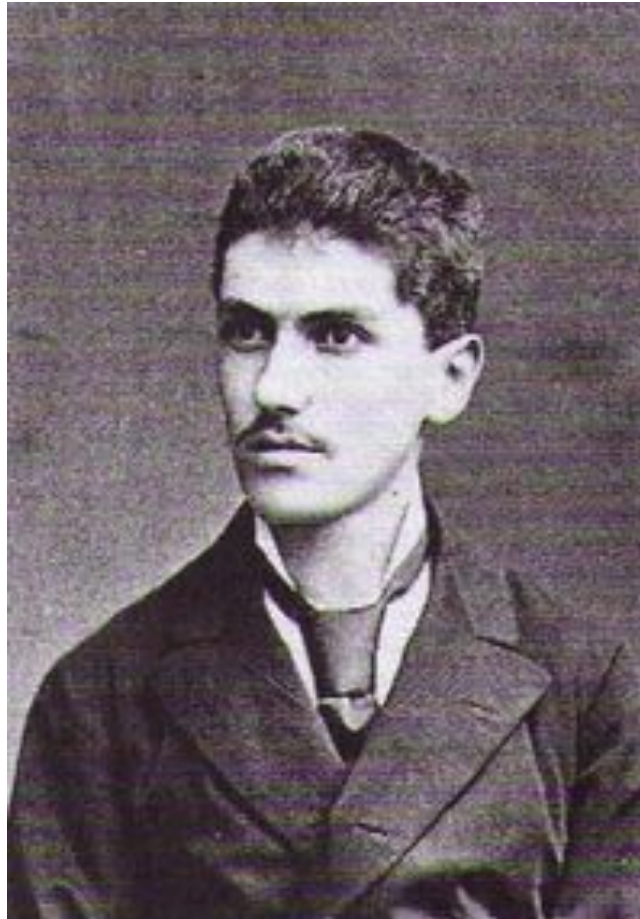




Применение Формулы Пика

Выполнил: Парфенов
Александр
ученик 8 «Б» класса
МБОУ «Лицей №124»
Учитель: Скрылева Н.Н.

Георг Пик



Формула Пика была открыта австрийским математиком Георгом Пиком в 1899г.

Краткая Биография.

Георг Александр Пик (10 августа 1859 — 13 июля 1942) — австрийский математик, родился в еврейской семье. Мать — Иозефа Шляйзингер, отец — Адольф Иозеф Пик.

Георга, который был одарённым ребёнком, обучал отец, возглавлявший частный институт. В 16 лет Георг закончил школу и поступил в Венский университет. В 20 лет получил право преподавать физику и математику. Шестнадцатого апреля 1880 года под руководством Лео Кёнигсбергера Пик защитил докторскую диссертацию «О классе абелевых интегралов». В Немецком университете в Праге в 1888 году Пик получил место экстраординарного профессора математики, затем в 1892-м стал ординарным профессором. В 1900—1901 годах занимал пост декана философского факультета.

С его именем связаны матрица Пика, интерполяция Пика — Неванлинны, лемма Шварца — Пика. 13 июля 1942 года Пик был депортирован в созданный нацистами в северной Чехии лагерь Терезиенштадт, где умер две недели спустя в возрасте 82 лет.

Формула Пика

Формула выполняется, если вершины многоугольника находятся в точках целочисленной решётки.

$$S = B + \Gamma / 2 - 1$$

B-количество целочисленных точек внутри многоугольника.

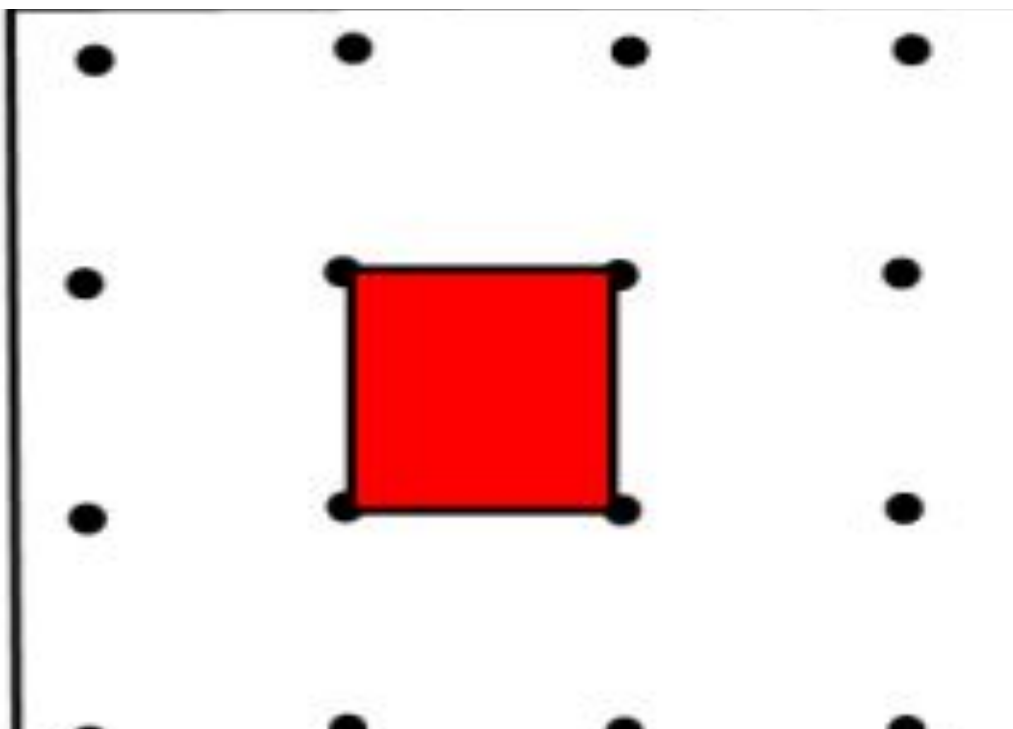
Г-количество целочисленных точек на границе многоугольника.

Доказательство Теоремы Пика.

Центральное место в наших рассуждениях будет занимать следующий факт. Если два данных многоугольника с вершинами в точках целочисленной решетки составляют один многоугольник, то соответствующие им числа R_1 и R_2 связаны с числом R для многоугольника, составленного из двух данных, равенством $R = R_1 + R_2$

Доказательство Теоремы Пика.

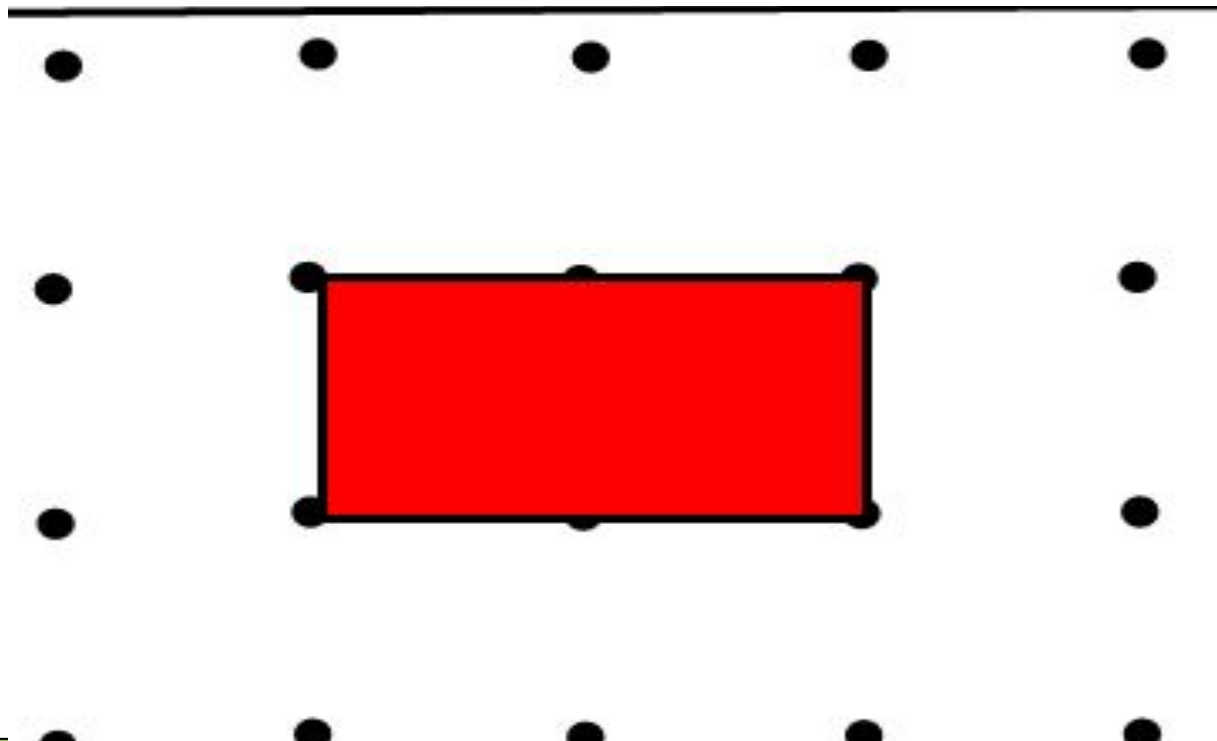
Сначала заметим, что формула Пика верна для единичного квадрата. Действительно, в этом случае мы имеем $V=0$, $\Gamma=4$,
 $S=V+\Gamma/2-1=1$



Доказательство Теоремы Пика.

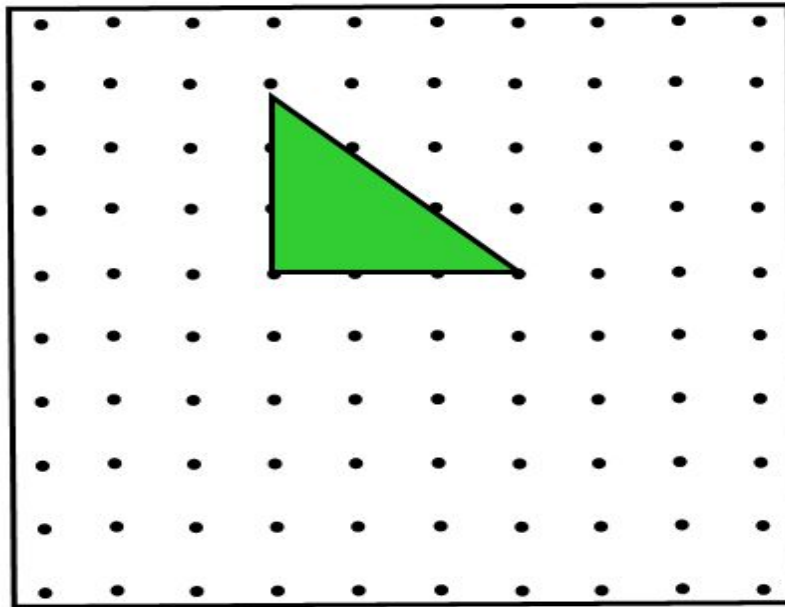
Рассмотрим прямоугольник со сторонами, лежащими на линиях решетки. Пусть длины его сторон равны a и b . Имеем в этом случае

$V = (a-1)(b-1)$, $\Gamma = 2a+2b$, по формуле Пика $S = (a-1)(b-1) + a + b - 1 = ab$



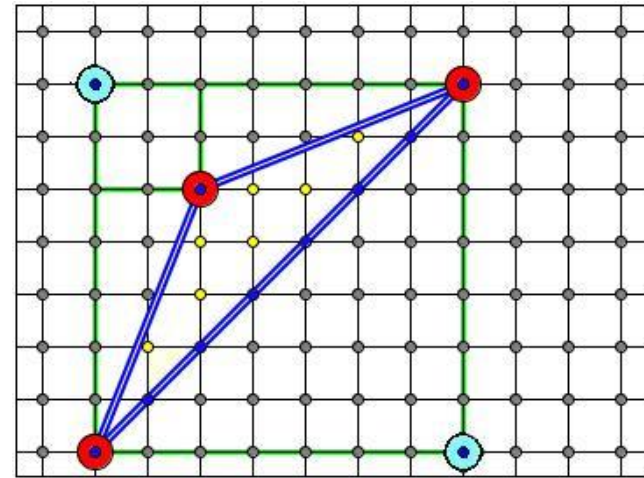
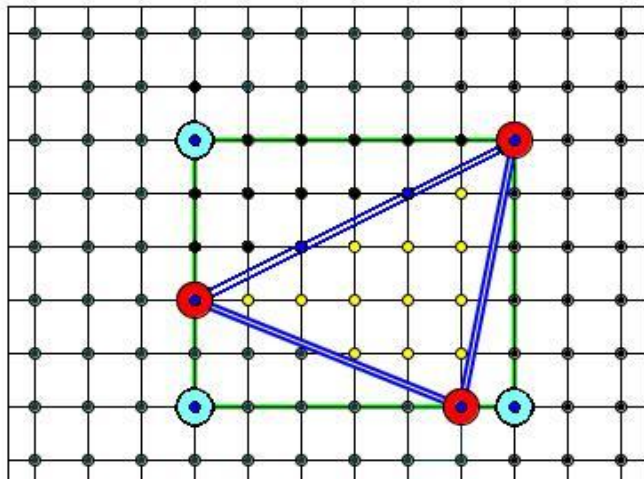
Доказательство Теоремы Пика.

Рассмотрим теперь прямоугольный треугольник с катетами, лежащими на осях координат. Такой треугольник получается из прямоугольника со сторонами a и b , рассмотренного в предыдущем случае, разрезанием его по диагонали. Пусть на диагонали лежат Γ целочисленных точек. Тогда для этого случая $V = (b - 1)$, $\Gamma = \frac{\Gamma = 2a + 2b}{2} + c - 1$ и получаем, что $S = a * b / 2$

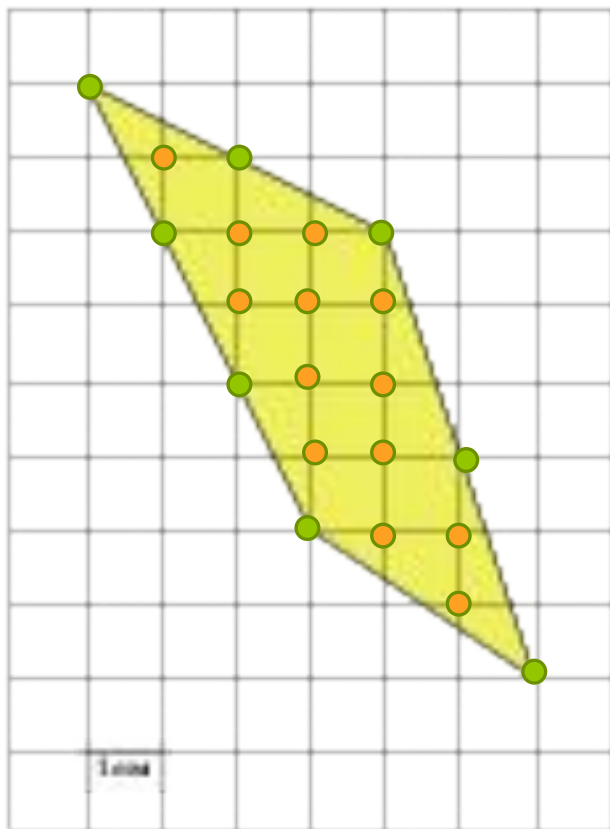


Доказательство Теоремы Пика.

Теперь рассмотрим произвольный треугольник. Его можно получить, отрезав от прямоугольника несколько прямоугольных треугольников и, возможно, прямоугольник (см. рисунки). Поскольку и для прямоугольника, и для прямоугольного треугольника формула Пика верна, мы получаем, что она будет справедлива и для произвольного треугольника.

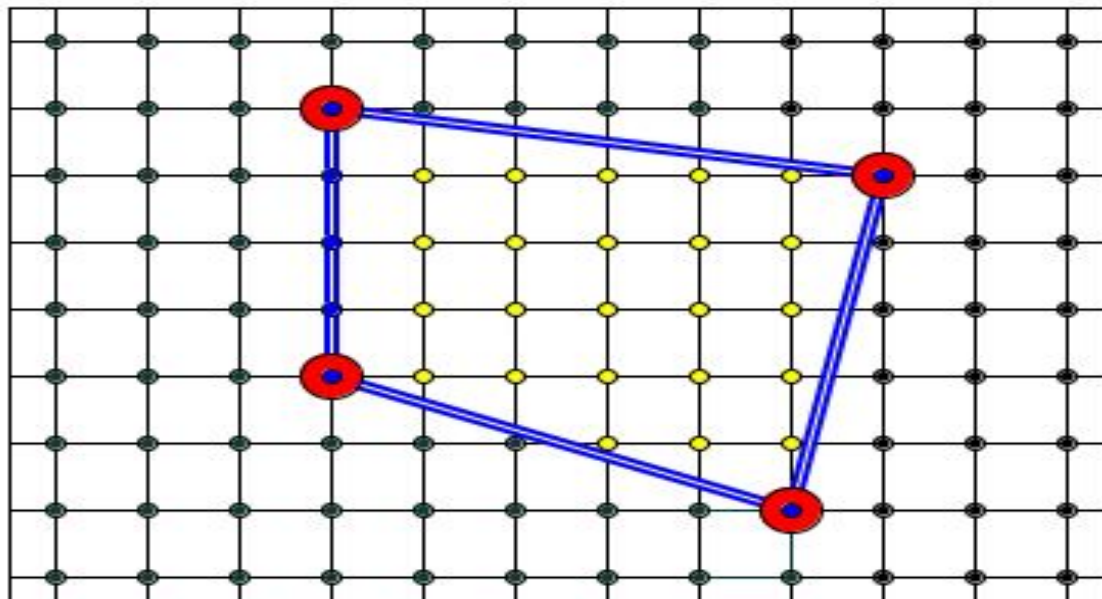


Решётки. Узлы.



Узлы на гранях многоугольника – **Зелёные (Б)**
Внутренние узлы многоугольника –
Оранжевые (Г)

Пример.



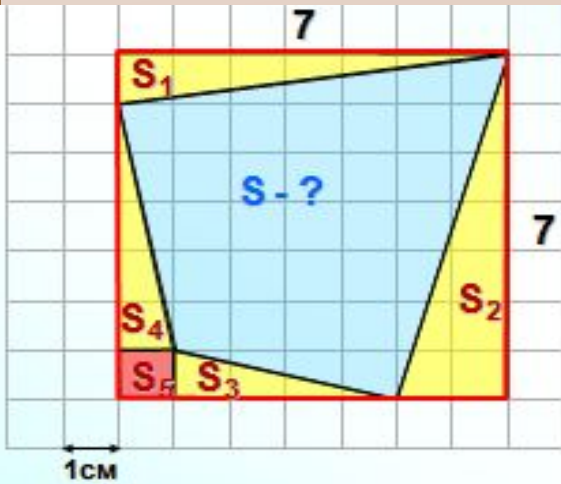
Для многоугольника на рисунке $V=23$ (желтые точки),
 $\Gamma=7$ (Синие точки), поэтому $S=V+\Gamma/2-1=23+2,5=25,5$
квадратных единиц.

1) На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см х 1 см изображен четырех угольник. Найдите его площадь в квадратных сантиметрах

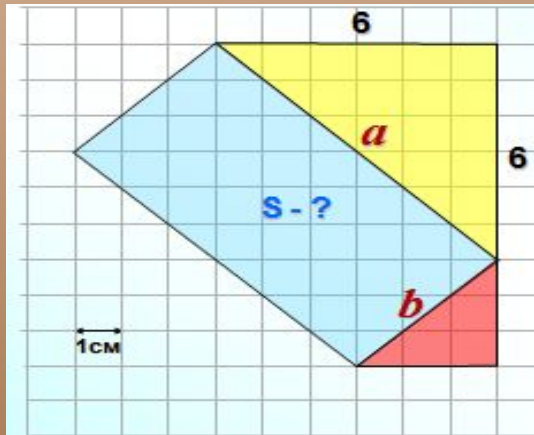
Рисунок

По формуле геометрии

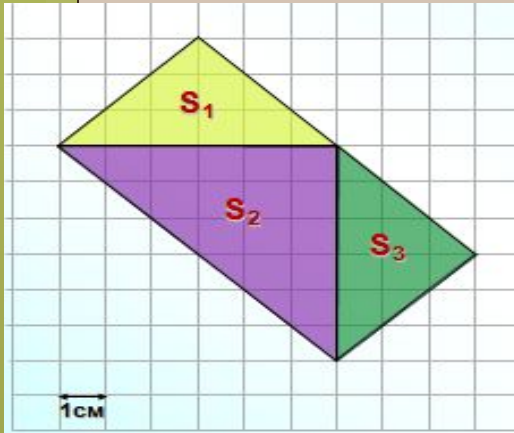
По формуле Пика



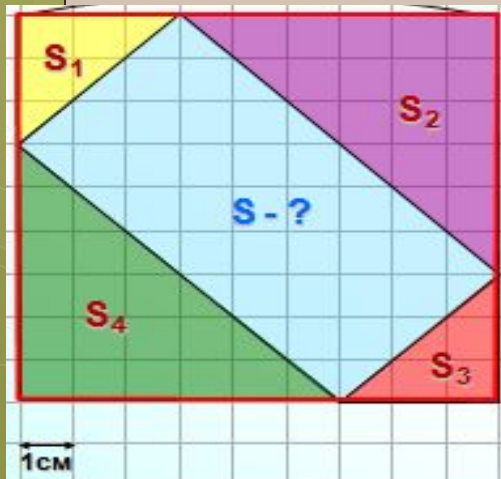
2) На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см х 1 см изображен четырех угольник. Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



3) На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см x 1 см изображен четырех угольник. Найдите его площадь в квадратных сантиметрах



4) На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см x 1 см изображен четырех угольник. Найдите его площадь в квадратных сантиметрах

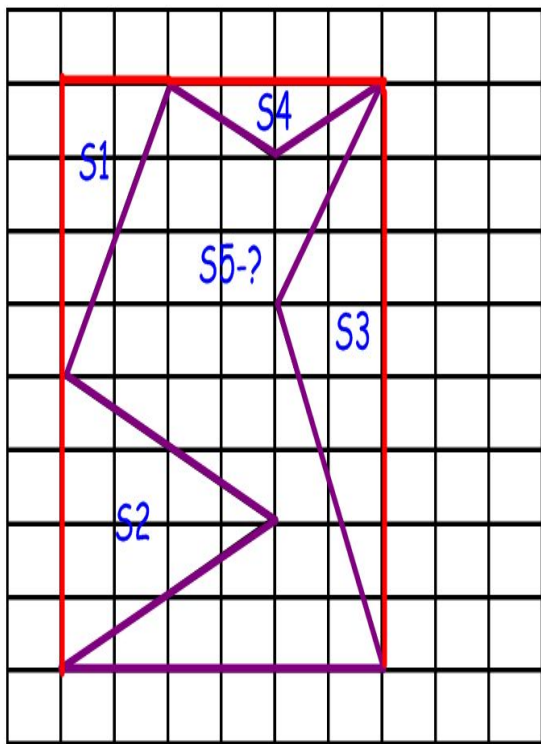


5) На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см x 1 см изображен четырехугольник. Найдите его площадь в квадратных сантиметрах

Рисунок

По формуле геометрии

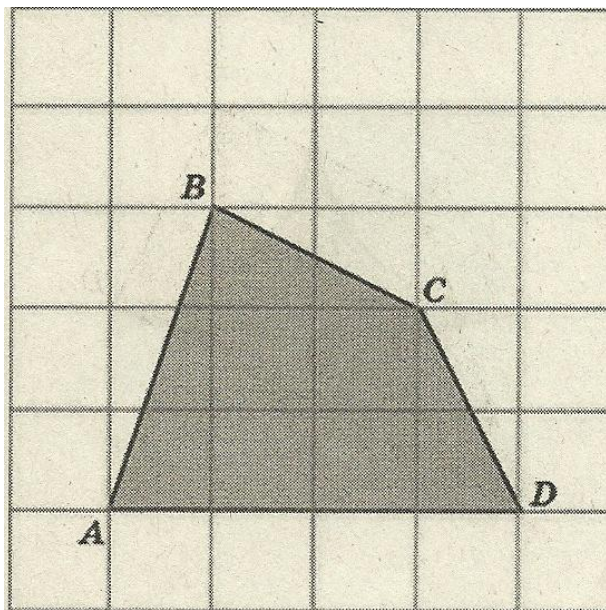
По формуле Пика



Задачи

№1

Найдите площадь четырёхугольника ABCD



Решение. По формуле Пика: $S = B + \Gamma/2 - 1$

$$B = 5, \quad \Gamma = 7$$

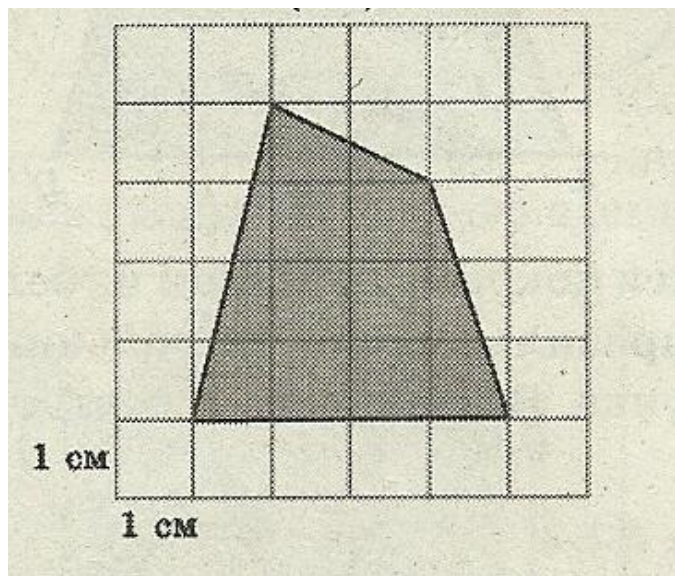
$$S = 5 + 7/2 - 1 = 7,5 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: 7,5 см².

Задачи

№2

Найдите площадь лесного массива (в м²), изображённого на плане с квадратной сеткой 1 × 1(см) в масштабе 1 см – 200 м



Решение. Найдём S четырёхугольника, изображенного на клетчатой бумаге по формуле Пика: $V + \Gamma / 2 - 1$

$$V = 8, \Gamma = 7. \quad S$$