

Применение определенного интеграла

Цель:

Изучение определенного интеграла
и его применение.

Задачи:

- ✓ проанализировать научную и методическую литературу по данной теме;
- ✓ рассмотреть понятие определенного интеграла;
- ✓ рассмотреть практическое применение интегралов в физике и геометрии;
- ✓ провести сравнительный анализ наиболее распространенных в средней школе учебных пособий;
- ✓ разработать факультативный курс по теме «Применение определенного интеграла».

Содержание:

Введение.

Гл. 1. Неопределенные и определенные интегралы.

§1. Неопределенный интеграл, его свойства.

§2. Методы интегрирования.

§3. Определенный интеграл.

§4. Свойства определенного интеграла.

Гл. 2. Различные подходы теории интеграла

в учебных пособиях для школьников.

§1. Вводные замечания.

§2. Суммы Дарбу.

§3. Интегральная сумма.

§4. Свойство разности значений первообразной.

§5. Оценка разности S - s .

§6. Остальные результаты

§7. Анализ изложения темы «Определенный интеграл» в современных учебниках.

Гл.3. Применение определенного интеграла.

- §1. Вычисление длины кривой.
- §2. Точное определение понятия площади плоской фигуры.
- §3. Площадь трапеции, выраженная интегралом.
- §4. Определение объема тела.
- §5. Объем тела вращения.
- §6. Нахождение статических моментов и центра тяжести кривой.
- §7. Нахождение статических моментов и центра тяжести плоской фигуры.
- §8. Механическая работа.

Гл. 4. Разработка факультатива по теме «Определенный интеграл».

Заключение.

Список литературы.

Опр. Пусть функция f задана на отрезке $[a, b]$ и имеет на нем первообразную F . Разность $F(b) - F(a)$ называют определенным интегралом функции f по отрезку $[a, b]$ и обозначают:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$



Подходы к построению теории интеграла:

- предел интегральных сумм;
- приращение первообразной;
- единственное число, расположенное между нижними и верхними суммами Дарбу.



Формула объема тела через площадь сечений:

$$V = \int_a^b f(x) dx$$

Формула объема тела вращения:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

Формула вычисления механической работы:

$$A = \int_{s_0}^s F \cos(F, s) ds$$



Факультатив «Применение определенного интеграла»

Разработан для 11 классов.

Состоит из 6 уроков по 40 минут.

Цели:

- ✓ повышение интереса учащихся к предмету;
- ✓ расширение и углубление знаний;
- ✓ развитие мышление;
- ✓ повторение данной темы перед вступительными экзаменами и ЕГЭ.

Пример.

Вычислить объем тела, образованного вращением
вокруг оси Ox одной полуволны синусоиды
 $y = \sin x$

Решение: Воспользуемся формулой для вычисления объема тела вращения получаем $V = \pi \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$ далее вычисляется данный интеграл:

$$V = \pi \int_0^{\pi} \sin^2 x dx = \pi \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{\pi}{2} \left(\int_0^{\pi} dx - \int_0^{\pi} \cos 2x dx \right) =$$
$$= \frac{\pi}{2} \left(x - \frac{\sin 2x}{2} \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi^2}{2} \text{ (куб.ед.)}$$



