

Применение графов

Кабанова Екатерина, Карташова Юлия.
г. Елец, Липецкой области, МОУ лицей №5,
8 «Б» класс.

В ТАКИХ ВЕЩАХ

Вероятностно – статистическая линия становится сегодня неотъемлемой частью школьного курса математики. Не исключено, что задачи, связанные с вычислением вероятности, войдут в материалы ЕГЭ. Но способы их решения обычно специфичны и требуют прочного знания специальной теории.

Цель данной работы:

Показать возможность использования графов для вычисления вероятностей в различных случаях и упрощения решения

Задачи работы:

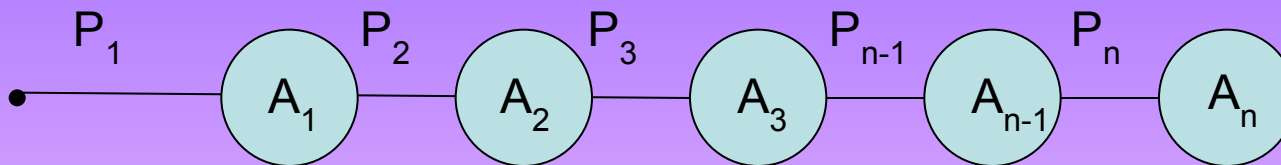
- Познакомиться с необходимой теорией, связывающей графы и вероятность;
- Рассматривая различные примеры, убедиться в возможности нахождения вероятностей с помощью графов.

ГИПОТЕЗА:

Графы помогают легко находить вероятность в задачах различного уровня сложности.

Определение

Граф называется вероятностным, если с каждым ребром графа исходов некоторого испытания записать вероятность события, соответствующего его начальной вершине ребра (ориентация рёбер задаётся, например, на дереве, расстоянием от его корня).



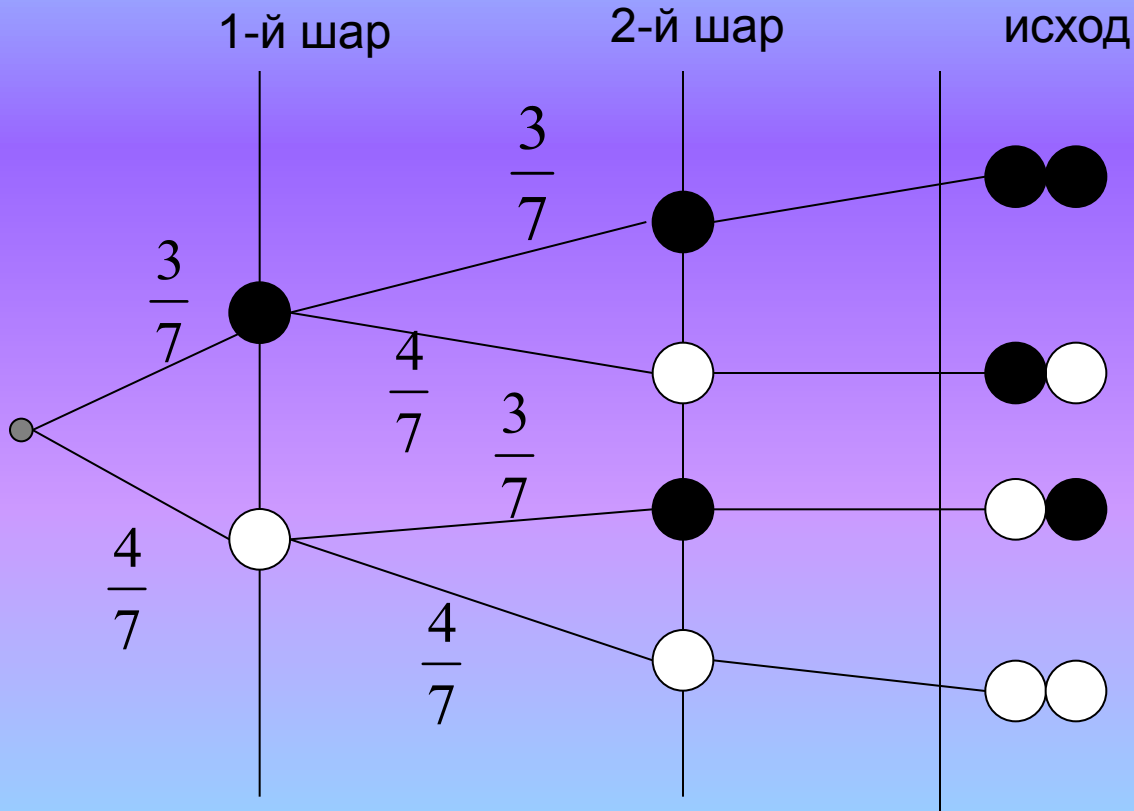
Назовем произведение $P_1 \cdot P_2 \cdot \dots \cdot P_n$ весом ветви, проходящей через корень дерева и вершины, соответствующие событиям A_1, A_2, \dots, A_n .

Сумма веса ветвей дерева исходов, соответствующих «благоприятному» событию, равна вероятности данного события.

Пример

- В урне 3 чёрных и 4 белых шара. Вынимают один из них, возвращают обратно, перемешивают и вынимают другой. Какова вероятность достать 2 белых шара, 2 чёрных, шары разных цветов?
- Составим вероятностное дерево исходов:

Решение



Вероятность

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} = \frac{9}{49}$$
$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{49} \\ \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{49} \end{array} \right\} = \frac{24}{49}$$
$$\frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{16}{49}$$

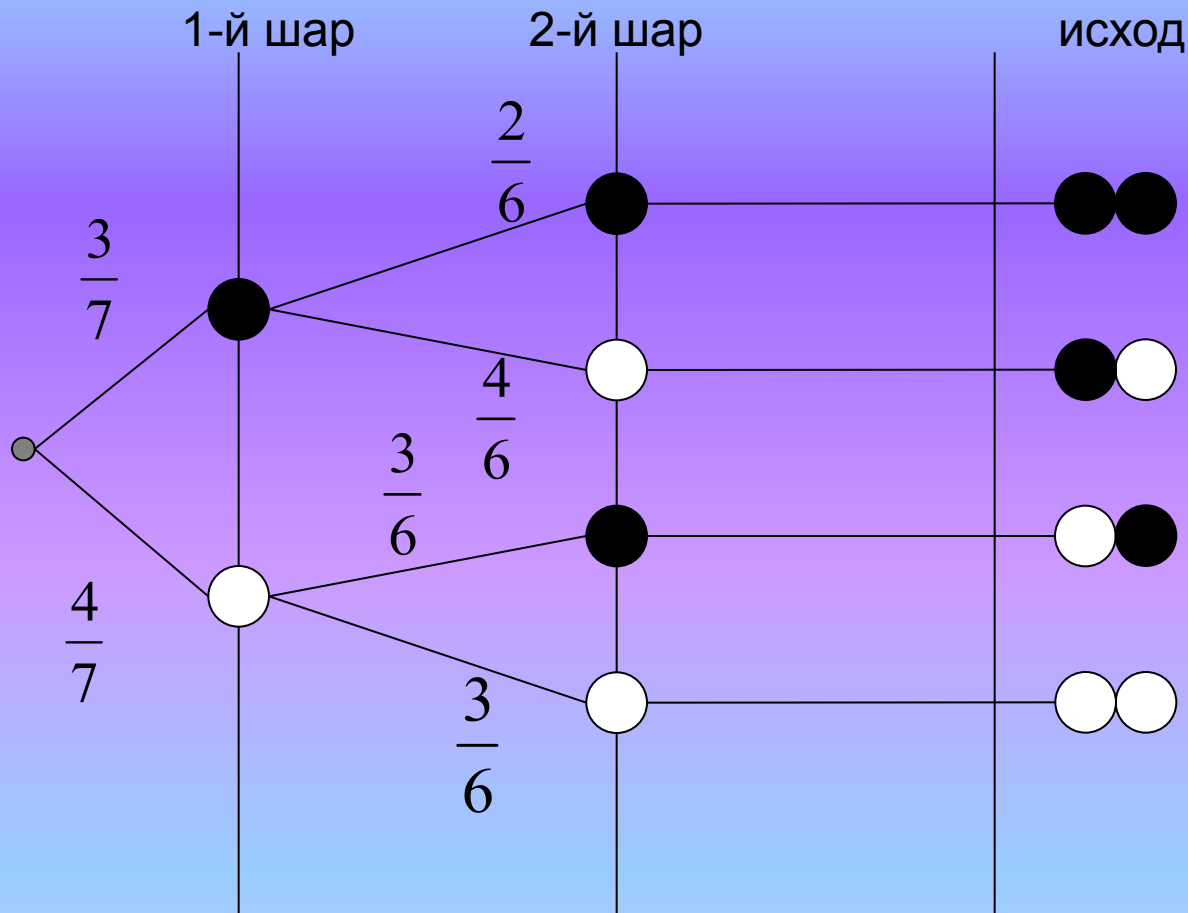
Ответ:

Вероятность достать два белых шара
равна $\frac{16}{49}$, два чёрных- $\frac{9}{49}$, шары
разных цветов- $\frac{24}{49}$.

Пример 2

В урне 3 чёрных и 4 белых шара. Последовательно вынимают два шара, но не возвращают их. Какова вероятность достать два белых шара, два чёрных, шары разных цветов?

Решение



Вероятность

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{7}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{2}{7} \\ \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7} \end{array} \right\} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$$

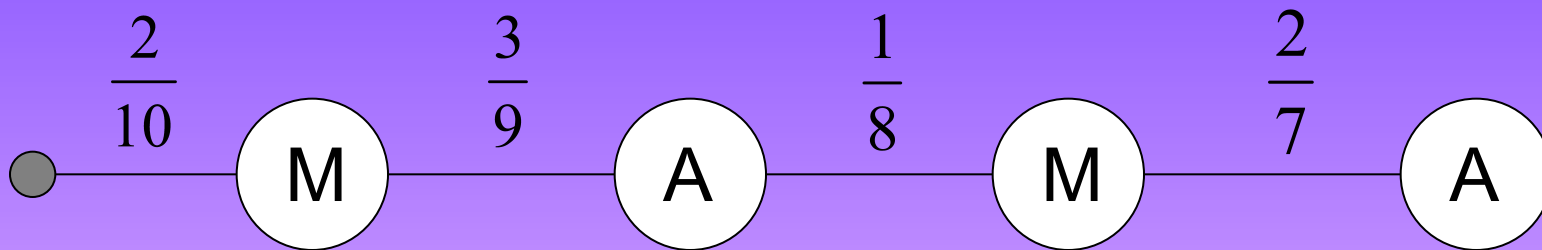
Ответ

Вероятность достать два белых шара
равна $\frac{2}{7}$, два чёрных- $\frac{1}{7}$, шары разных
цветов- $\frac{4}{7}$.

Задача 3

Слово «МАТЕМАТИКА» разделено на отдельные буквы, из них произвольным образом отбираются и выкладываются по порядку четыре буквы. Какова вероятность получения слова «МАМА»?

Решение



$$P = \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{420}$$

Ответ:

Вероятность получения слова
«МАМА» равна $\frac{1}{420}$.

Задача 4

В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам отобраны 3 человека. Найдите вероятность того, что все отобранные лица окажутся:

- а) мужчинами;
- б) женщинами.

Решение:

Заменим условие задачи урновой схемой.

Всего 10 шаров:

6 чёрных(мужчины) и
4 белых (женщины).

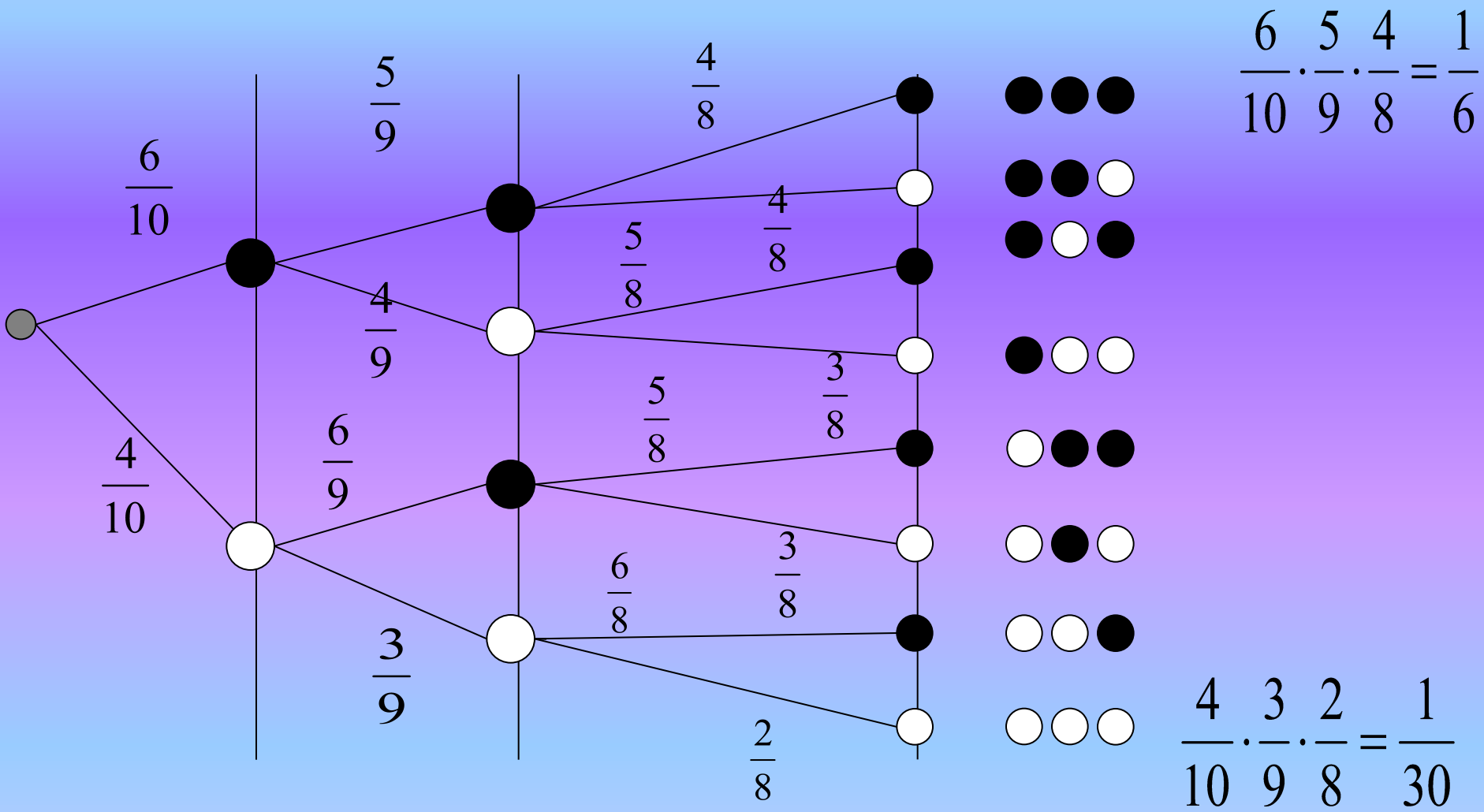
1-ый шар

2-ой шар

3-ий шар

Исход

Вероятность



Ответ

Вероятность того, что все отобранные лица окажутся мужчинами равна $\frac{1}{6}$, а женщинами- $\frac{1}{30}$

Задача 5

Один властелин, которому наскучил его звездочёт со своими ложными предсказаниями, решил казнить его. Однако, будучи добрым повелителем, он решил дать ему последний шанс. Звездочёту велено распределить по двум урнам четыре шара, два чёрных и два белых. Палач выберет наугад одну из урн и вытащит из неё шар: если шар будет чёрный, то звездочёта казнят, а в противном случае его жизнь будет спасена.

Каким образом звездочёт должен разместить шары в урнах, чтобы обеспечить себе максимальную возможность уцелеть?

Решение

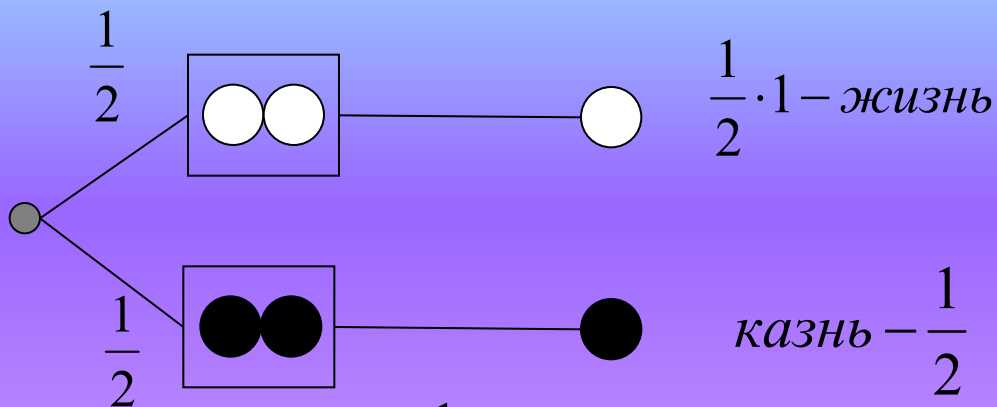
Существует 2 способа размещения шаров по урнам.

1 способ: по два шара;

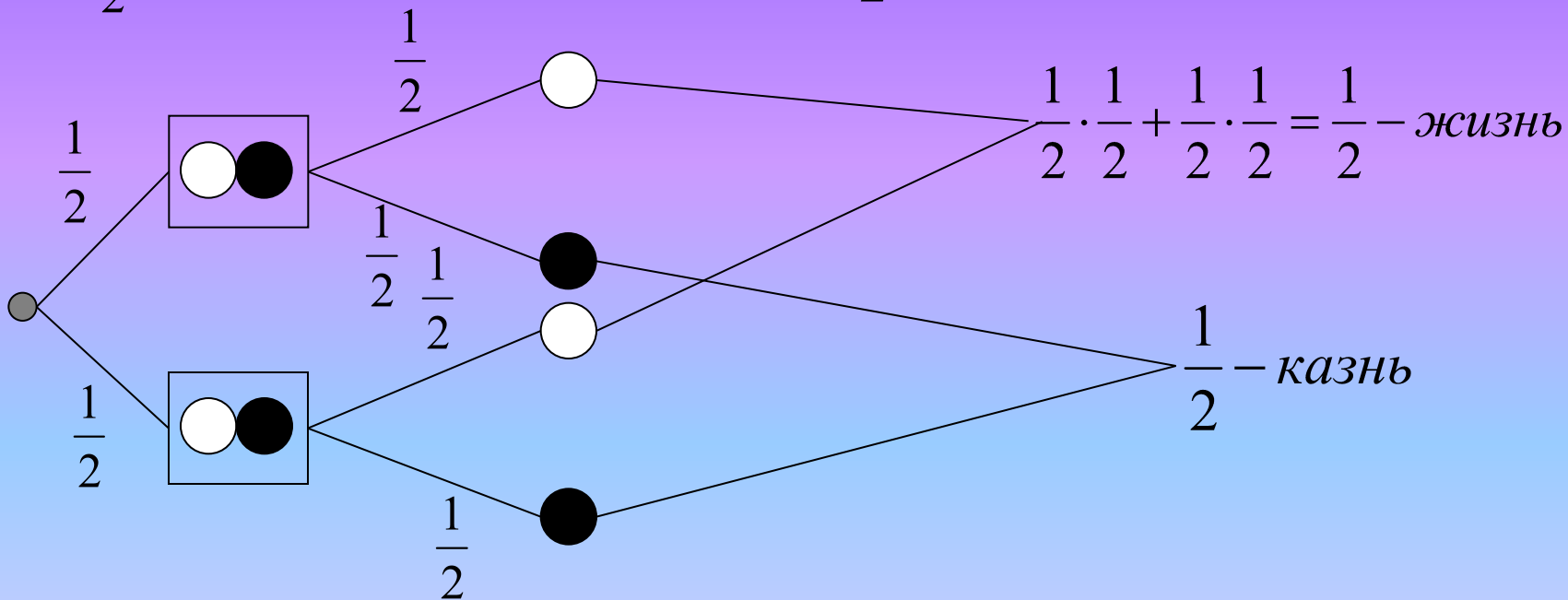
2 способ: 1 шар и 3 шара.

1 способ

а)

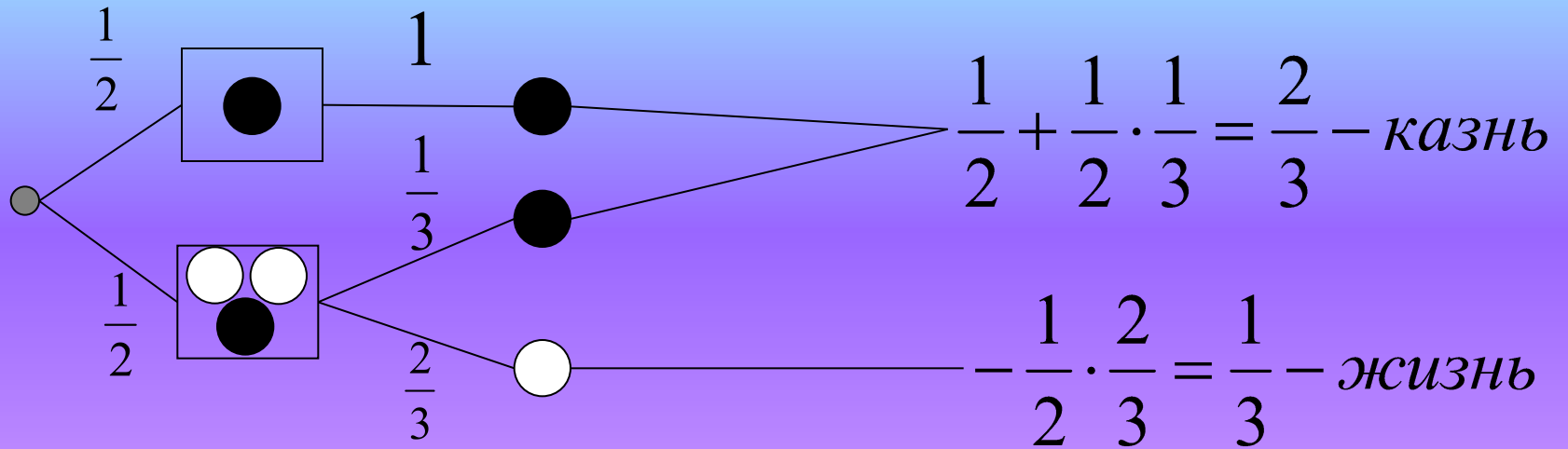


б)

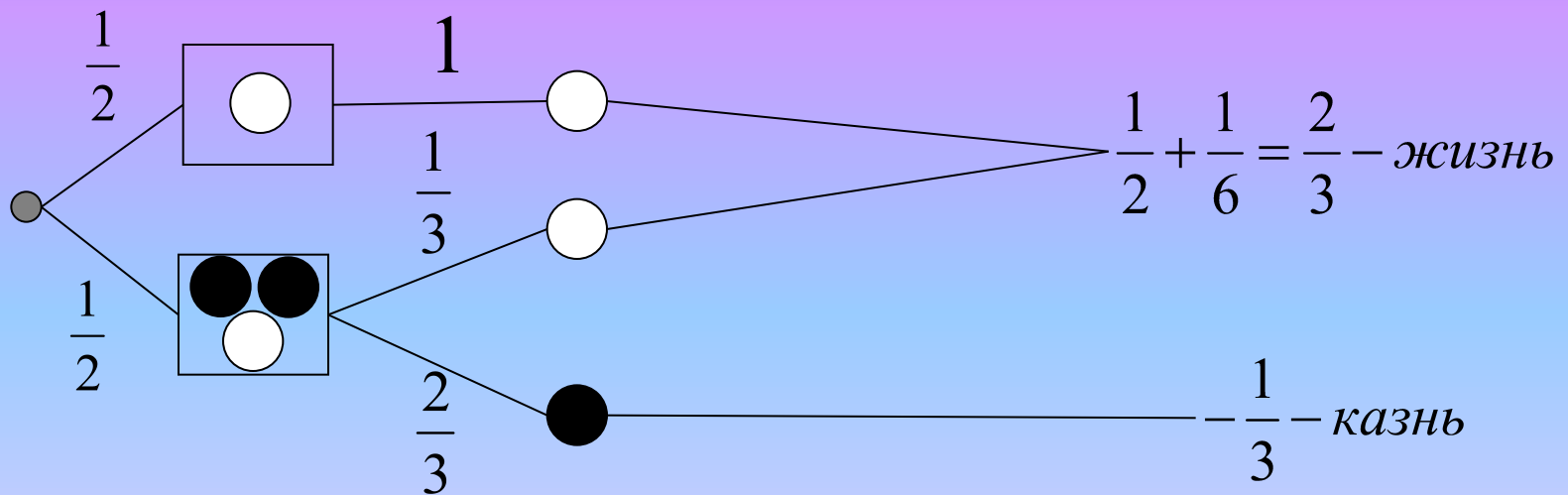


2 способ

а)



б)



Ответ

Звездочёту надо в одну урну положить один белый шар, а все остальные во вторую. Тогда вероятность выжить составит $\frac{2}{3}$.

ВЫВОД:

применение графов значительно упрощает нахождение вероятности в задачах различного уровня сложности.