

**Краевое государственное образовательное учреждение  
среднего профессионального образования  
«Международный колледж сыроделия»**

**Автор: – Федянова Надежда Владимировна**  
преподаватель.

Электронная почта – [nadja\\_nw@mail.ru](mailto:nadja_nw@mail.ru)



**с. Алтайское**

# Практическая работа

Тема: **«Применение  
определенного  
интеграла при решении  
прикладных задач»**



**Таблица  
первообразных**

**Неопределенный и определенный**

# Интеграл

**Свойства  
первообразной**

**С криволинейной  
трапеции**


**Правила вычисления  
первообразных**



# ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

неопределенный  
интеграл  
(первообразная)

И.НЬЮТОН


$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

определенный  
интеграл  
(площадь  
криволинейной  
фигуры)

Г.ЛЕЙБНИЦ



## Верны ли равенства:

$$\text{а) } \int_0^1 x^3 dx = \frac{1}{4}$$

да

$$\text{б) } \int_0^5 x^2 dx = 2 \frac{1}{3}$$

нет

$$\text{в) } \int_2^4 x^2 dx = 2x$$

нет

$$\text{г) } \int_0^3 5 dx = \frac{5x^2}{2} \Big|_0^3 = \frac{5}{2} (3^2 - 0^2) = \frac{45}{2}$$

нет

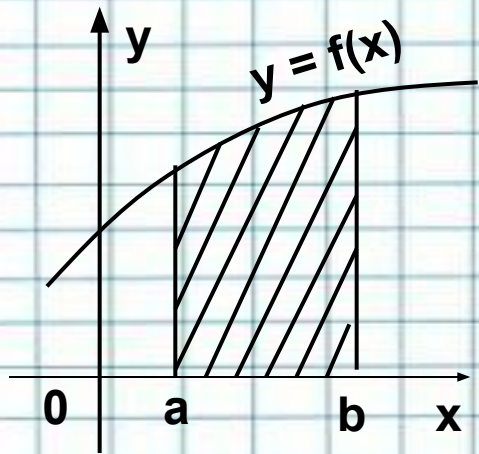
$$\text{д) } \int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} (1 - 0) = \frac{1}{3}$$

да

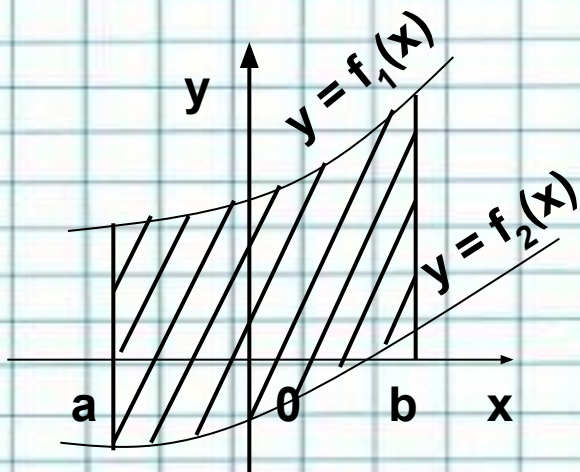


# Как найти площадь фигуры ?

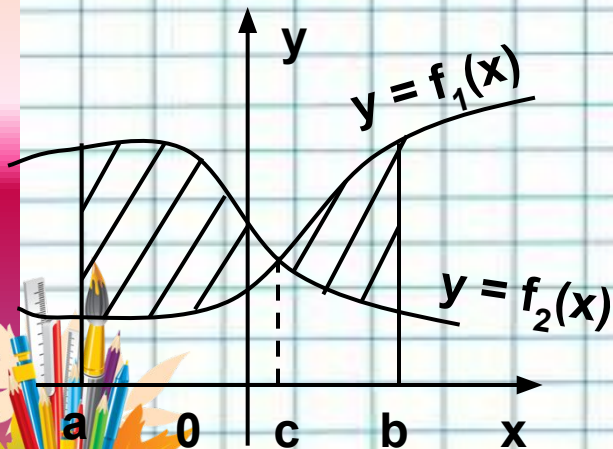
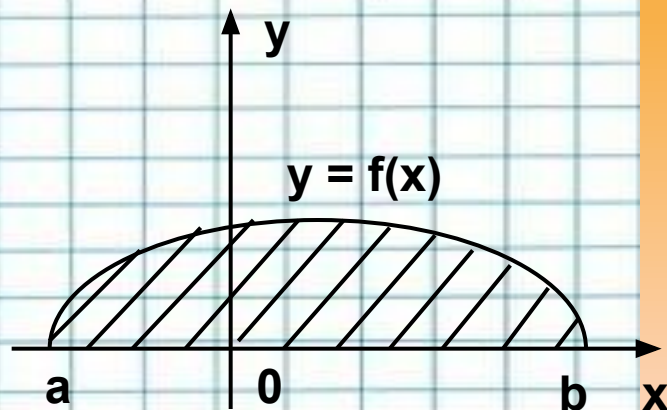
1



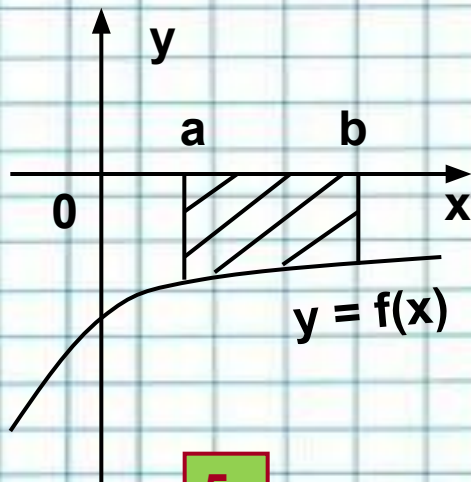
2



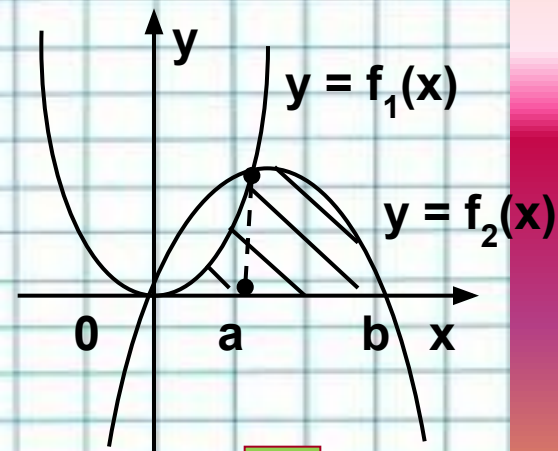
3



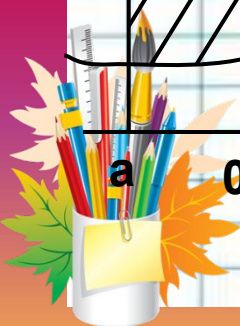
4



5

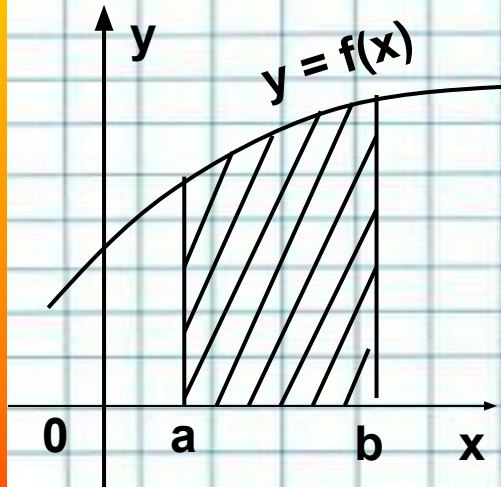


6



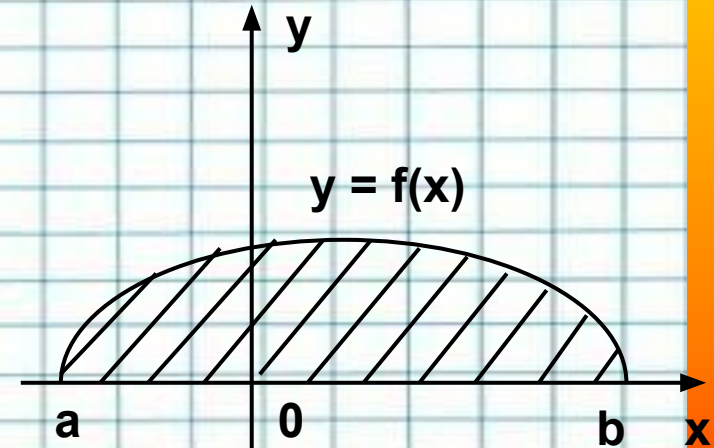
# Как найти площадь фигуры ?

1



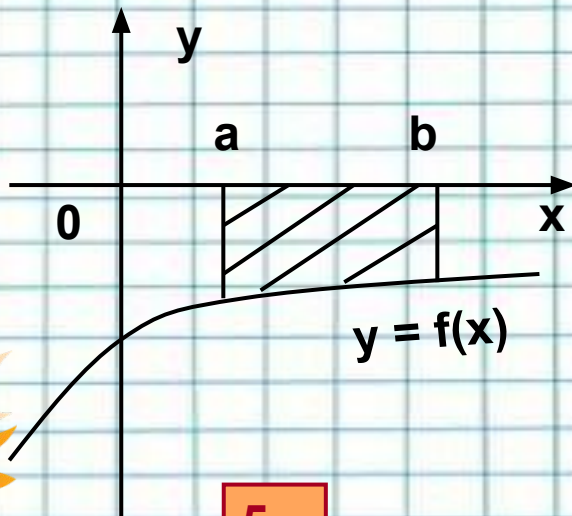
$$S = \int_a^b f(x) dx$$

3



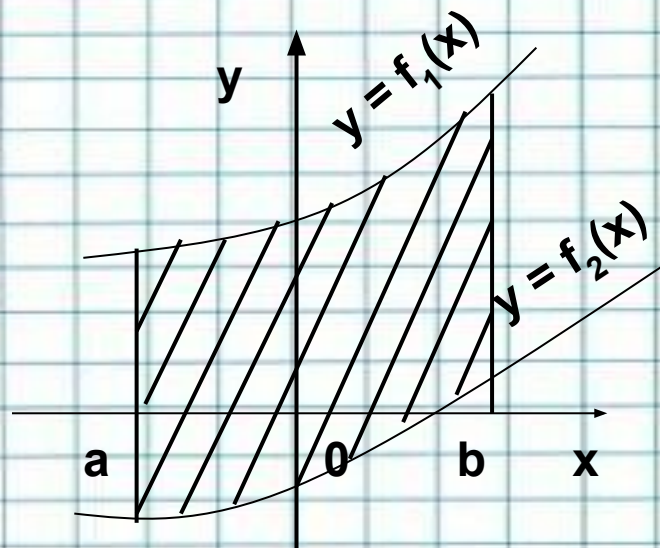
$$S = -\int_a^b f(x) dx$$

5

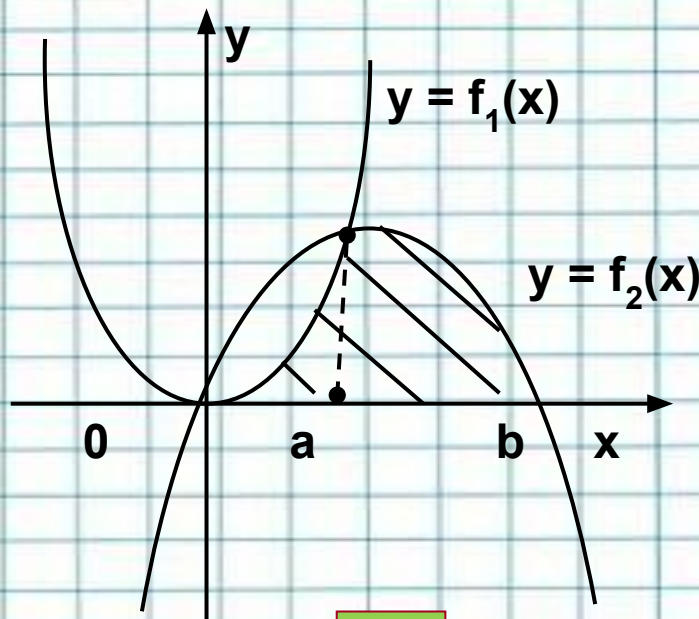


# Как найти площадь фигуры ?

2



$$S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$$



$$S = \int_0^a f_1(x) dx + \int_a^b f_2(x) dx$$

6





# Гипотеза

- **Возможно ли развитие современной науки без использования интеграла?**



**Вычисление площади  
плоской фигуры в  
полярных  
координатах**

**Вычисление площади плоской  
фигуры в прямоугольных  
координатах**

**Математика**

**Вычисление  
интеграла**

**Вычисление площади  
поверхности тела  
вращения**

**Вычисление длины дуги  
кривой**



$$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$$

*A* - работа,  
*F* - сила,  
*N* - мощность

*S* - перемещение  
*v* - скорость  
*a* - ускорение

$$v = \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt$$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

$$A = \int_{t_1}^{t_2} N(t) dt$$

# Физика

*m* - масса тонкого  
стержня,  
*ρ* - линейная  
плотность

$$q = \int_{t_1}^{t_2} J(t) dt$$

*q* - электрический  
заряд,  
*I* - сила тока

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt$$

*Q* - количество теплоты  
*c* - теплоемкость

$$m = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) dx$$



$q$  – количество товара,  
 $p$  – цена единицы товара  
 $(p^*; q^*)$  – точка равновесия

$CS$  – потребительский излишек  
 $PS$  – излишек производителя

$$CS = \int_0^{q^*} p(q) dq - p^* q^*$$

$$PS = p^* q^* - \int_0^{q^*} p(q) dq$$


$G$  – коэффициент Джини

**Экономика**

$$G = \frac{S_1}{S_1 + S_2}$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

$$\Pi = \int_0^T I(t) e^{-pt} dt$$



$f$  – производительность,  
 $t$  – время,  
 $V$  – объём продукции

$\Pi$  – дисконтированная стоимость  
денежного потока,  
 $I$  – скорость денежного потока,  
 $p$  – годовая процентная ставка,  
 $t$  – время

*Нет ни одной области математики,  
как бы абстрактна она ни была, которая  
когда-нибудь не окажется  
применимой к явлениям  
действительного мира.*

Н. И. Лобачевский

# Практическая работа

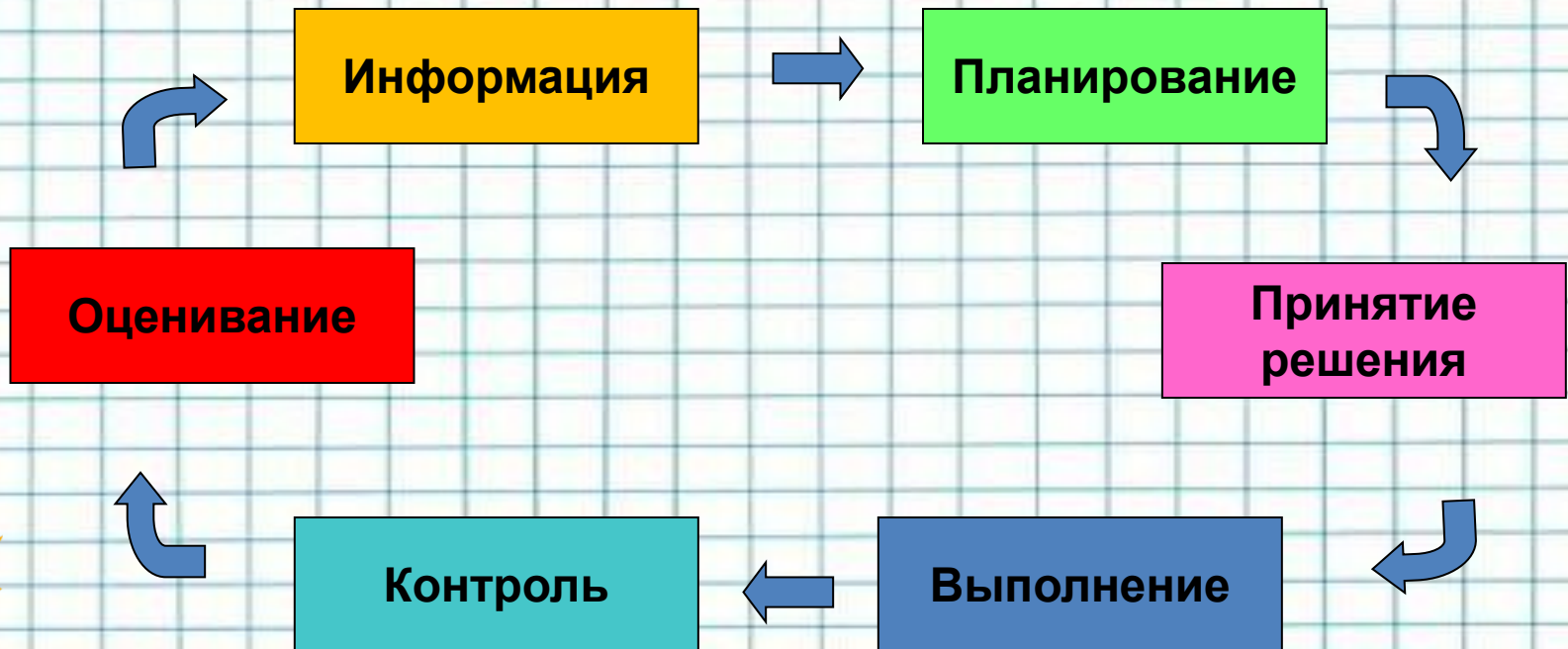


## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ МИКРОГРУПП



- Изучить схему «полного действия»;
- Самостоятельно спланировать свою работу;
- Составить алгоритм решения задач на вычисление;
- Аргументировать свою точку зрения.

### Этапы работы



## Комплект

### ролей

Все члены микрогруппы выполнят общее задание. Кроме того, разыгрываются следующие роли:

- **Журналист** (лидер, организатор работы микрогруппы) – анализирует и комментирует полученный результат, делает выводы об активности, степени увлеченности, самостоятельности работы каждого члена микрогруппы. Вносит предложения по оценке их работы. (1 человек).
- **Технический редактор** - обеспечивает методическое и материально – техническое оснащение, осуществляет подбор соответствующей формулы и проводит математическую обработку, строит соответствующие графики. (2 человека).
- **Художественный редактор** – оформляет «продукт» творческой деятельности микрогруппы на ватмане. (2 человека).
- **Корректор** – анализирует и корректирует «продукт» творческой деятельности микрогруппы. (1 человек).

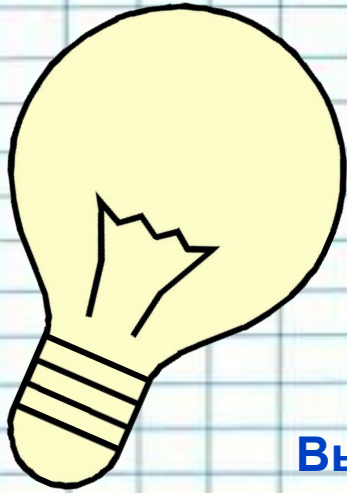


# Задачи с эталоном решения



Найдите: Площадь клумбы ?

Вычислить объем колокола?



Вычислить количество израсходованной энергии?







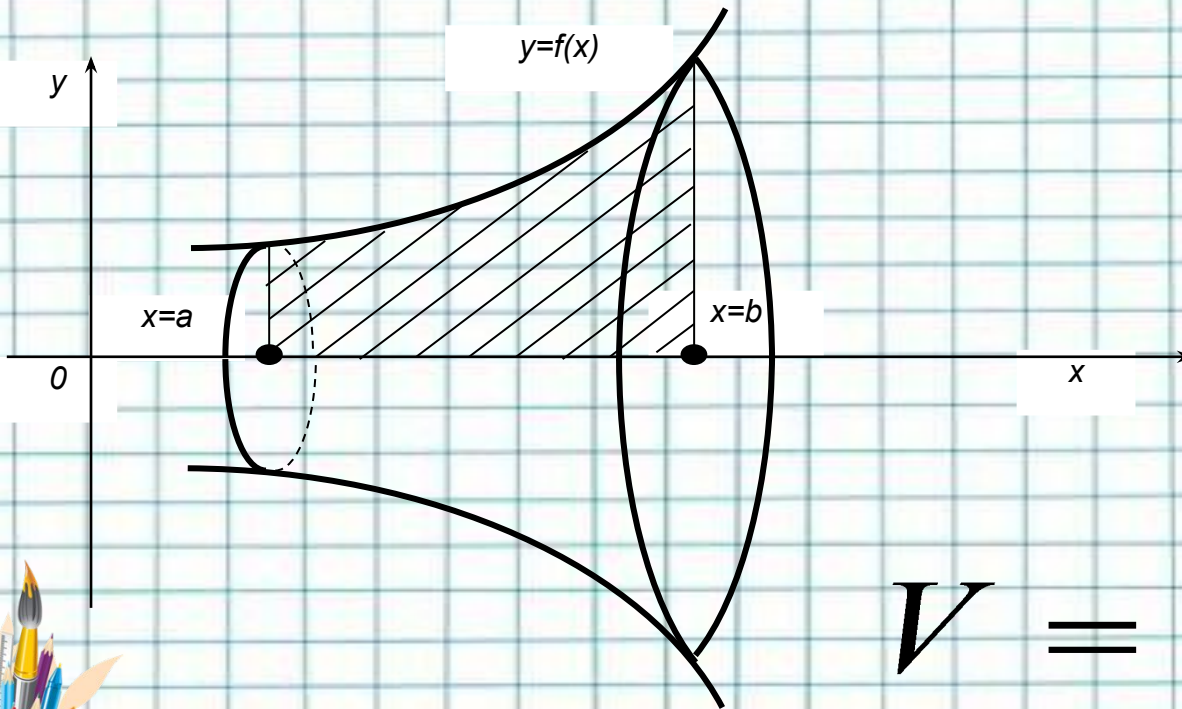
## Задача для микрогруппы №1

Письмо гражданки Ксении Павловской. Уважаема редакция газеты «Тот еще райончик». К вам обращаются жители с. Куяган с предложением опубликовать в вашей газете объявление о благотворительной акции (объявить сбор денежных средств на приобретение материала для изготовления колокола, для храма Ксении Петербуржской). Но мы не знаем, сколько потребуется металла и во сколько обойдется его приобретение. За ранее вам благодарны.



Эталон решения:

$y=f(x)$  - функция, график которой есть кривая (прямая), вращающаяся вокруг оси  $Ox$  и образующая поверхность искомого тела вращения;  $a$  и  $b$  пределы интегрирования



$$V = \pi \int_a^b y^2 dx$$

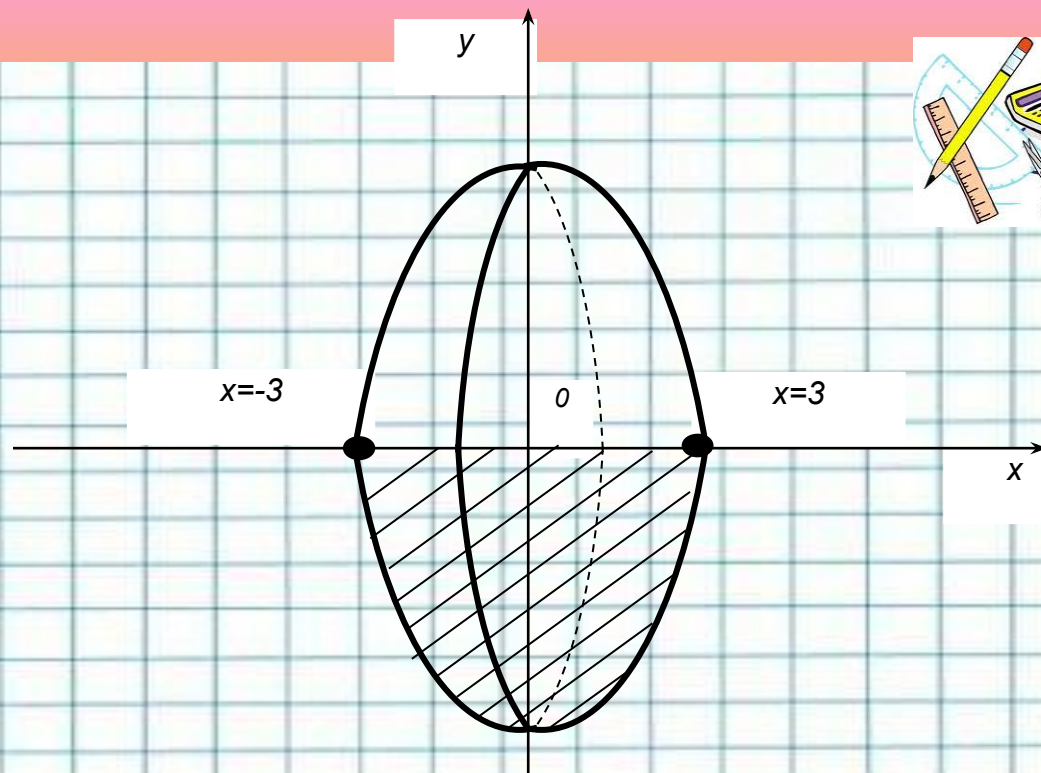


- Вычислить объем тела образованного вращением вокруг оси  $Ox$ , ограниченного указанными линиями  $y = x^2 - 9$  и  $y = 0$ .

Решение. Выполним построение.

Пределы интегрирования в силу симметричности фигуры относительно оси  $Oy$  возьмем от  $0$  до  $3$ , а затем полученный результат удвоим.





По формуле,  
получим:

$$V_1 = \pi \int_0^3 (x^2 - 9)^2 dx = \pi \int_0^3 (x^4 - 18x^2 + 81) dx =$$

$$= \pi \left( \frac{x^5}{5} - 6x^3 + 81x \right) \Big|_0^3 = 129,6\pi$$

$$V = 2V_1 = 2 \cdot 129,6\pi = 259,2\pi \text{ (куб.ед.)}$$



## Задача для микрогруппы №2

Перед главным корпусом филиала МКС решено разбить клумбу. Но по форме клумба не должна быть круглой, квадратной или прямоугольной. Она должна содержать в себе прямые и кривые линии. Пусть она будет плоской фигурой, ограниченной линиями  $Y=4/X+2$ ;  $X=4$ ;  $Y=6$ . Необходимо еще подсчитать сколько денег можно получить за вскапывания этой клумбы, если за каждый  $m^2$  выплачивают 50 руб...?



## Эталон решения:

Пусть клумба будет плоской фигурой, ограниченной линиями  $Y=4/X+2$ ;  $X=4$ ;  $Y=6$ . Необходимо еще подсчитать сколько денег можно получить за вскапывание этой клумбы, если за каждый  $m^2$  выплачивается 50 руб...?



• Дано:

Эталон решения:

фигура ограниченная линиями  
 $y=4/x+2$ ;  $x=2$ ;  $y=6$ ;  $1\text{м}^2-50\text{руб.}$

• Найти: **заработок-?**

2. Найдем пределы интегрирования:

$x=4$  - по условию,

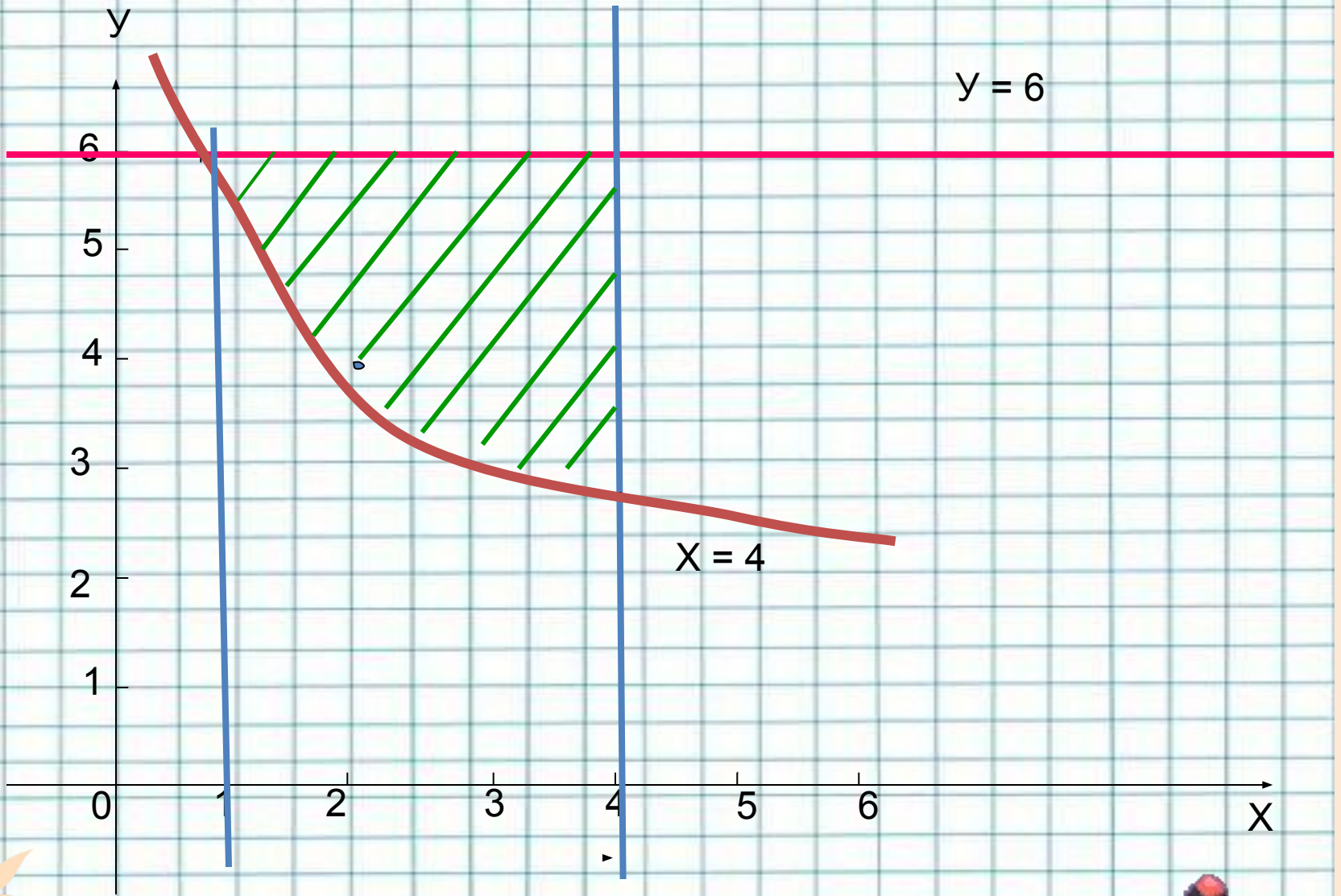
$y=4/x+4$  и  $y=6$ ,

следовательно  $4/x+2=6$ ;

$4/x=4$  или  $x=1$

Построим график и выделим искомую  
площадь:







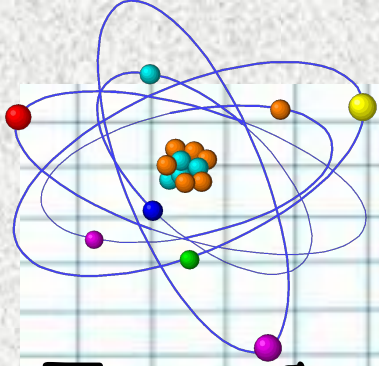
**3. Вычислим площадь полученной фигуры с помощью интеграла:**

$$S = \int_1^4 (6 - 4/x - 2) dx = \int_1^4 (4 - 4/x) dx = (4x - 4 \ln |x|) \Big|_1^4 = 16 - 4 \ln 4 - 4 + 4 \ln 1 = 12 - 4 \ln 4 \approx 6,4 (\text{м}^2)$$

**6,4 · 50 = 320 (руб.) -  
заработок.**

**Ответ: 320 рублей.**





## Задача для микрогруппы №3

Потребление электроэнергии в киловатт-часах населением сел: Комара, Булхты, Белое с 8 до 18 ч приблизительно описывается функцией  $y = 10\,000 - 8t + 15t^2$ , где  $t$  – количество часов. Вычислить стоимость электроэнергии, потребляемой сельским поселение, если стоимость 1 квт·ч равна 1.9 руб.



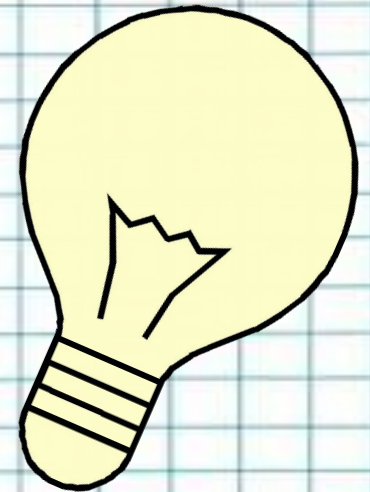
Если  $f(x)$  – нагрузка на электростанцию, кВт.ч  
где  $x$  число часов, отчитываемое  
от начала суток, то расход  
электроэнергии в течении  
времени от  $a$  до  $b$  будет:

$$\sum_{a}^{b} f(x) \Delta x = \int_{a}^{b} f(x) dx$$

$\Delta x \rightarrow 0$

Следовательно:

$$E = \int_{a}^{b} f(x) dx$$



- Используем данные и получаем:

$$E = \int_0^{10} (1000 - 8t + 15t^2) dx = 1000x - 4t^2 + 5t^3 \Big|_0^{10} =$$

$$= 1000 * 10 - 4 * 100 + 5 * 1000 = 11000 \text{ (киловатт-час)}$$

**Стоимость  
электроэнергии  
11000 \* 1,90 = 20900  
(рублей)**



# *Домашнее задание:*

*Теория в  
конспекте  
Удачи!*



## Литература:

**М.И. Башмаков. Математика: учебник для 11 класса: среднее (полное) общее образование (базовый уровень) - Москва: Издательский центр «Академия» – 2010 год;**

**Интернет-ресурсы.**

