовательности верно соотношение $\Delta_n \geq \Delta_1$. У нас $\Delta_1 = \frac{\pi\sqrt{3}}{6} > 0,60$. Мы получили для Δ оценку снизу: $\Delta > 0,60$.

⁹Для получения оценки сверху заметим, что предел a возрастающей последовательности, очевидно, больше любого члена последовательности:

$$\Delta_n < a. \quad a = \lim_{n \rightarrow \infty} \Delta_n = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)}{(n+\sqrt{3}-1)^2} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+1/n}{(1+\sqrt{3}-1/n)^2} = \frac{\pi\sqrt{3}}{6} < 0,91.$$



Объём леса долготьём

1-й способ: брёвна грузят в кузов машины, измеряют длину, ширину и высоту кузова и находят объём кузова по формуле $V=a \cdot b \cdot c$, где a -длина, b -ширина, c -высота. Для более точного объёма умножают найденный объём на коэффициент 0,8.

2-й способ: существует множество таблиц, по которым, зная длину бревна, диаметр в верхнем и нижнем спиле можно найти объём бревна.



Объём поленицы

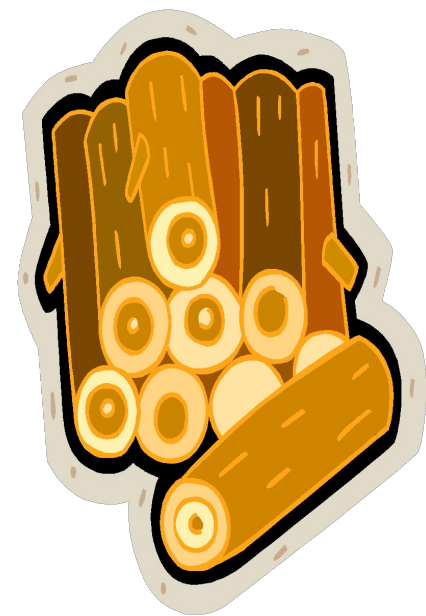
Объём поленицы можно найти по формуле: $V = a \cdot c \cdot h$.

Задача.

Найти объём поленицы, если известно, что $a = 1,5$, $b = 2,3$, $h = 1$ метр.

Решение. $V = 1,5 \cdot 2,5 \cdot 1 = 3,75$ (м³).

Ответ. $V = 3.75$ кубических метров.



Вывод:

Брёвна и дрова на складах лесоматериалов укладываются в штабеля различной формы. Учёт уложенных в штабеля лесоматериалов ведётся с помощью коэффициента полноты штабеля, который зависит от вида штабеля и от количества брёвен.

Математика на ферме

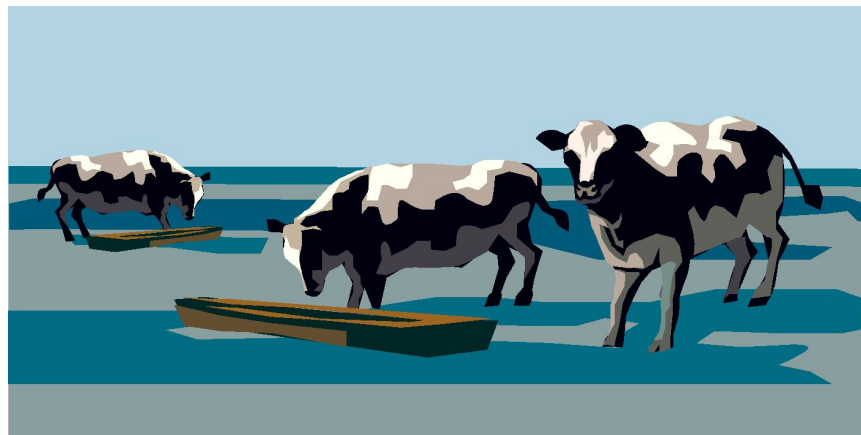
Вычисление вместимости желоба

Задача: Водопойные желоба для овец сбиваются из двух одинаковых досок. Под каким углом следует сбивать доски, чтобы получить желоб наибольшего объёма?

Решение: Пусть доски имеют ширину a , и сбиты под углом α ($0 < \alpha < 180$). Объем желоба пропорционален площади треугольника. $S(\alpha) = \frac{a^2}{2} \sin \alpha$; поскольку $\sin \alpha \leq 1$; при любом α ,

то объем поилки максимален при $\alpha = 90^\circ$.

Итак, для наибольшего объёма желоба доски нужно сбивать под прямым углом.



Задача: Для изготовления водопойного желоба на животноводческой ферме взяли три одинаковые доски длиной 4 метра и шириной 25 сантиметров каждая. При каком значении α получится желоб наибольшей вместимости?

Решение: Вместимость $V(\text{м}^3)$ желоба равна произведению площади трапеции (поперечное сечение) ABCD и длины желоба. Зададим формулой зависимость вместимости желоба от угла α при основании BC трапеции ABCD и заполним таблицу:

α	90	100	110	120	130	140	150
$V, \text{м}^3$	0,25	0,2884	0,3156	0,3252	0,3148	0,284	0,2328

Рассмотрим случай, когда $\alpha=100^\circ$, $a=4\text{м}$, $b=25\text{см}$, то в поперечном сечении желоб будет иметь форму правильной трапеции. Площадь трапеции можно найти по формуле

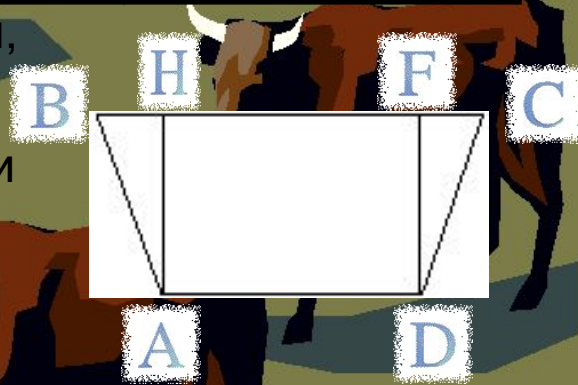
$S = \frac{1}{2}(AD + BC)AH$, где AH-высота.

$AH = BA \cdot \cos 10^\circ = 25 \cdot 0.9848 = 24.62\text{см}$;

$BC = 2BH + AD = 2(\sin 10^\circ) \cdot 25 + 25 = 33.6846\text{см}$,

$S = 1/2 \cdot (33.6846 + 25) \cdot 24.62 = 0.0721\text{м}^2$;

$V = 0.0721 \cdot 4 = 0.2884\text{м}^3$.



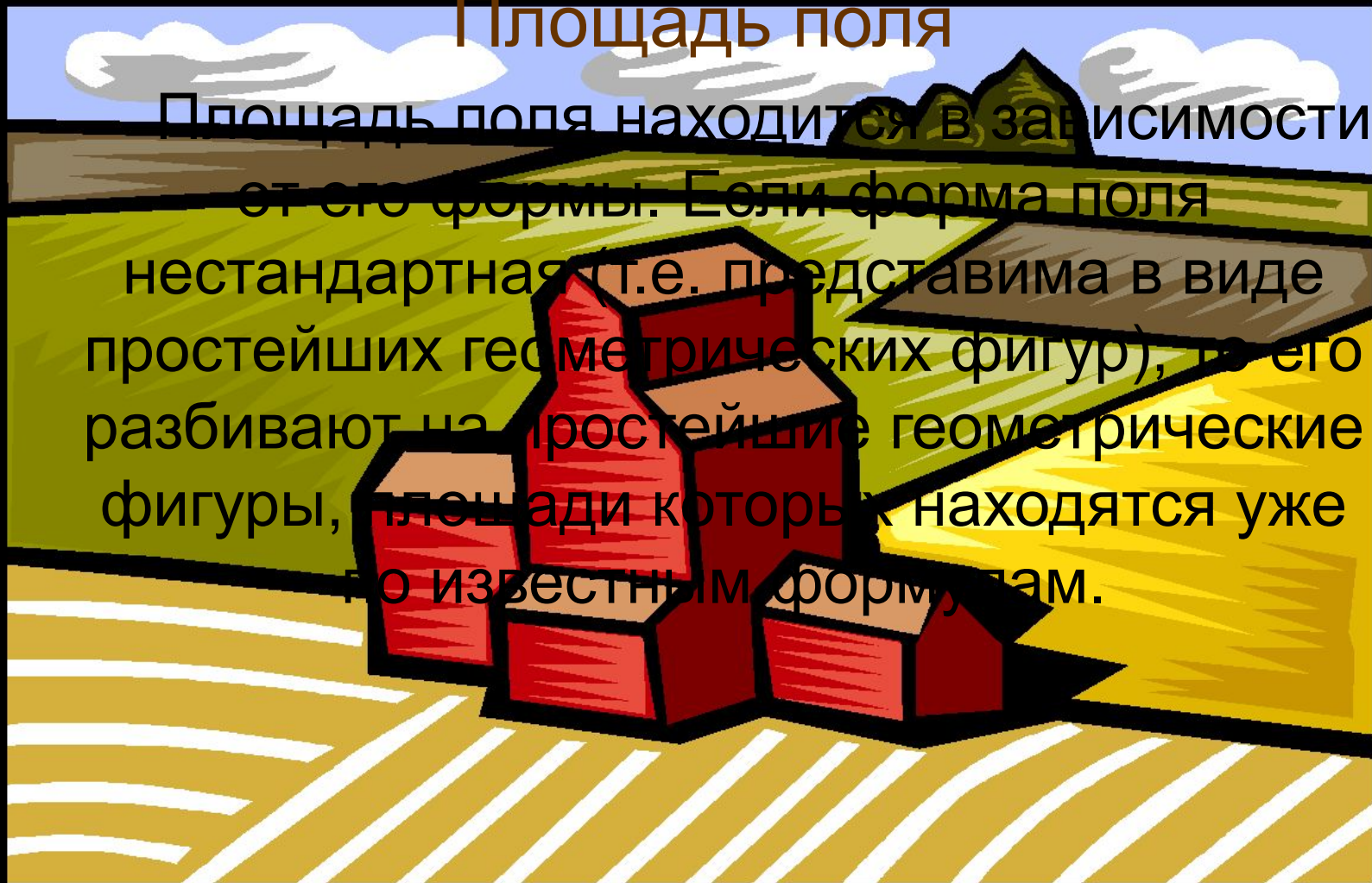
Остальные случаи рассматриваются аналогично. Результаты приведены в таблице. Итак, при значении угла $\alpha=120^\circ$, получается желоб наибольшей вместимости. Это подтвердил нам работник фермы Неупокоева Надежда Михайловна - летние поилки сбиваются именно под этим углом.



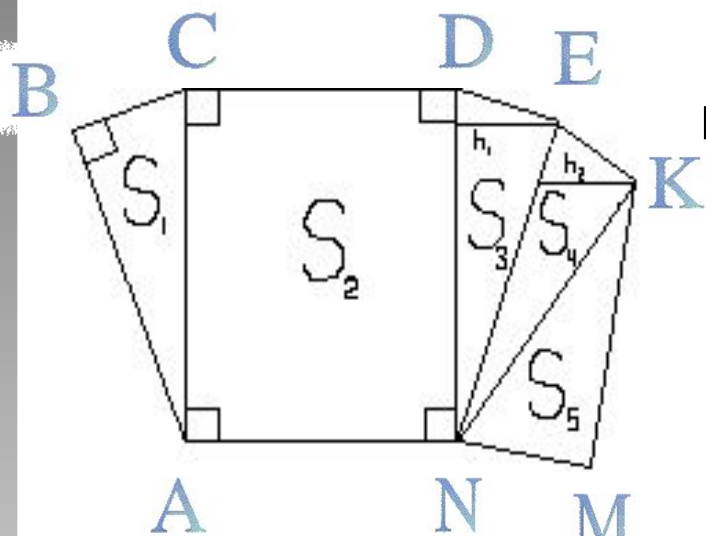
Математика в поле

Площадь поля

Площадь поля находится в зависимости от его формы. Если форма поля нестандартная (т.е. представима в виде простейших геометрических фигур), то его разбивают на простейшие геометрические фигуры, площади которых находятся уже по известным формулам.



Найти площадь поля



Так как $\triangle ABC$ - прямоугольный, то его площадь можно найти по формуле $S = AB \cdot BC \cdot 1/2$, если $AB = 6,5\text{ м}$, $BC = 3,6\text{ м}$, то $S = 6,5 \cdot 3,6 \cdot 1/2 = 11,7\text{ м}^2$.

Так как $CDAN$ прямоугольник, то $S_{ANDC} = DC \cdot DN$, если $DC = 4,7\text{ м}$, $DN = 7,5\text{ м}$, то $S_{ANDC} = 7,5 \cdot 4,7 = 32,25\text{ м}^2$.

Аналогично находятся S_3 , S_4 , S_5 .

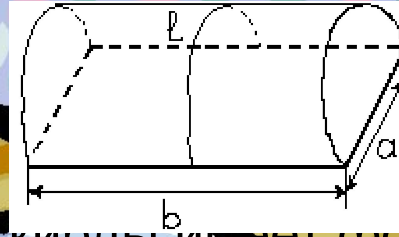
$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 11,7 + 32,25 + 14,25 + 10,64 + 7,625 = 76,46\text{ м}^2.$$

Ответ: Площадь поля равна $76,46\text{ м}^2$.

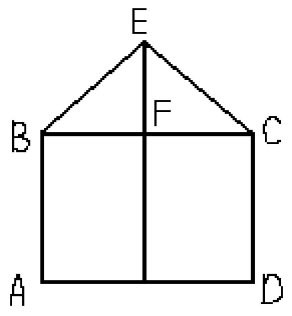


Объём стогов сена

формулой $V \approx (0,52k - 0,44c)cl$, где k -длина, l -длина скирды, c -её ширина.



Поперечное сечение скирды имеет форму, близкую к изображённой на рисунке.



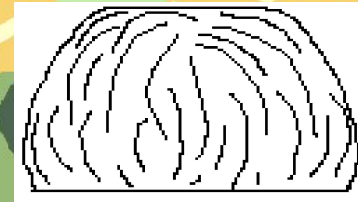
Если $\angle BEC = 90^\circ$, тогда $h_1 = c$, $CD = h$, $EF = h_1$. Тогда $k = AB + BE + EC + CD = k$. Обозначается $EB = EC = l_1$. Тогда $h_1 = c$. Тогда $h = 2c$. Тогда $k = 2c + 2c = 4c$. Тогда $S_{ABECD} = 1/2 ch_1 + ch = c(h + h_1 * 1/2)$. Воспользуемся и тем, что скирды островерхими не бывают, значит $90^\circ \leq \angle BEC < 120^\circ$. Если $\angle BEC = 90^\circ$, тогда $h_1 = c$, $l_1 = c$. Тогда $k = 2h + 2l_1 = 2c + 2c = 4c$. Отсюда $r = 0,50k - 0,46c$. Тогда $S = c(0,50k - 0,46c)$. Тогда объём скирды $V = cl(0,50k - 0,46c)$. Если $\angle BEC = 120^\circ$, то $\angle ECB = \angle BEC = 30^\circ$. Отсюда $h = 0,50k - 0,58c$, $h_1 = 0,29c$. Отсюда $S = c(0,50k - 0,43c)$, а $V = cl(0,50k - 0,43c)$.

Объём стогов сена

В нашем совхозе для каждого вида скирды имеется своя формула для вычисления объёма сена в скирде.

Плосковерхая скирда.

$$O = (0,52П - 0,44Ш) * Ш * Д$$



Кругловерхая скирда.

$$O = (0,52П - 0,46Ш) * Ш * Д$$

Острроверхая скирда.

$$O = \frac{П \cdot Ш}{4} \cdot Д$$



Замечание: ширина, длина и окружность измеряются на высоте 1 метр.

Определение веса сена.

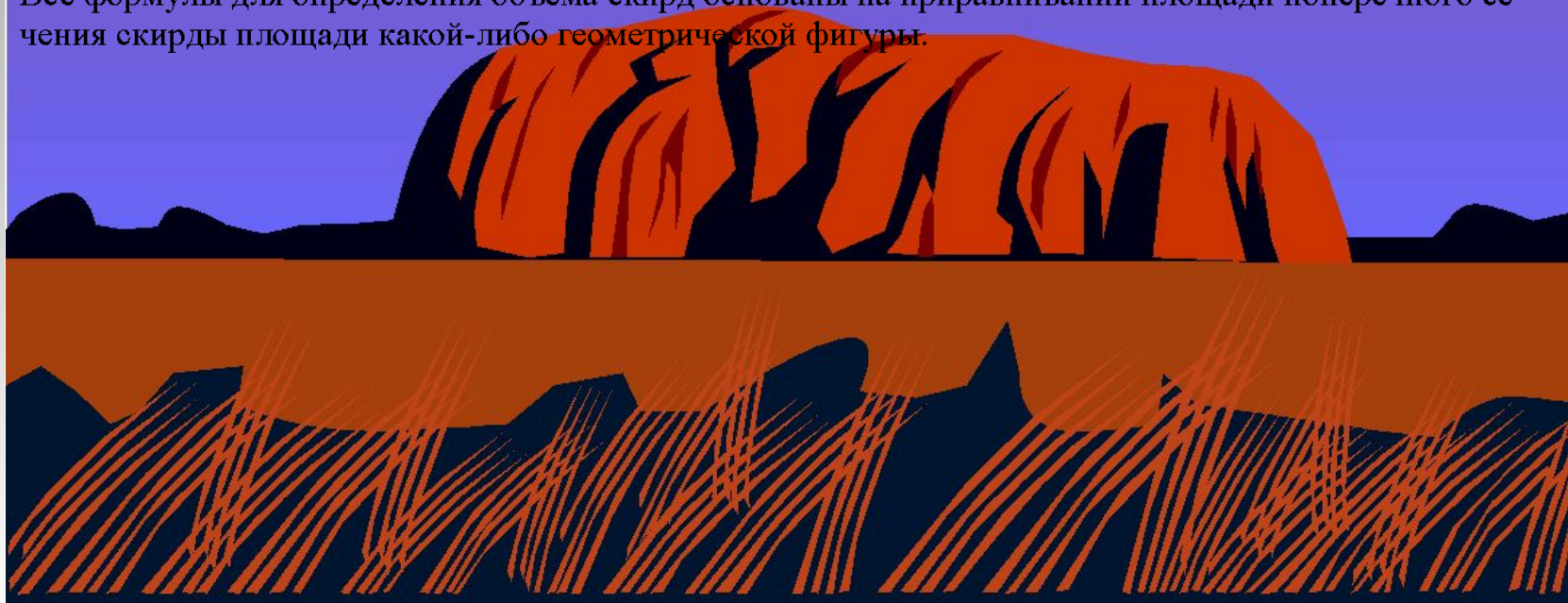
Вес = Q · удельный вес

Замечание: при обмере после трех дней укладки масса в 1 м^3 колеблется от 55 до 65 кг на 1 м^3 , после 10 дней 70-75 кг.

Задача. Для вычисления объема кругловерхой скирды можно воспользоваться формулой $V \approx \frac{abh}{2}$, где V – объем, a – ширина, b – длина, h – высота. Какой объем будет иметь скирда, если $a \approx 5, b \approx 12,5, h \approx 3$.

Решение. Если известны размеры, то найдем объем по данной формуле: $V \approx \frac{5 \cdot 12,5 \cdot 3}{2} = 93,5\text{ м}^3$.

Все формулы для определения объема скирд основаны на приравнении площади поперечного сечения скирды площади какой-либо геометрической фигуры.



Математика на заправочной станции.

При хранении нефтепродуктов происходит их естественная потеря из-за испарения, которая пропорциональна площади поверхности, с которой испаряются нефтепродукты. Для определения предельной нормы потери нефтепродуктов, хранящихся в горизонтальных цилиндрических резервуарах, площадь поверхности испарения должна вычисляться по ГОСТ, в предположении, что резервуар наполнен на 75% своего объема. Стандартная площадь поверхности испарения горизонтального цилиндрического резервуара с диаметром d и длиной l , находится по формуле: $S=0,865 \cdot d \cdot l$.



Задача. Выясним, насколько эмпирическая формула для вычисления площади поверхности испарения горючего в резервуарах цилиндрической формы, расположенных горизонтально, удовлетворяет потребностям практики.

Решение. Выясним насколько целесообразно применять эту формулу на практике.

Пусть длина цистерны $AD = l$. Тогда следует, что $S = AB \cdot l$.

Если пользоваться данной формулой, то $AB = 0,865d \approx \frac{\sqrt{3}}{2}d$.

Такое соотношение выполняется при $\angle AOK = 60^\circ$ или $\angle AOK = 120^\circ$

а это имеет место при $\angle AOB = 120^\circ$ или $\angle AOB = 240^\circ$. При $\angle AOB = 120^\circ$ $OK = \frac{d}{4}$ а

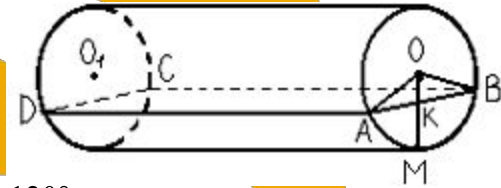
следовательно, и $KM = \frac{d}{4}$ При $\angle AOB = 240^\circ$ $KM = \frac{3d}{4}$

Глубину слоя горючего, наполняющего резервуар, принято называть стрелкой.

Таким образом, данная формула выведена в расчёте, что стрелка $KM = \frac{d}{4}$ или $KM = \frac{3d}{4}$

Совершенно очевидно, что такой уровень горючего в резервуаре может оказаться лишь в отдельных случаях. Выясним, насколько существенно отличается площадь испарения от указанной в формуле при значениях стрелки, отличных от указанных выше.

Произведенное исследование позволяет сделать вывод, что при $\frac{d}{4} < KM < \frac{3d}{4}$ формула приемлема. При $0 < KM < \frac{d}{4}$ и $\frac{3d}{4} < KM < d$, и по мере удаления значений стрелки KM от $d/4$ и $3d/4$ отклонения действительной площади испарения от площади, указанной в данной формуле, быстро растут и становятся весьма значительными.

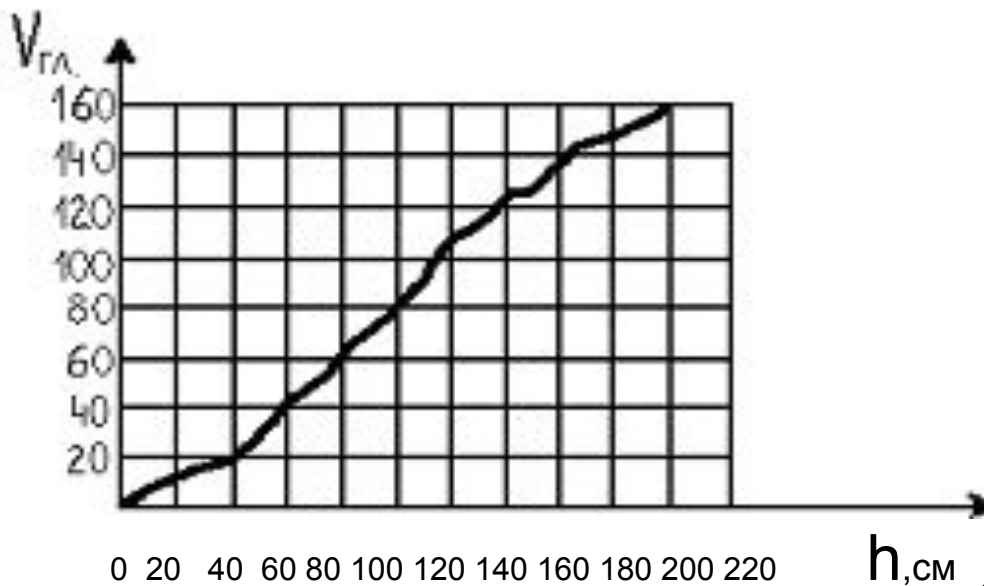


Для определения количества жидкости в цистерне, размеры которой: диаметр $d=200\text{см}$, длина $l=500\text{см}$, достаточно измерить высоту столба жидкости « h » и воспользоваться графиком.

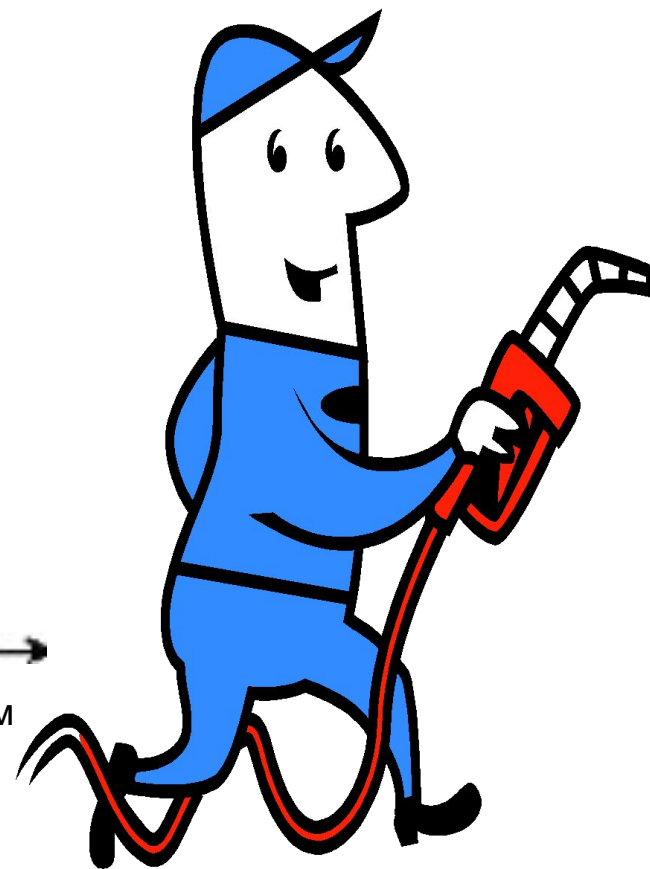
Задача. Найдём, используя график: сколько литров жидкости в цистерне, если высота столба жидкости равна:

а) 15 см; б) 25 см.

Решение. Воспользуемся графиком



Ответ: а) $V=10\text{л}$, б) $V=18\text{л}$.



Прикладная математика дома

Задача: сколько потребуется килограммов краски для покраски пола кабинета?

Решение: так как пол кабинета математики имеет форму прямоугольника, то его площадь можно найти по формуле $S=a*b$, где a - длина, b - ширина. Измерив длину и ширину пола, получаем $a=8,55\text{м}$, $b=6,1\text{м}$. $S_k=52,155\text{м}^2$.

На этикетке каждой банки краски написано, сколько краски требуется на квадратный метр. Средний расход краски равен 200г на 1м^2 .

Если количество нужной краски обозначить за K , то

$K= S_k * \text{расход краски}$.

$K=52,155*0,2=10,431\text{кг}$.

Ответ: для покраски пола потребуется 10,431 килограммов краски.

Задача.

Пол комнаты, имеющий прямоугольную форму со сторонами 5,5 и 6м, нужно покрыть паркетом прямоугольной формы. Длина каждой дощечки паркета 30см, ширина 5 см. Сколько потребуется таких дощечек для покрытия всего пола?

Решение.

Так как форма пола — прямоугольник, то его площадь можно найти по формуле $S = a \cdot b$. $S_{\text{пола}} = 5,5 \cdot 6 = 33 \text{ м}^2 = 33000 \text{ см}^2$

так как форма дощечки паркета — прямоугольник, то ее площадь можно найти по формуле $S = a \cdot b$. $S_{\text{дощечки}} = 30 \cdot 5 \text{ см} = 150 \text{ см}^2$

Обозначим количество дощечек — K

$$K = 33000 \text{ см}^2 / 150 \text{ см}^2 = 2200$$

Ответ.

Для покрытия пола паркетом нужно 2200 паркетных дощечек.



Задача.

Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 15 см, для облицовки части стены, если длина стены 3 метра, высота 2,7 метра.

Решение.

Найдем площадь плитки: так как плитка имеет форму квадрата, то её площадь равна $S = a^2$. $S_{\text{плитки}} = 15^2 = 225 \text{ см}^2 = 0,0225 \text{ м}^2$. Так как стена имеет форму прямоугольника, то её площадь равна $S = a * b$, $S_{\text{стены}} = 3 * 2,7 = 8,1 \text{ м}^2$.

Обозначим количество плиток за K .

$$K = S_{\text{стены}} / S_{\text{плитки}}$$

$$K = 8,1 \text{ м}^2 / 0,0225 \text{ м}^2 = 360.$$

Ответ.

Для облицовки стены потребуется 360 плиток

Заключение

При изучении математики мне всегда хотелось узнать о её применении в жизни села, поэтому, работая над данной темой я поняла, что математика не существует отдельно от жизни: математические соотношения рассматриваются применительно к конкретным ситуациям, теоретические результаты сравниваются с приемами, распространёнными в практической деятельности.

