

ПРИМЕНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ И ПРОИЗВОДНОЙ

**Автор: учитель математики
МОУ «Средняя общеобразовательная
школа № 30» г. Калуги
Григоричева Галина Васильевна**

МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ



Методом интервалов
можно решать неравенства вида:

$$f(x) > 0, f(x) \geq 0$$

$$f(x) < 0, f(x) \leq 0$$

ТЕОРЕМА :

Если функция f непрерывна на интервале $(a;b)$
и не обращается в 0 на этом интервале,
то f сохраняет на нём постоянный знак

Необходимым условием
смены знака в точке C
является : $f(c)=0$

Однако , это не является
достаточным условием :
**функция f может и не
менять своего знака при
переходе через точку C**

Чтобы решить неравенство методом интервалов, следует:

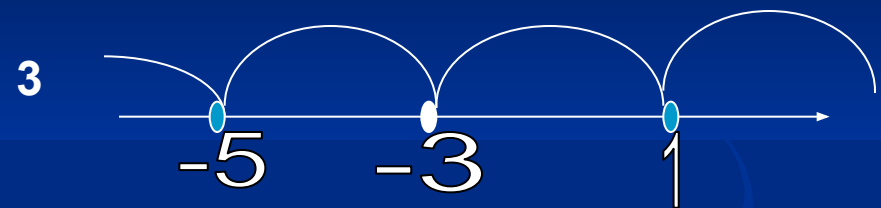
- 1 Найти область определения функции f
- 2 Найти значения переменных, которые обращают функцию в нуль
- 3 Отметить на числовой прямой найденные точки, в порядке возрастания
- 4 Определить знаки функции в каждом из промежутков
- 5 Определить ответ

Пример

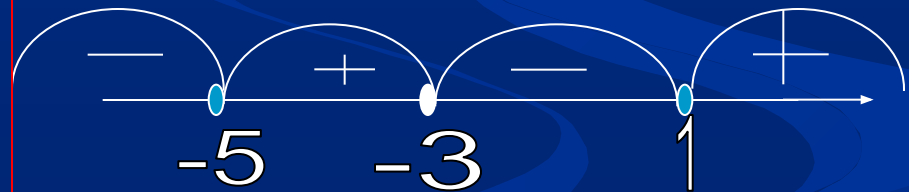
$$\frac{x+3}{x^2+4x-5} \geq 0$$

1 $x^2+4x-5=0$ $x_1=-5$ $x_2=1$

2 $x+3=0$ $x=-3$



4 взяв точку из каждого интервала, подставив её в функцию, определим знаки

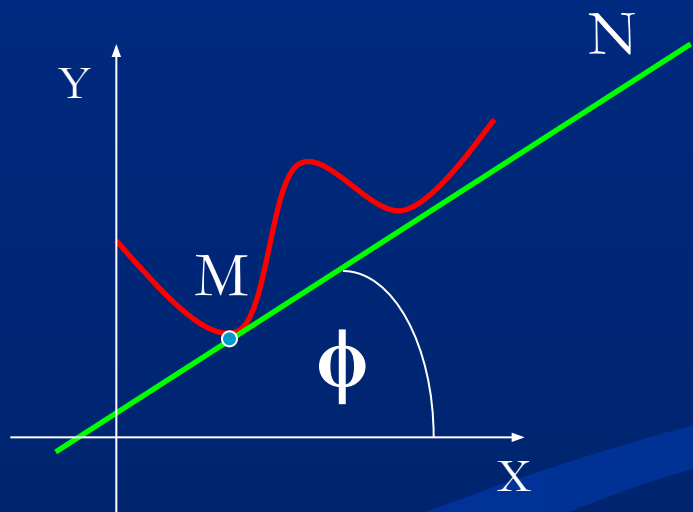


5 Ответ $(-5; -3]$, $(1; +\infty)$.

Касательная

графику функции

Касательной к кривой в данной точке **M** называется предельное положение секущей **NM**, когда точка **N** стремится вдоль кривой к точке **M**



Геометрический смысл производной

Угловым коэффициентом касательной к графику функции равен значению производной этой функции в точке касания:

$$k = \operatorname{tg}\phi = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y / \Delta x = f'(x)$$

Уравнение касательной к кривой $y = f(x)$

в заданной точке с абсциссой x_0 имеет вид:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Где $(x_0; f(x_0))$ -координаты точки касания,
 $(x; y)$ - текущие координаты, т.е координаты
любой точки, принадлежащей касательной, а
 $f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \phi$ - угловой коэффициент
касательной.

Алгоритм нахождения уравнения касательной

1. Обозначить абсциссу точки касания буквой a
2. Вычислить $f(a)$
3. Найти $f'(x)$ и вычислить $f'(a)$
4. Подставить найденные числа: a , $f(a)$, $f'(a)$ в уравнение касательной $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

Пример

Составить уравнение касательной к графику функции $y = 1/x$ в точке $x = 1$

Решение.

1) $a = 1$

2) $f(a) = f(1) = 1/1 = 1$

3) $f'(x) = -1/x^2$; $f'(a) = f'(1) = -1/1^2 = -1$

4) Подставим найденные три числа:

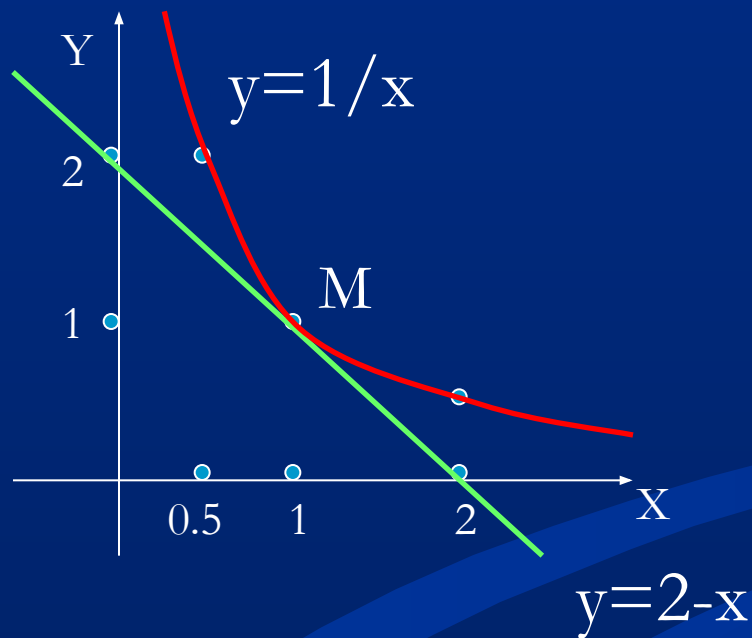
$a = 1$, $f(a) = 1$, $f'(a) = -1$ в уравнение касательной.

Получим:

$$y = 1 - (x - 1); \quad y = 2 - x.$$

Ответ: $y = 2 - x$

На рисунке изображена гипербола $y=1/x$, построена прямая $y = 2-x$
Чертёж подтверждает проведённые
выкладки: действительно прямая
 $y = 2-x$
касается гиперболы в точке $(1;1)$



ПРИБЛИЖЁННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Для дифференцируемой в точке x_0
функции f при Δx ,
мало отличающихся от нуля,
её график близок к касательной
(проведённой в точке графика с
абсциссой x_0), т.е. при малых Δx

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$$

Формула $f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$

позволяет вывести следующие формулы
для приближённых вычислений

$$1) \sqrt{1+\Delta x} \approx 1 + 1/2\Delta x$$

$$2) (1+\Delta x)^n \approx 1 + n\Delta x$$

Вычислим по формуле(1)

$$\sqrt{1+\Delta x} \approx 1 + 1/2\Delta x$$

значение выражения

$$\sqrt{1,06}$$

Решение: $\Delta x=0,06$

$$\sqrt{1,06} = \sqrt{1+0,06} \approx 1 + 1/2 * 0,06 = 1,03$$

Вычислим по формуле(2)

$$(1+\Delta x)^n \approx 1+n\Delta x$$

значение выражения

$$1,001^{100}$$

Решение:

$$\Delta x=0,001; n=100$$

$$1,001^{100}=(1+0,001)^{100} \approx \\ \approx 1+100*0,001=1,1$$