

# Применение производной

к исследованию функций

11 класс    учитель Чепаева М. И.  
МОУ «Пичпандинская средняя  
школа»

# Историческая справка

- Дифференциальное исчисление создано Ньютоном и Лейбницем сравнительно недавно, в конце 17 столетия. Тем более поразительно, что за долго до этого Архимед не только решил задачу на построение касательной к такой сложной кривой, как спираль, но и сумел найти максимум функции  $f(x) = x^2(a - x)$
- В 17 веке на основе учения Г.Галилея о движении активно развивалась кинематическая концепция производной.

Различные варианты изложения, применённые к разным задачам, встречаются уже у Р. Декарта, французского математика Роберваля (1602 -1675 ) английского Учёного Д.Грегори (1638 -1675), в работе И. Барроу (1630 -1677)

Систематическое учение о производных развито Лейбницем и Ньютоном, который сформулировал и две основные проблемы анализа:

«1. Длина проходимого пути постоянно дана; требуется найти скорость движения в предложенное время пути.

2. Скорость движения постоянно дана; требуется найти длину пройденного в предложенное время пути».

Первая проблема задаёт программу развития дифференциального исчисления. Вторая относится к интегральному исчислению.

На первый вопрос вы знаете ответ, а на второй узнаете изучив следующую главу.

# Знаешь ли эти формулы?



- $(f(x)+g(x))'$
- $(e^x)'$        $(a^x)'$
- $(f(x)*g(x))'$
- $(a^p)'$
- $(kx+b)'$
- $(\log_a x)'$
- $(\sin(kx+b))'$
- $(\cos(kx+b))'$

# Выполните устно

- 1. Найти производную функции.
- а)  $e^x + x^2$  б)  $e^{-3x}$  в)  $e^{1-x} - x^{-3}$  г)  $2^x - x^{-2}$
- 2. Найти угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = x^2 - 3$  с абсциссой  $x_0 = 5$
- 3. Найдите стационарные точки для функции  $y = 2x$ ;  $y = x^2$ ;  $y = \sin x$

# Продолжи утверждение

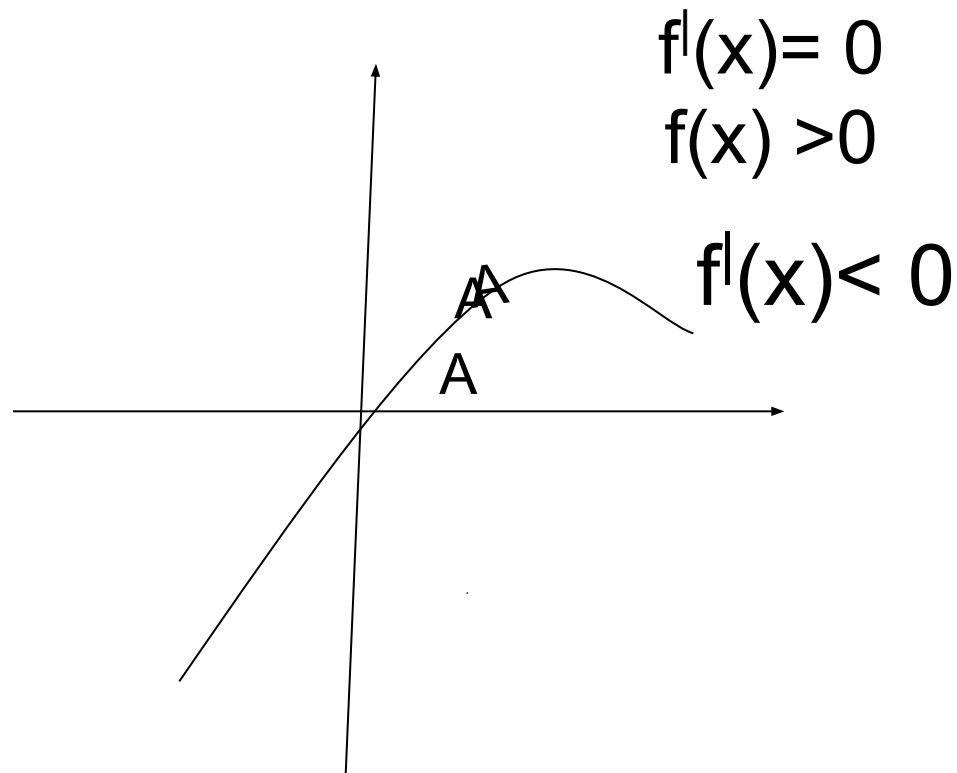
- 1. Если производная функции положительна на промежутке, то функция ...
- 2. Если производная функции отрицательна на промежутке, то функция ...
- 3. Критические точки - это точки .....
- 4. Промежутки монотонности это .....
- 5. Если производная функции при переходе через стационарную точку меняет знак с «+» на «-», то.....
- а если с «-» на «+» то.....
- 6. Уравнение касательной имеет вид .....
- 7. Геометрический смысл производной состоит в том, что ...

# ВЕРНО ЛИ ?

- 1. В точке возрастания функции её производная больше нуля.
- 2. Если производная функции в некоторой точке равна нулю, то в этой точке имеется экстремум.
- 3. Производная произведения равна произведению производных.
- 4. Наибольшее и наименьшее значение функции на некотором отрезке наблюдаются или в стационарных точках, или на концах отрезка.
- 5. Любая точка экстремума является критической.

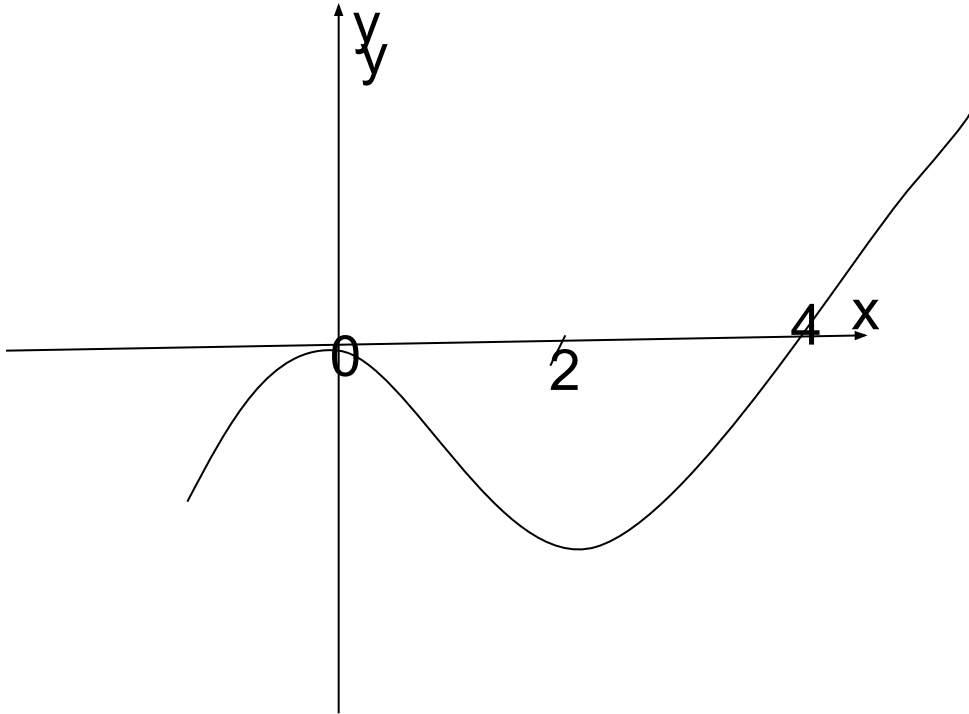


Какое значение принимает производная функции  $y = f(x)$  в точке A



# Назовите промежуток убывания функции

- 1)  $0 < x < 4$       2)  $0 < x < 2$       3)  $x > 2$



# Выполни эскиз графика функции.

- 1. Область определения  $[-4; 3]$
- 2. Множество значений  $[-4; 2]$
- 3. Производная положительна  $(-4; 1)$
- 4. Производная отрицательна  $(1; 3)$
- 5. Нули функции:  $-2$  и  $2$

и

- 1. Изобрази схематически график какой либо функции, для которой:
- $x = -3$  точка максимума,  $x = 4$  точка минимума.
- 2. имеет две точки максимума одну точку минимума.



# ВЫПОЛНИ ТЕСТ

- A<sub>1</sub> Найти производную функции  $y=3x^4-\sin x+5$
- 1)  $12x^3-\cos x$    2)  $4x^3+\cos x$    3)  $12x^3+\cos x +5$
- A<sub>2</sub>. Какие из данных функций возрастают на всей области определения:
- 1)  $y= -3x+1$ ;   2)  $y=-3x^2$ ;   3)  $y=x^2 +1$ ;   4)  $y=6x$ ;
- A<sub>3</sub>. Какая из функций имеет точки экстремума:
- 1)  $y=2x$ ;   2)  $y=7-5x$ ;   3)  $y=x^3+2x$ ;   4)  $y=x^2+1$ ;
- A<sub>4</sub> Дано  $f(x)=(3+4x)(4x-3)$ . Найти  $f'(-1)$
- 1)  $-32$ ;   2)  $32$ ;   3)  $-50$ ;   4)  $50$ ;
- A<sub>5</sub> Дано  $x(t)=13t^2+2t+1$ ;  $t=2$ . Найти  $V$
- 1)  $36$ ;   2)  $57$ ;   3)  $54$ ;   4)  $38$

# Тест № 2

- В1 Найдите наибольшее значение функции  $2x^4 - 8x$  на отрезке  $[-2; 1]$
- В2 Найти длину промежутка убывания функции  $y = 2x^3 - 24x$
- В3 Найти наименьшее значение функции  $f(x) = 3\sin x$  на отрезке  $[0,5\pi; 1,5\pi]$