Применение производной для исследования функции

Урок в 10 классе

Автор: учитель математики МБОУ г. Мурманска СОШ № 31
Сидоровой А.В.

1 Достаточный признак возрастания функции

2 Достаточный признак убывания функции

3 Признак максимума функции

4 Признак минимума функции

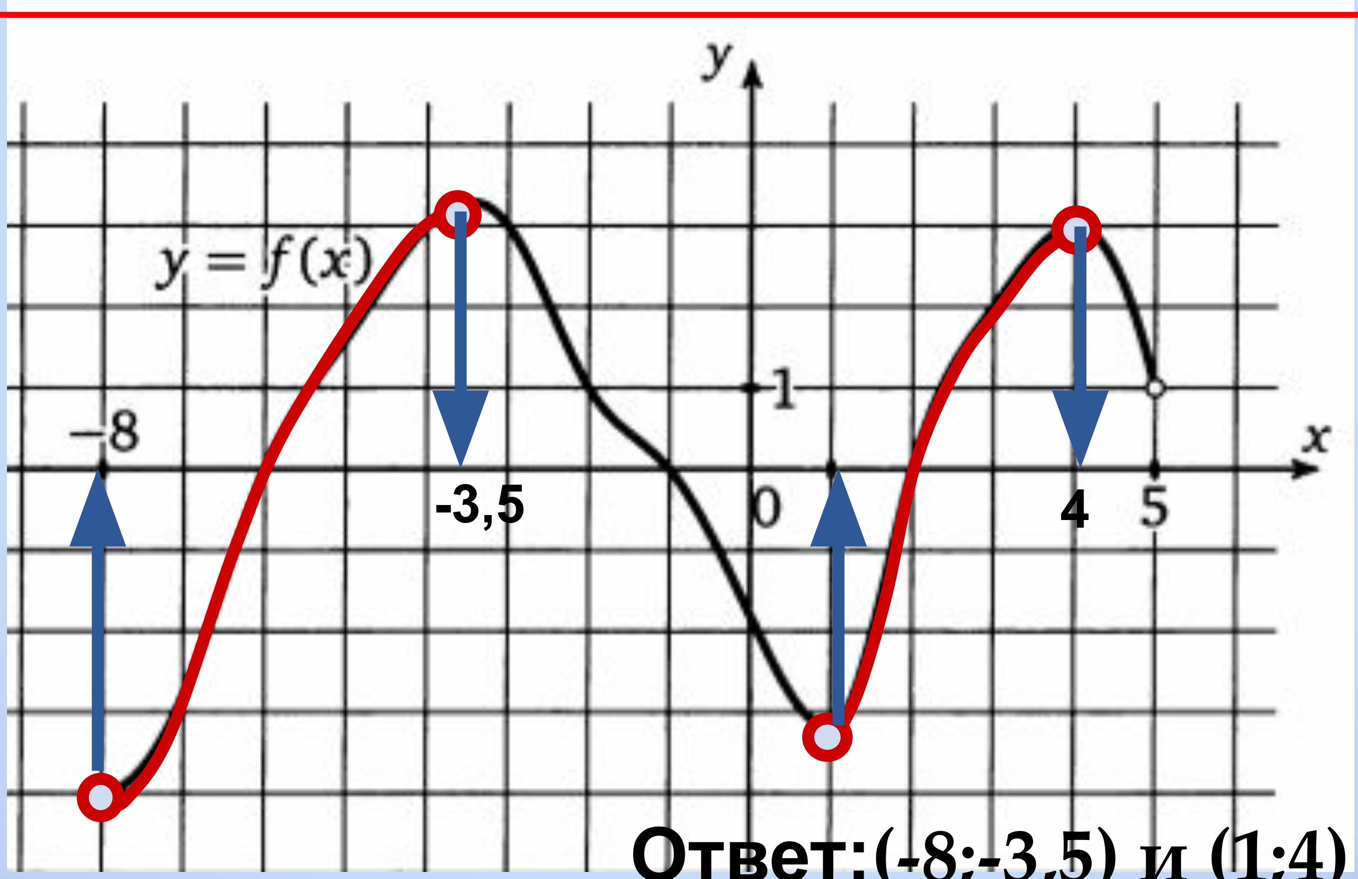
Если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 точка максимума

Если $f'(x) > 0$ в каждой точке интервала I, то функция возрастает на I.

Если в точке x_0 производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 точка минимума

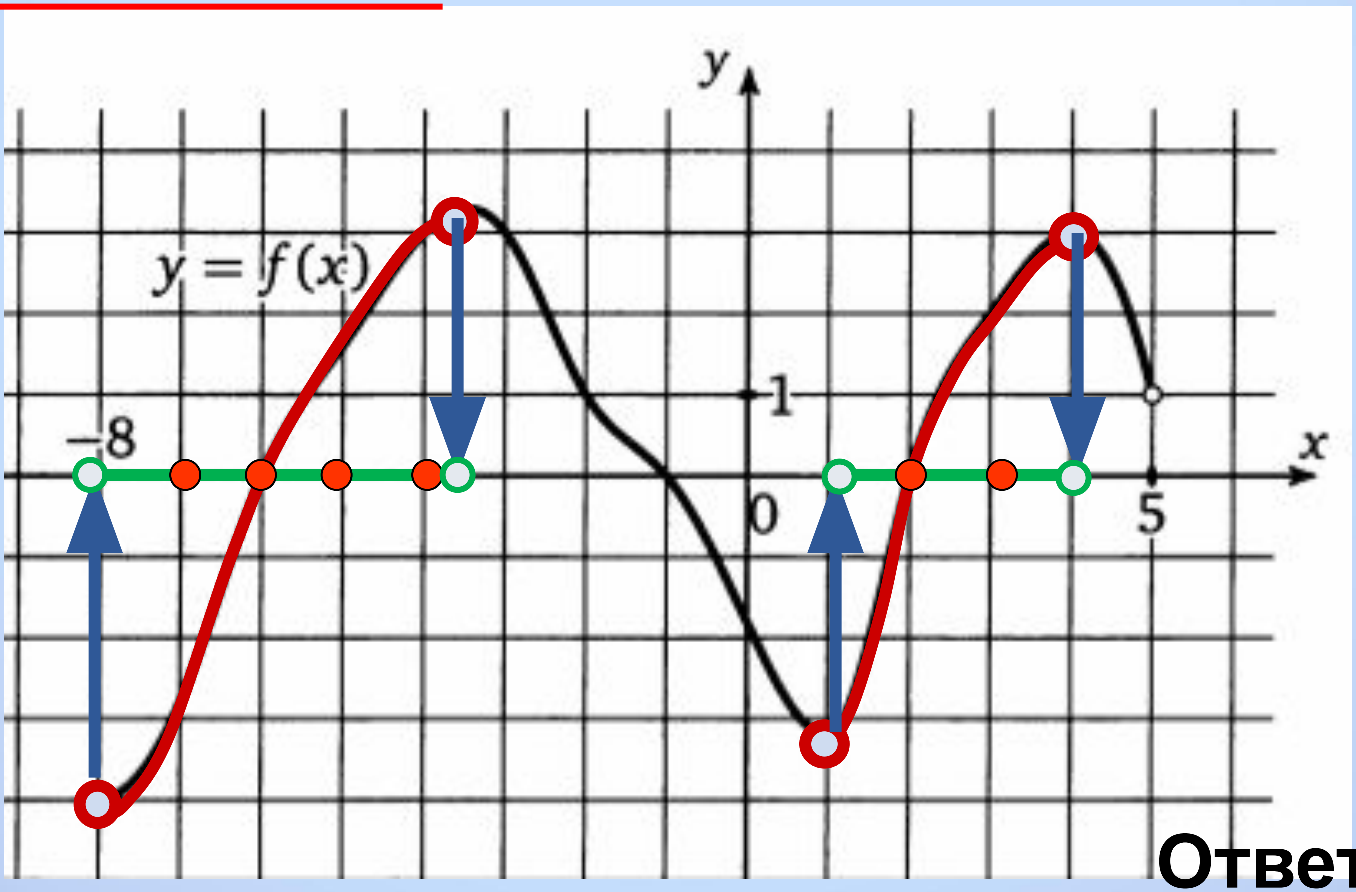
Если $f'(x) < 0$ в каждой точке интервала I, то функция убывает на I.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 5)$. Определите промежутки, в которых производная функции положительна.



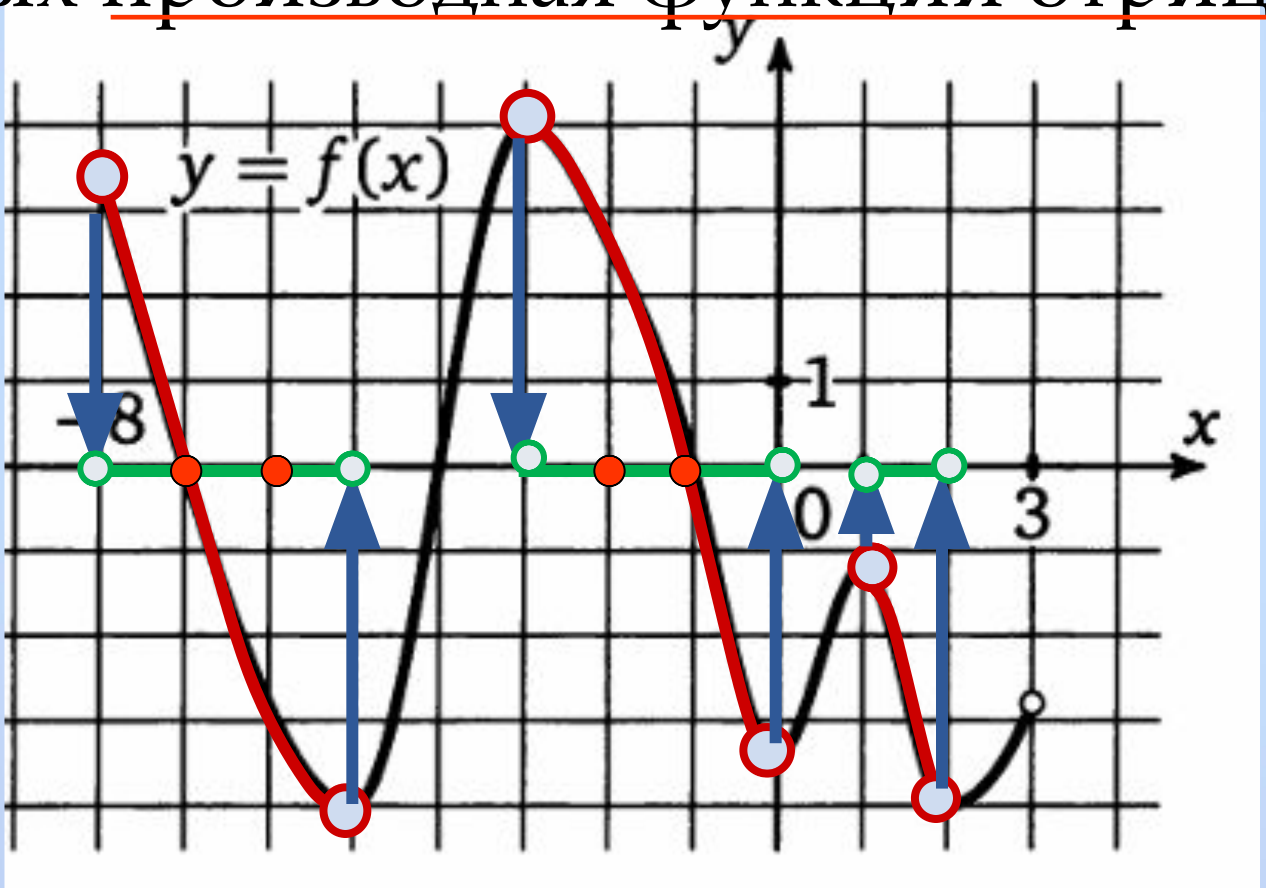
Ответ: $(-8;-3,5)$ и $(1;4)$

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



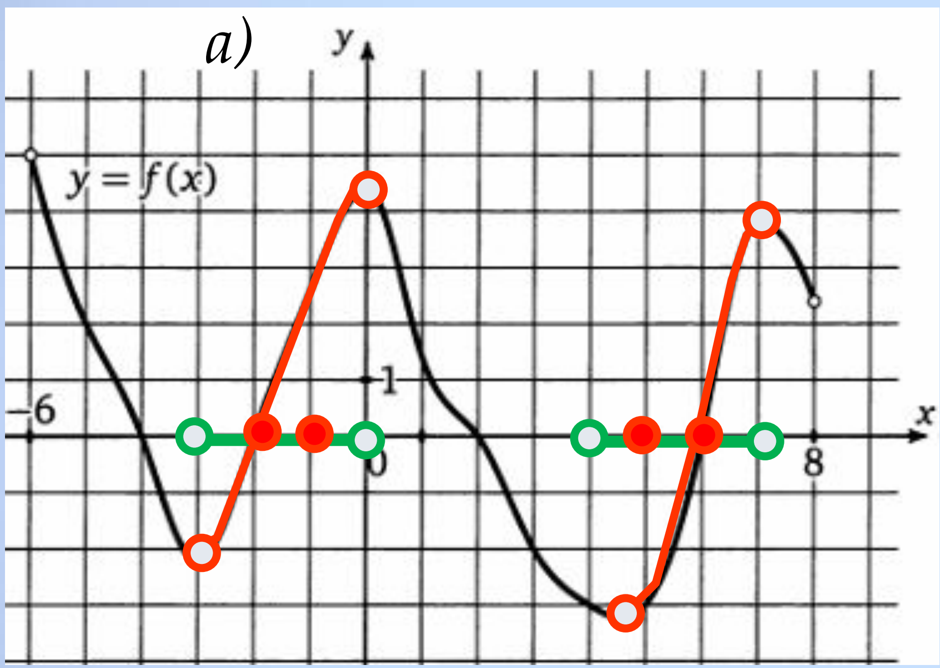
Ответ: 6.

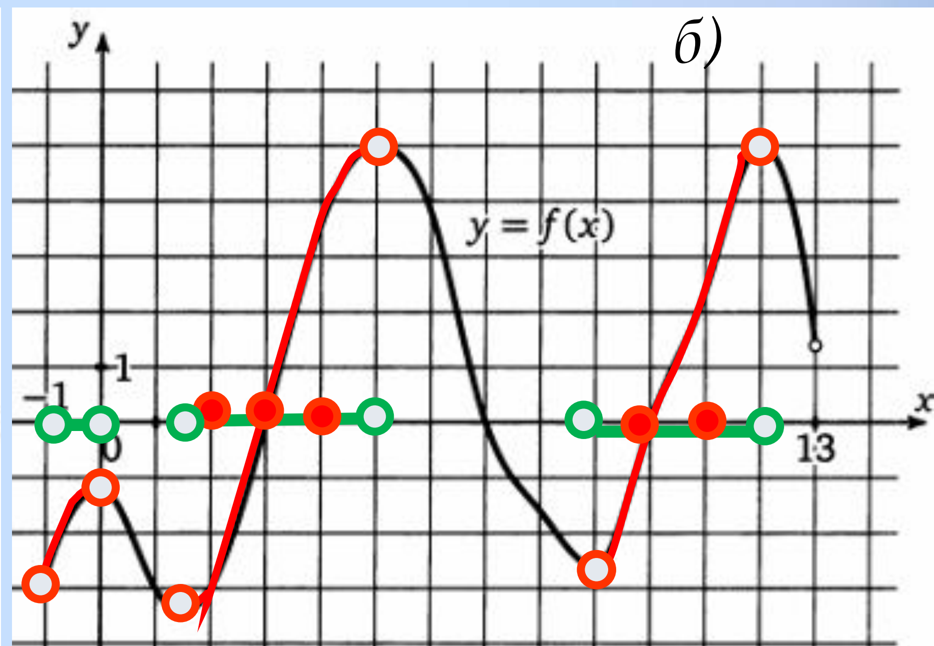
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-8; 3). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



Ответ: 4.

Решите самостоятельно. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a;b)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



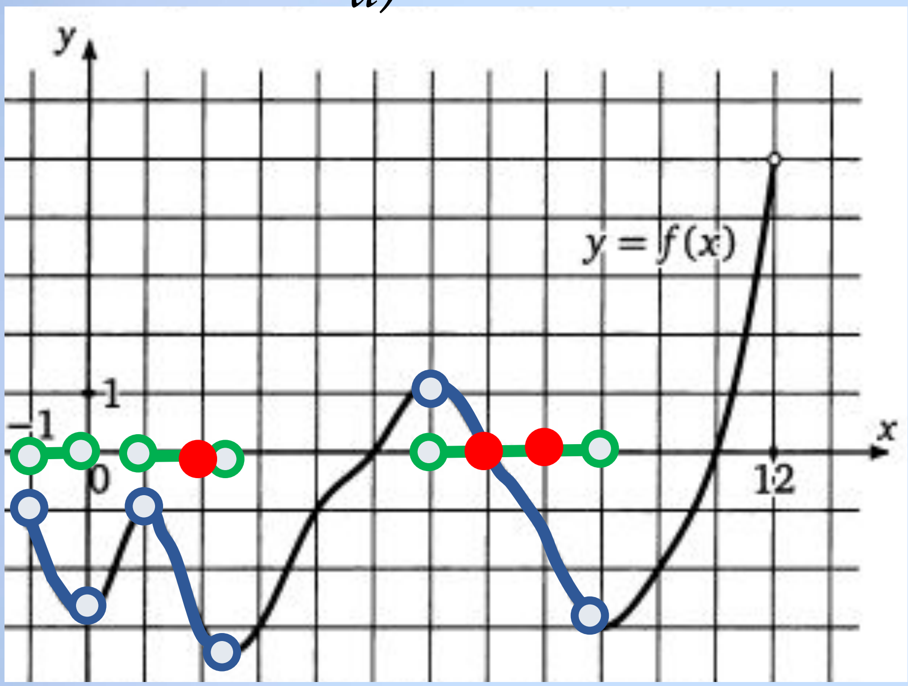


Ответ: 4.

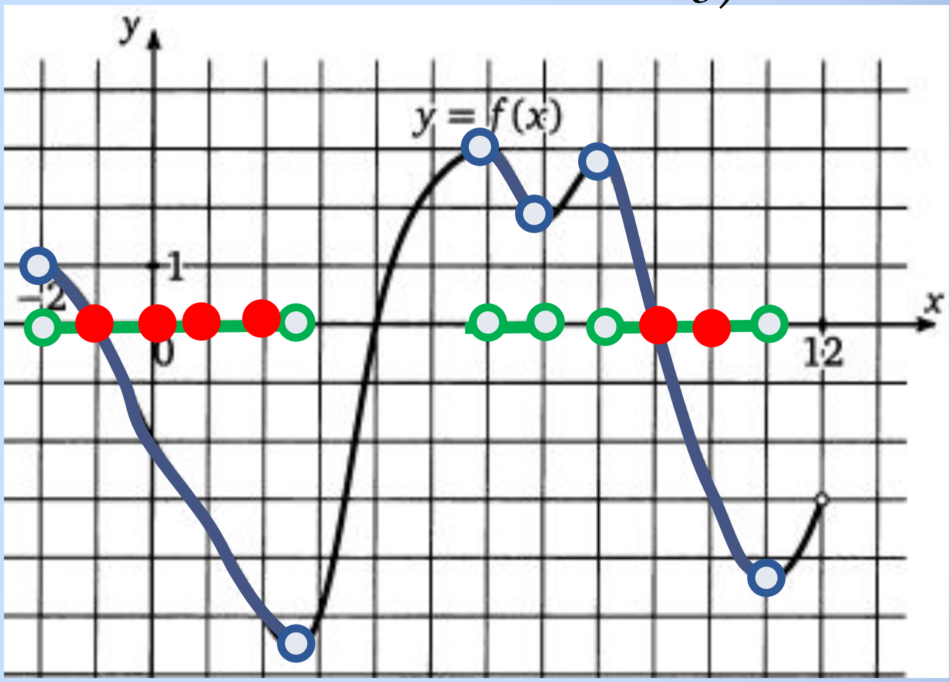
Ответ: 5.

Решите самостоятельно . На рисунке изображен график функции *y* = *f* (*x*), определенной на интервале (*a*;*b*). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

а)



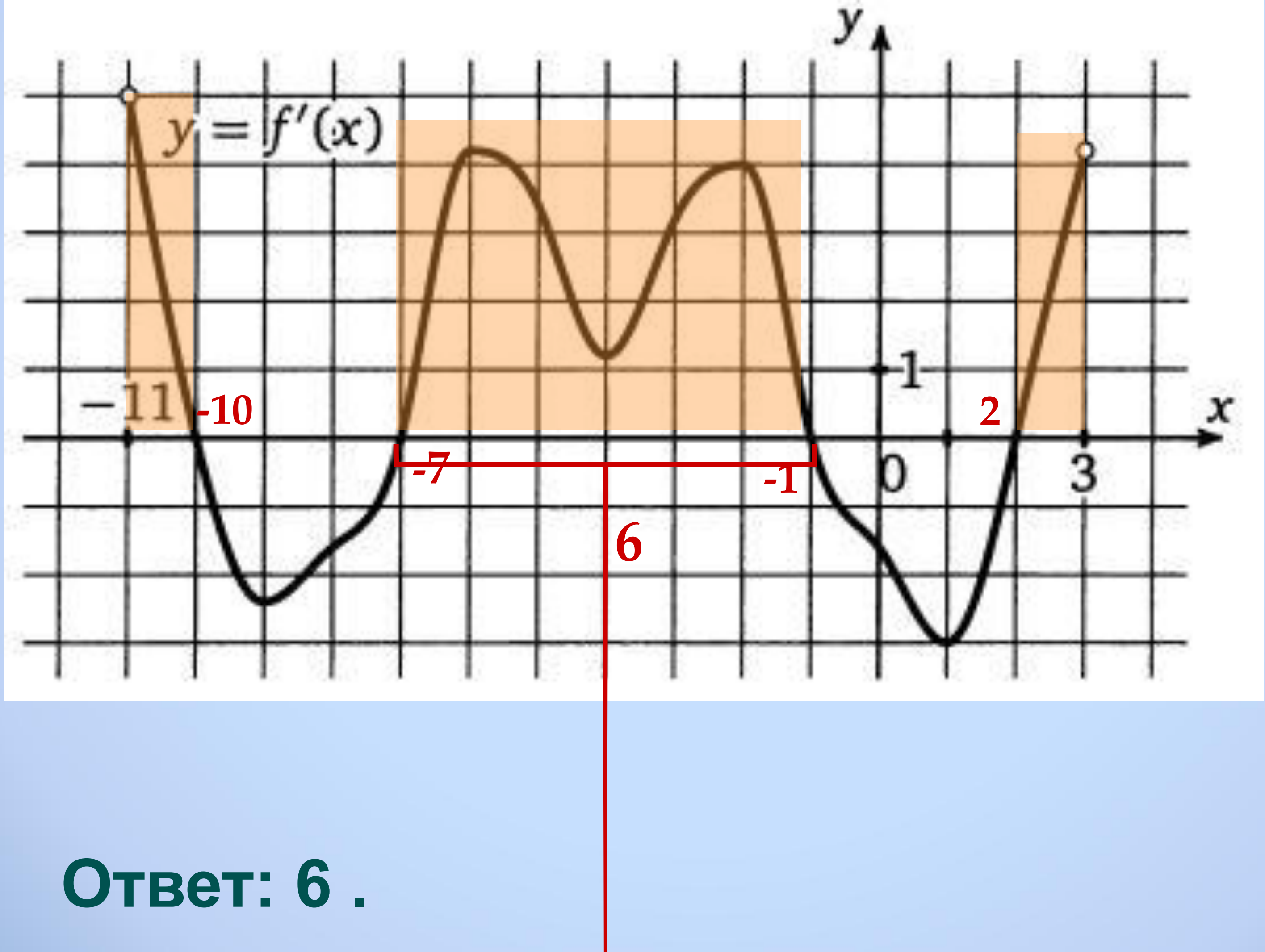
б)



Ответ: 3.

Ответ: 6.

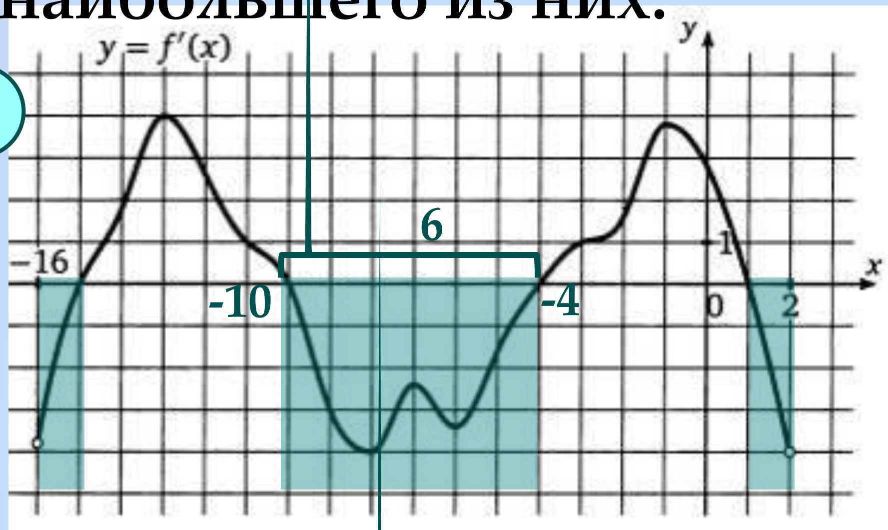
На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-11; 3). Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: 6 .

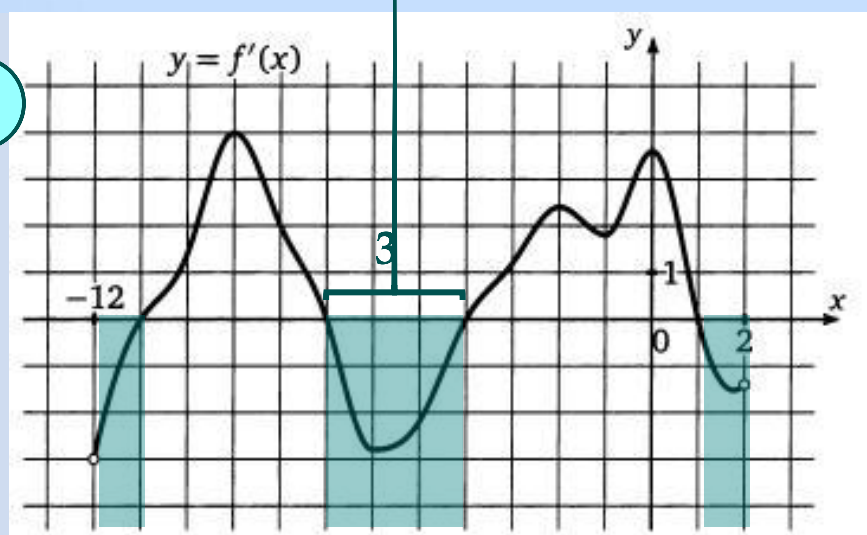
На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(x_1;\ x_2)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

1



Ответ: 6 .

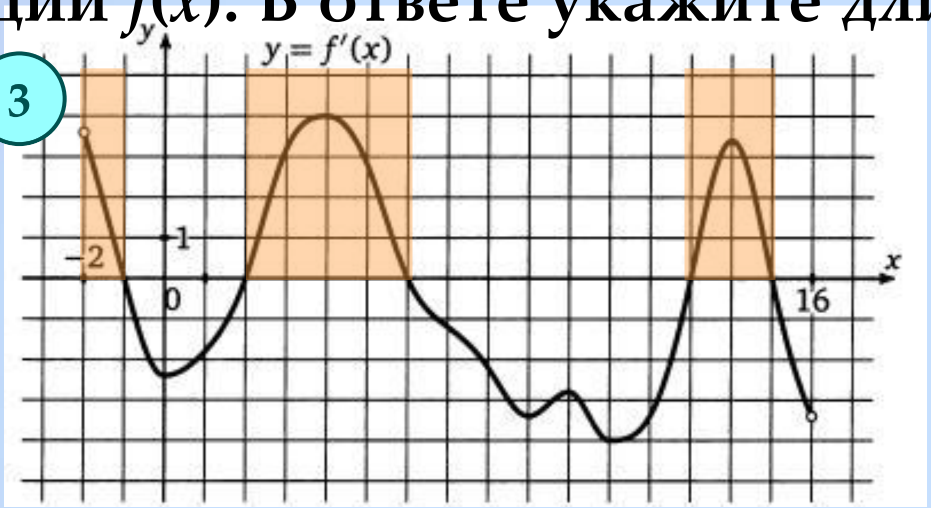
2



Ответ: 3 .

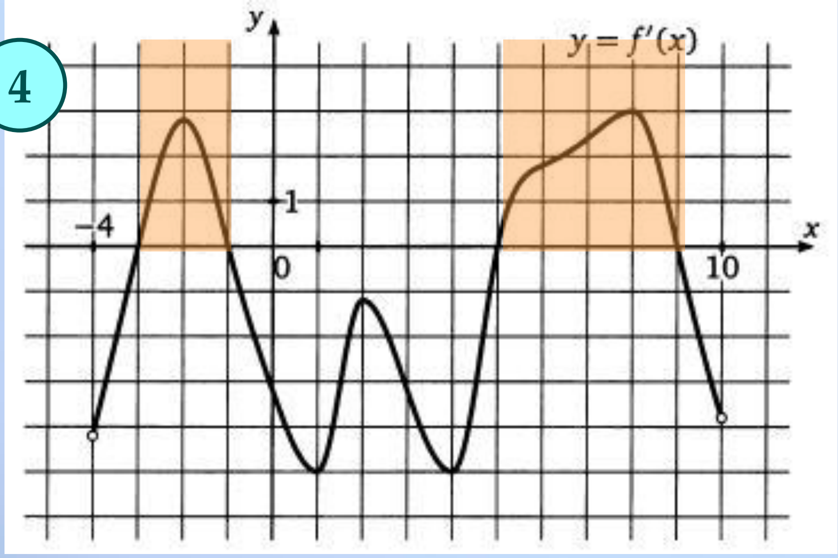
Решите самостоятельно. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(x_1; x_2)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наименьшего из них.

3



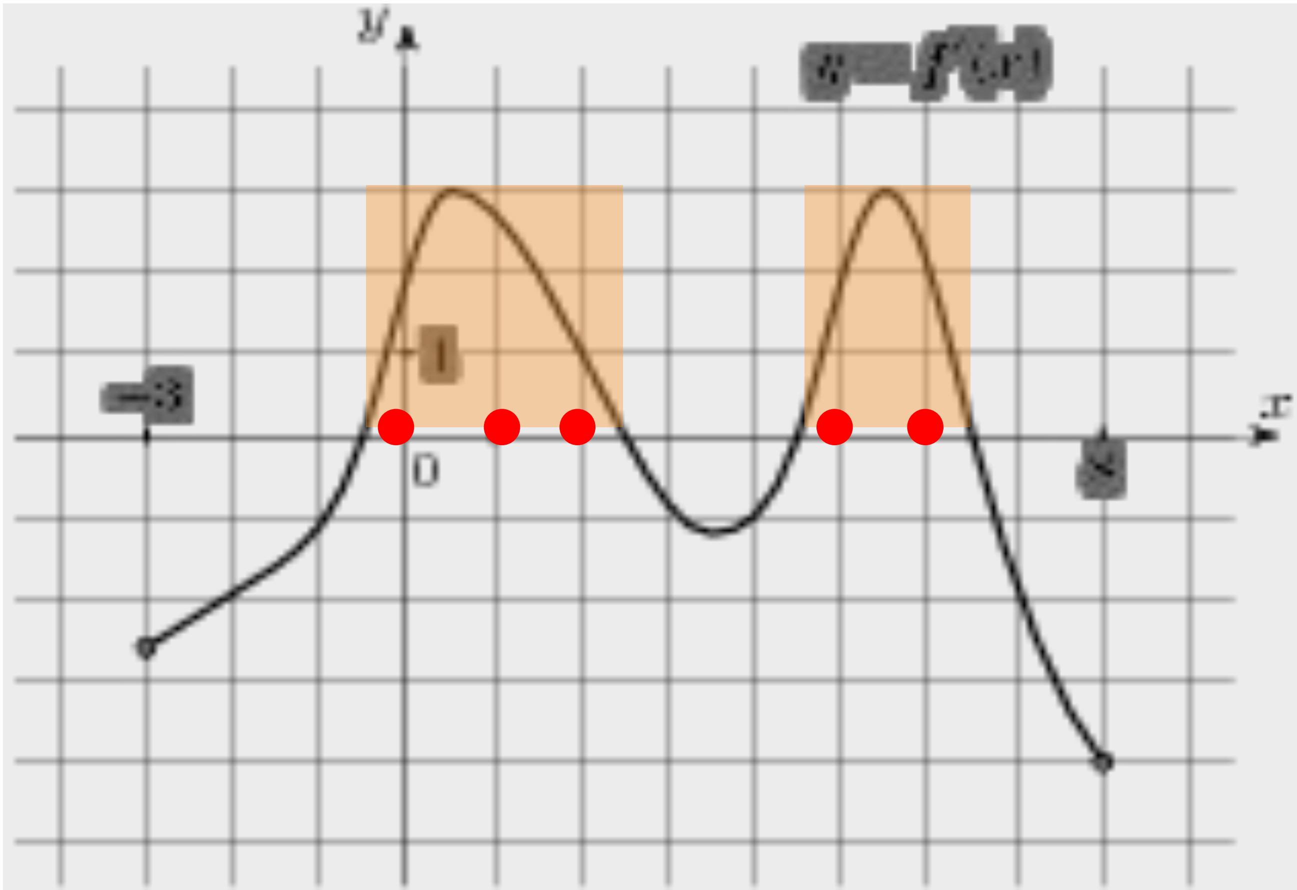
Ответ: 1 .

4



Ответ: 2 .

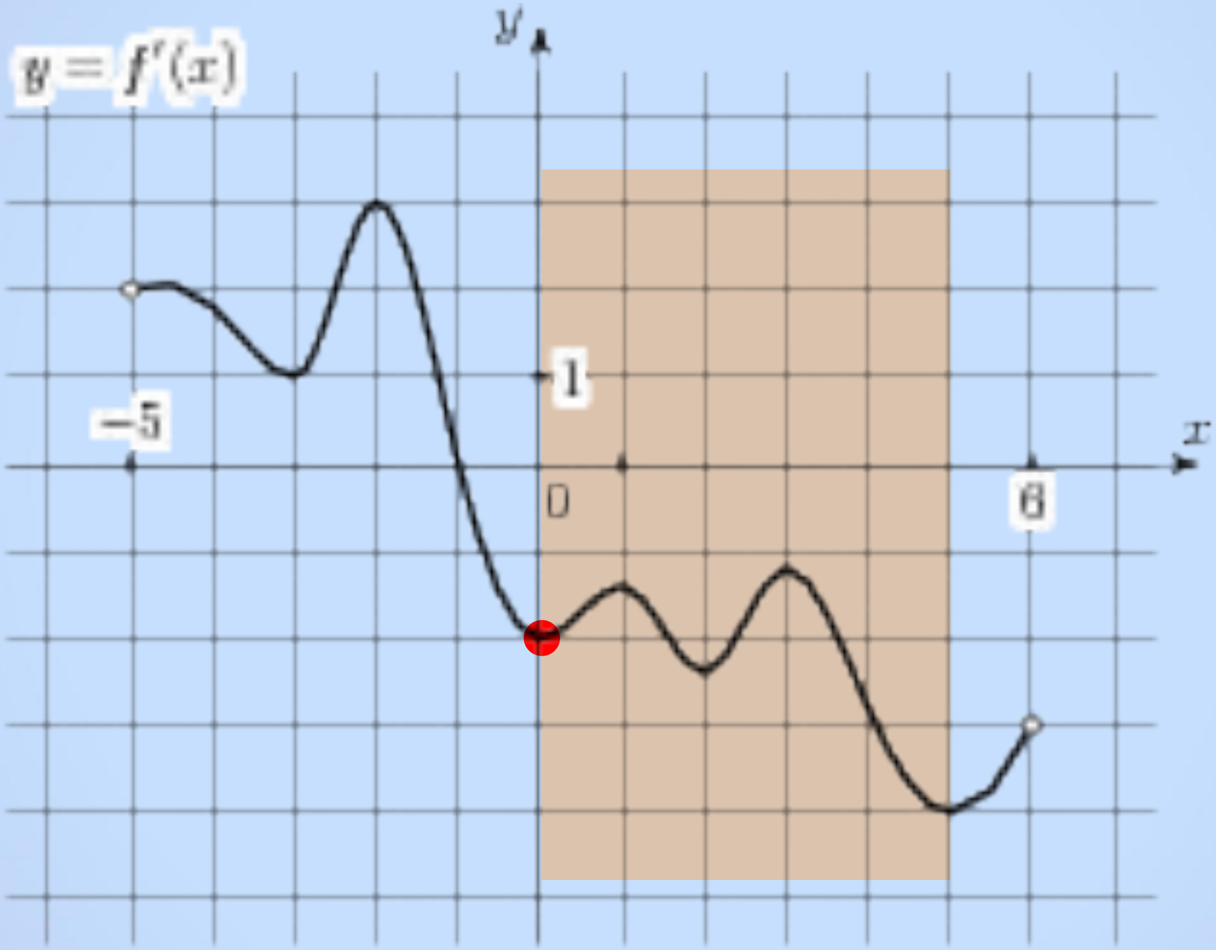
функции , определенной на интервале . Найдите промежутки возрастания функции . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



0+1+2+5+6= 14

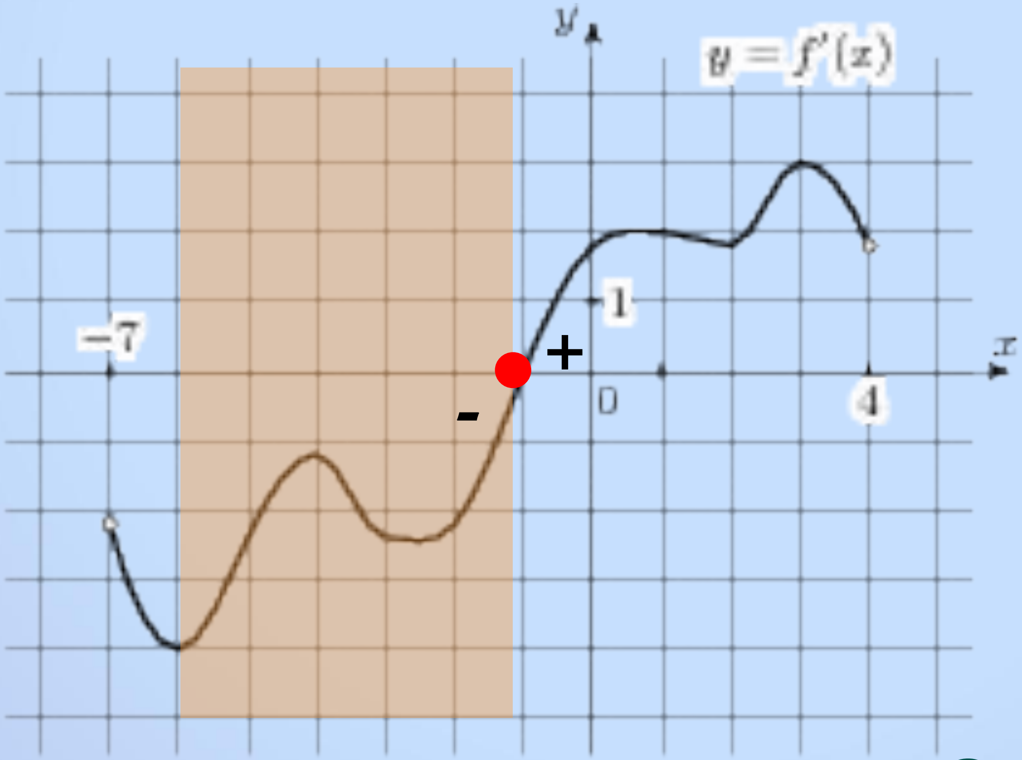
Ответ: 14

определенной на интервале (-5;6) . В какой точке отрезка [0 ;5]функция принимает наибольшее значение?



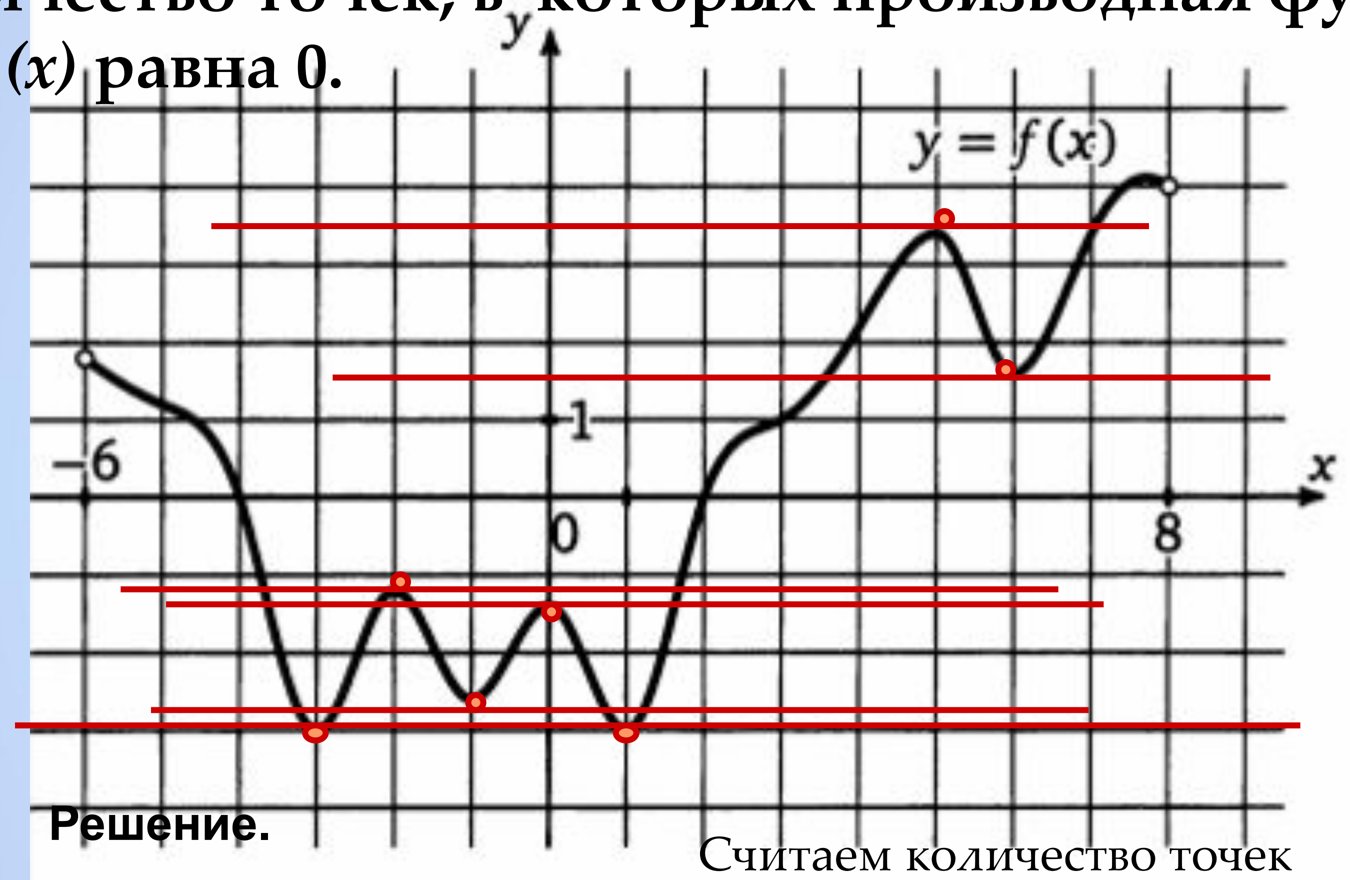
Ответ: 0.

На рисунке изображен график — производной функции , определенной на интервале (-7;4) . В какой точке отрезка [-6;-1] функция принимает наименьшее значение?



Ответ: -1 .

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-6; 8). Найдите количество точек, в которых производная функции $y = f(x)$ равна 0.



Решение.

$$f'(x_0) = 0,$$

если касательная, проведенная в эту точку имеет вид y = const.

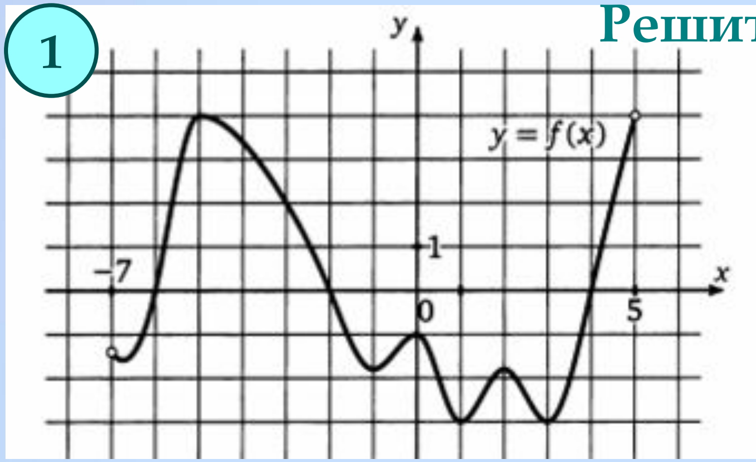
Считаем количество точек пересечения графика функции с касательной.

Ответ: 7.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a; b)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $y = f(x)$ равна 0.

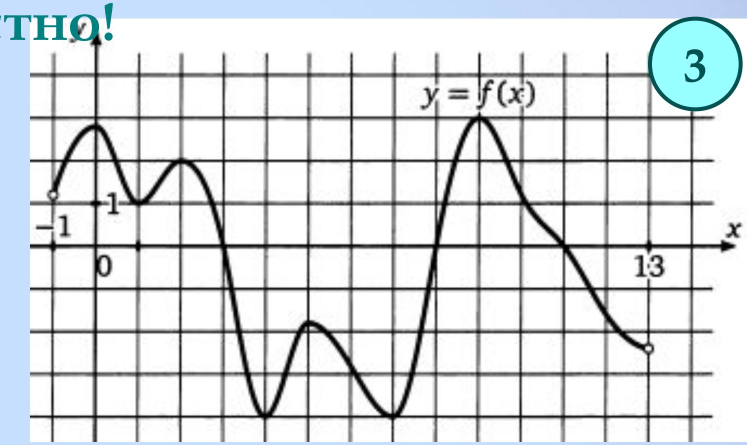
Решите устно!

1



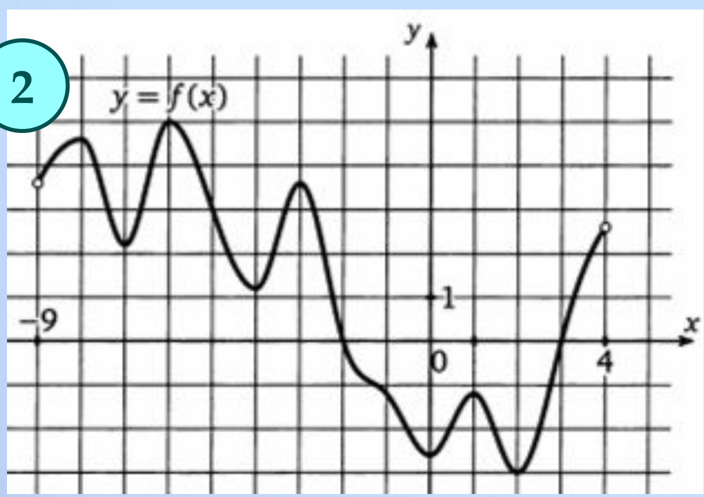
Ответ: 7.

3



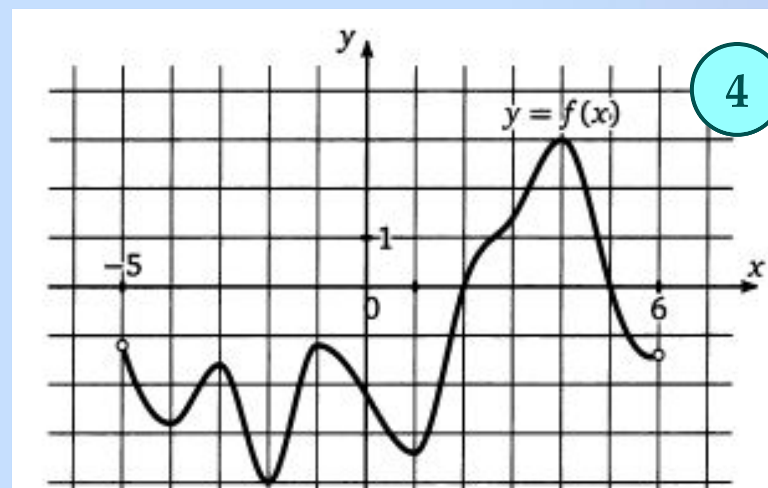
Ответ: 7.

2



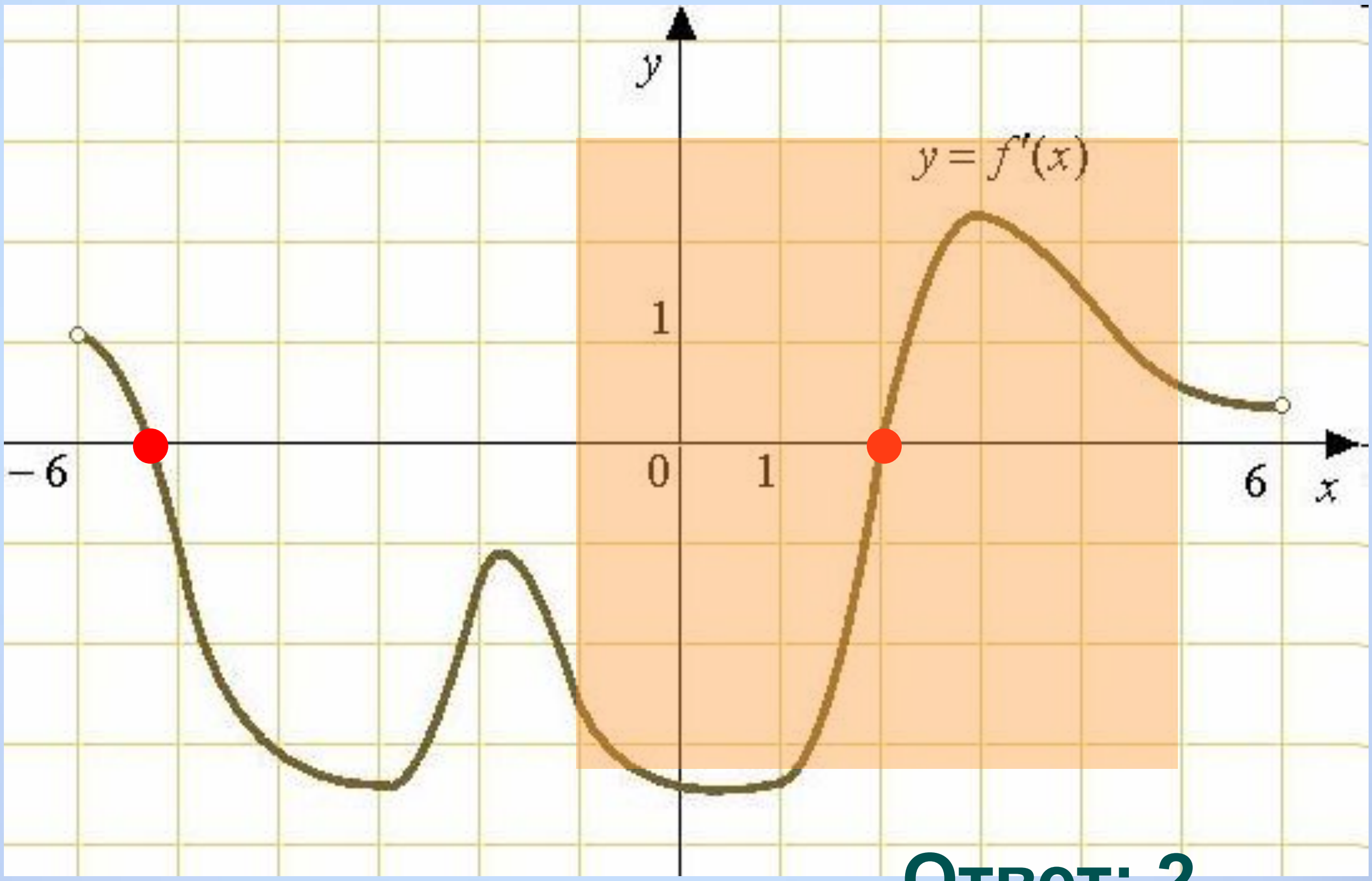
Ответ: 8.

4



Ответ: 6.

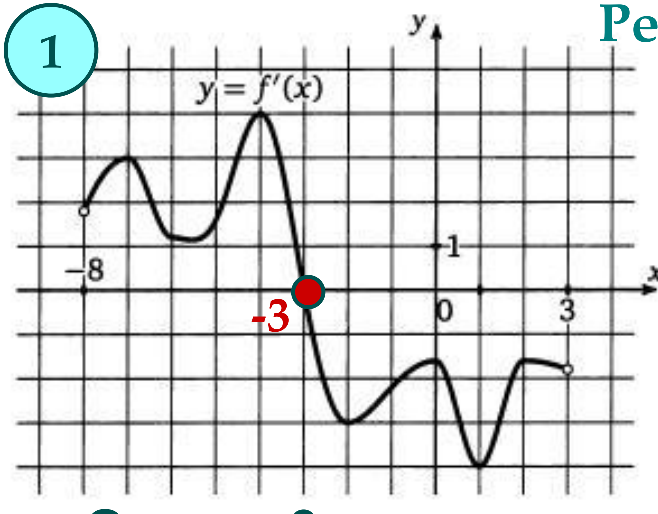
На рисунке изображен график — производной функции , определенной на интервале . Найдите точку экстремума функции на интервале (-1;5) .



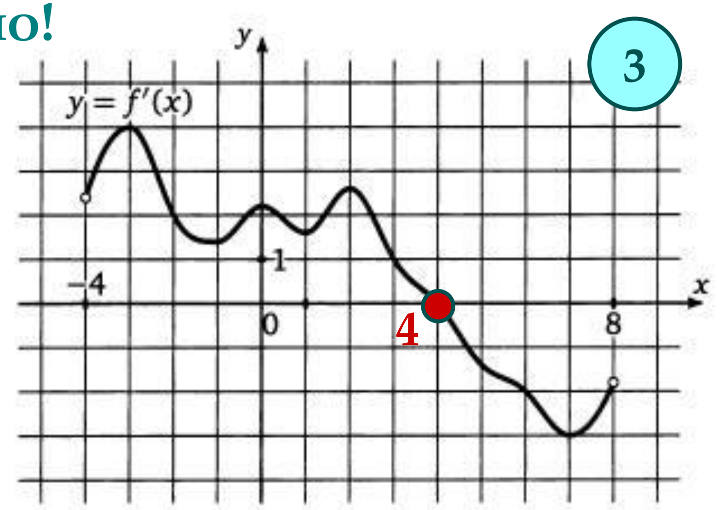
Ответ: 2.

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(a; b)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$.

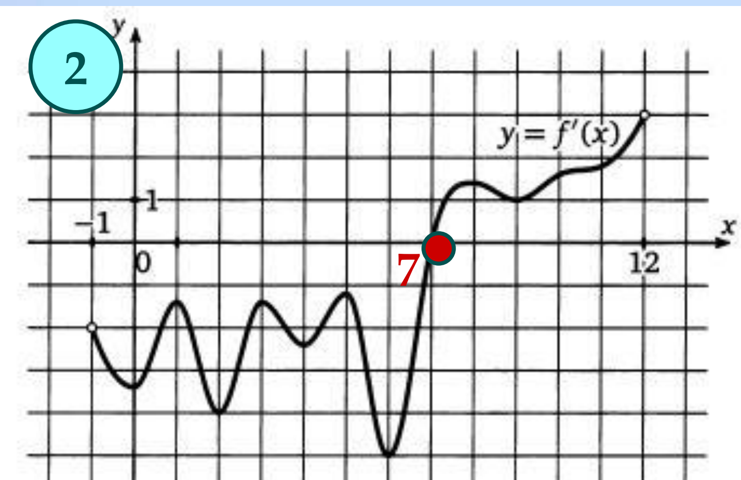
Решите устно!



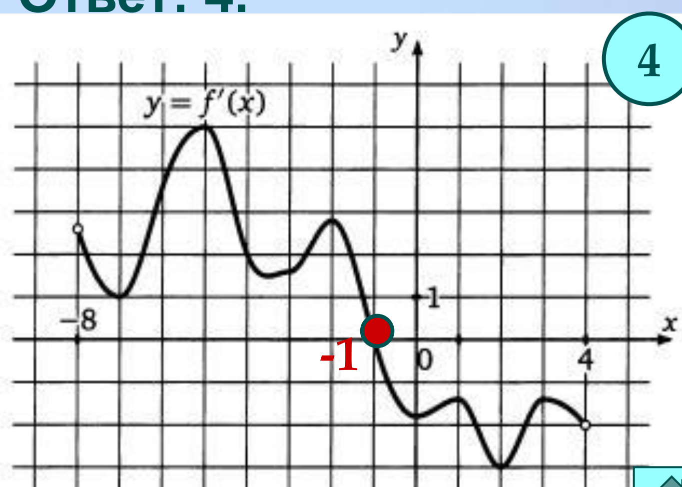
Ответ: -3.



Ответ: 4.

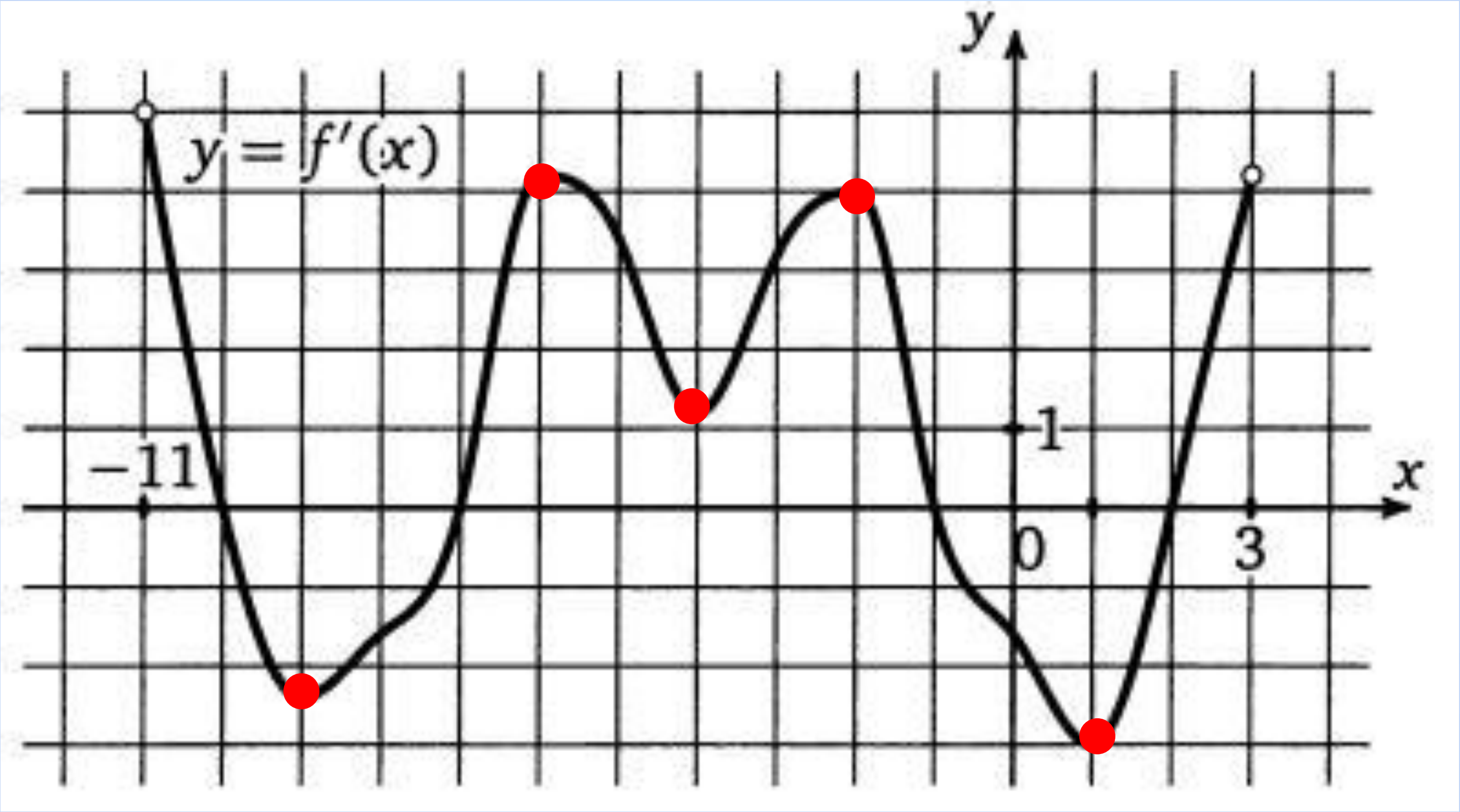


Ответ: 7.



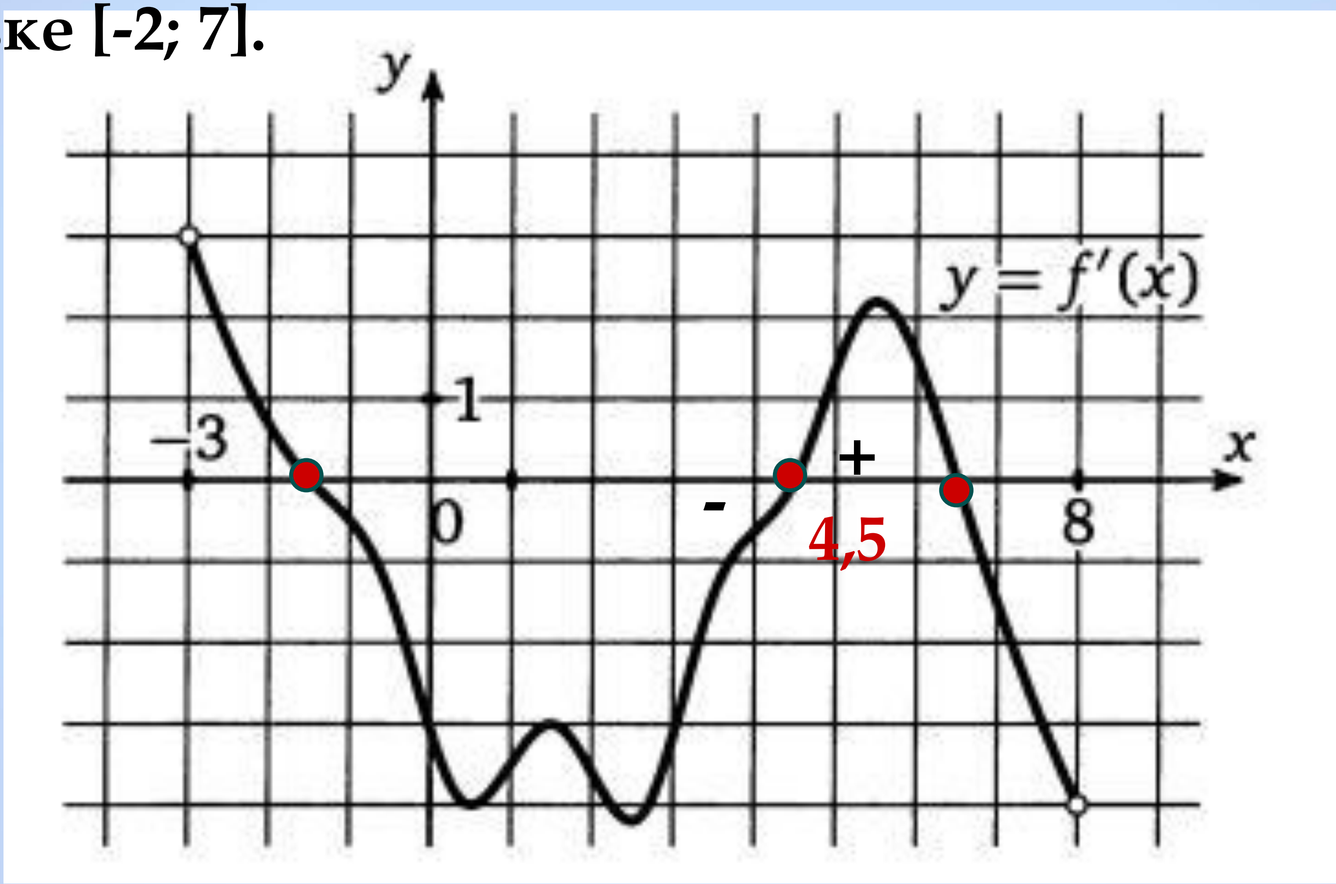
Ответ: -1.

На рисунке изображен график функции , определенной на интервале . Найдите сумму точек экстремума функции .



-9+(-6)+(-4)+(-2)+1=   -20

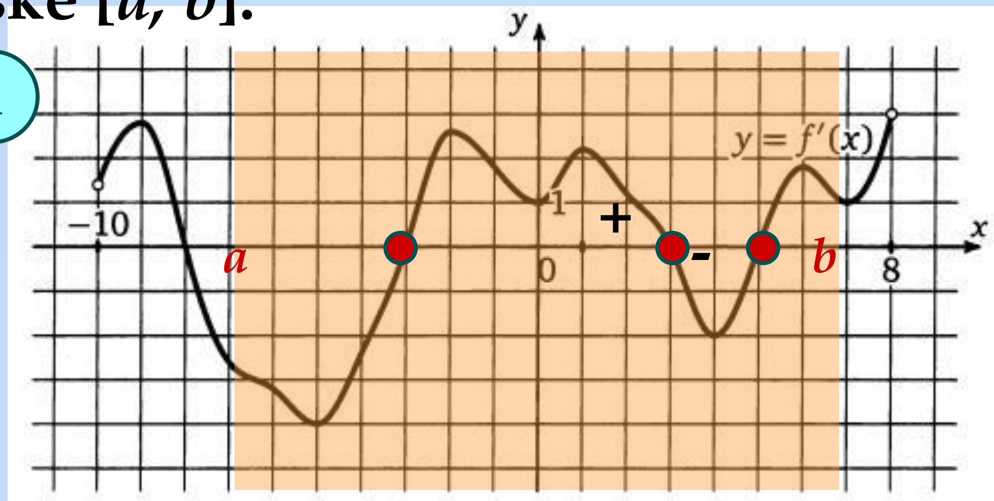
На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-3; 8). Найдите количество точек минимума функции $y = f(x)$ на отрезке [-2; 7].



Ответ: 1 .

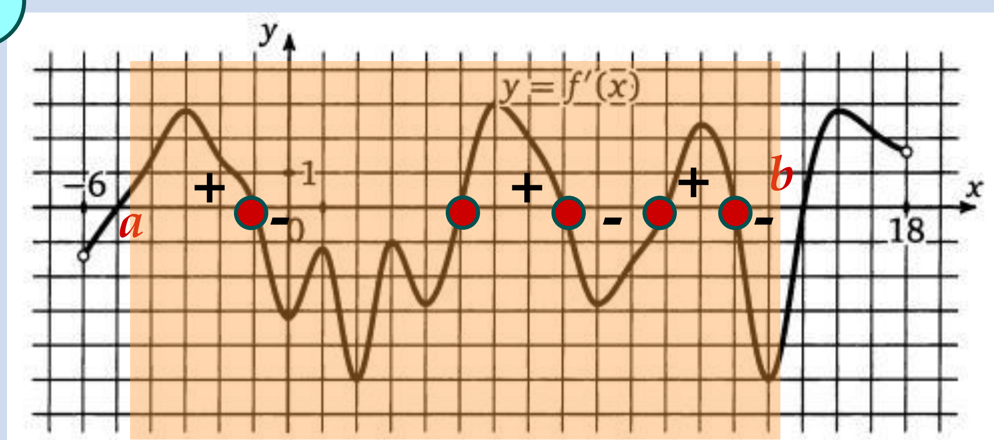
На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(x_1; x_2)$. Найдите количество точек максимума функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

1



Ответ: 1 .

2



Ответ: 3 .

Алгоритм исследования непрерывной функции f(x) на монотонность и экстремумы.

1) **Найти производную $f`(x)$.**
2) **Найти стационарные и критические точки.**
3) **Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.**
4) **Опираясь на Т.1, Т.2, Т.4, сделать выводы о монотонности функции и о её точках экстремума.**

Промежутки возрастания, убывания

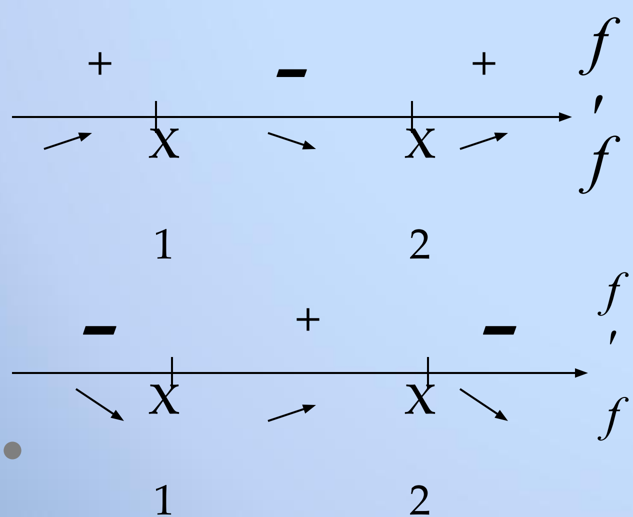
$f'(x)$ - ?

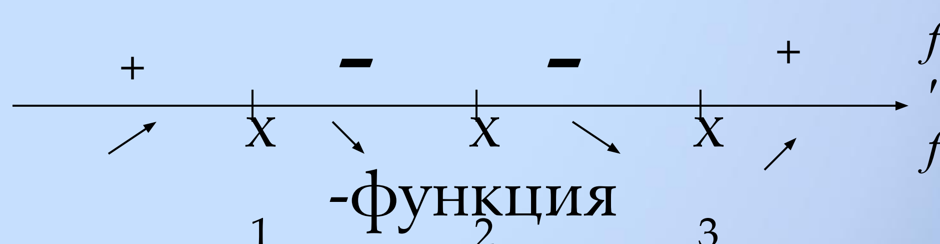
$f'(x) > 0$ в каждой точке интервала I

$f'(x) < 0$ в каждой точке интервала I

f возрастает на I

f убывает на I





-функция возрастает,

- функция убывает.

Найти критические точки функции. Определить, какие из них являются точками максимума,
а какие – точками минимума.

$$f\ (x) = 9+8x^2-x^4$$

Решение:

$f' = 16x - 4x^3$;

f' (x) определена во всех точках,

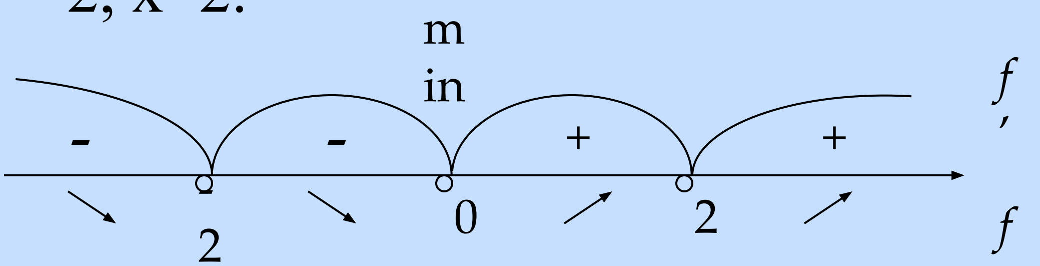
$f' = 0$,

$16x - 4x^3 = 0$,

$4x\,(4 - x^2) = 0$,

x=0 или (2-x)(2+x)=0

x=0, x =-2, x=2.



В точке 0 производная меняет знак с «-» на «+» ($f'(x) < 0$ при $x \in (-\infty;-2) \cup (-2;\,0)$ и $f'(x) > 0$ при $x \in (0;\,2) \cup (2;\,+\infty)$).

Пользуясь признаками максимума и минимума, получаем, что точка 0 является точкой минимума $f_{min}(x) = f(0) = 9$.

№ 44.59.(а)

Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы

$$y = \sin x - \frac{1}{2}x$$