

Применение производной для исследования функции

Урок в 10 классе

Автор: учитель математики МБОУ г. Мурманска

СОШ № 31

Сидоровой А.В.

1 Достаточный признак возрастания функции

2 Достаточный признак убывания функции

3 Признак максимума функции

4 Признак минимума функции

Если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 точка максимума

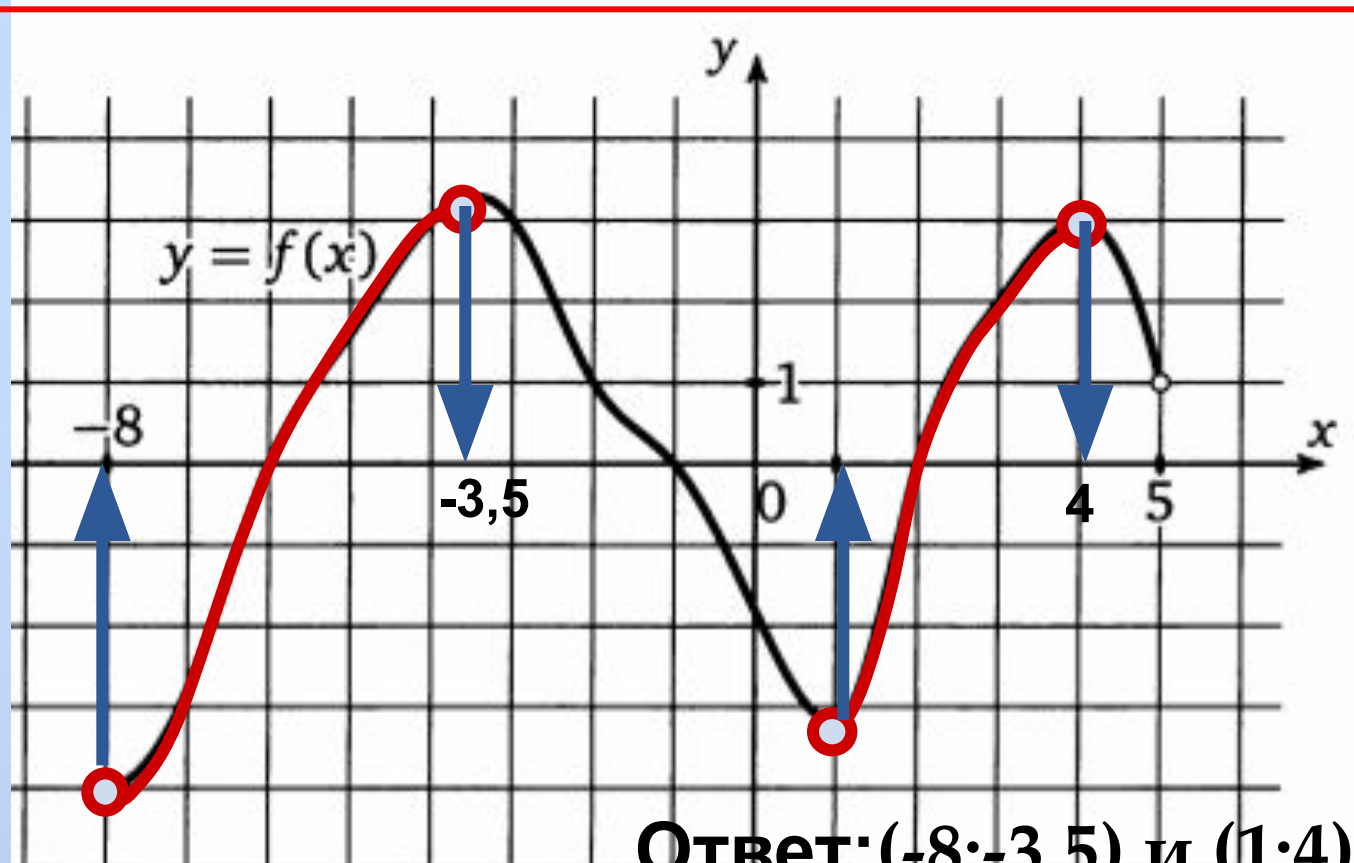
Если $f'(x) > 0$ в каждой точке интервала I , то функция возрастает на I .

Если в точке x_0 производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 точка минимума

Если $f'(x) < 0$ в каждой точке интервала I , то функция убывает на I .

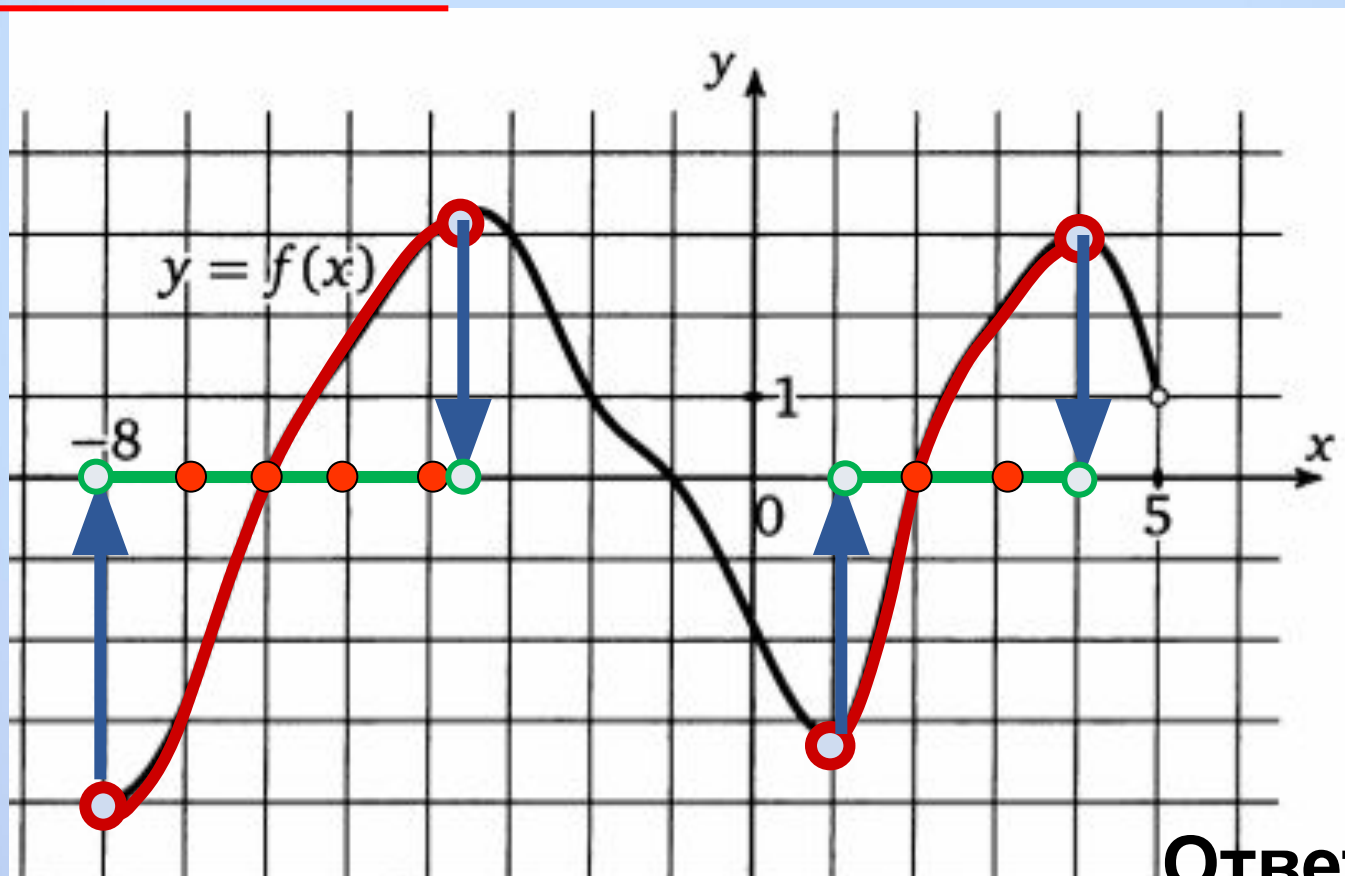
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 5)$.

Определите промежутки, в которых производная функции положительна.



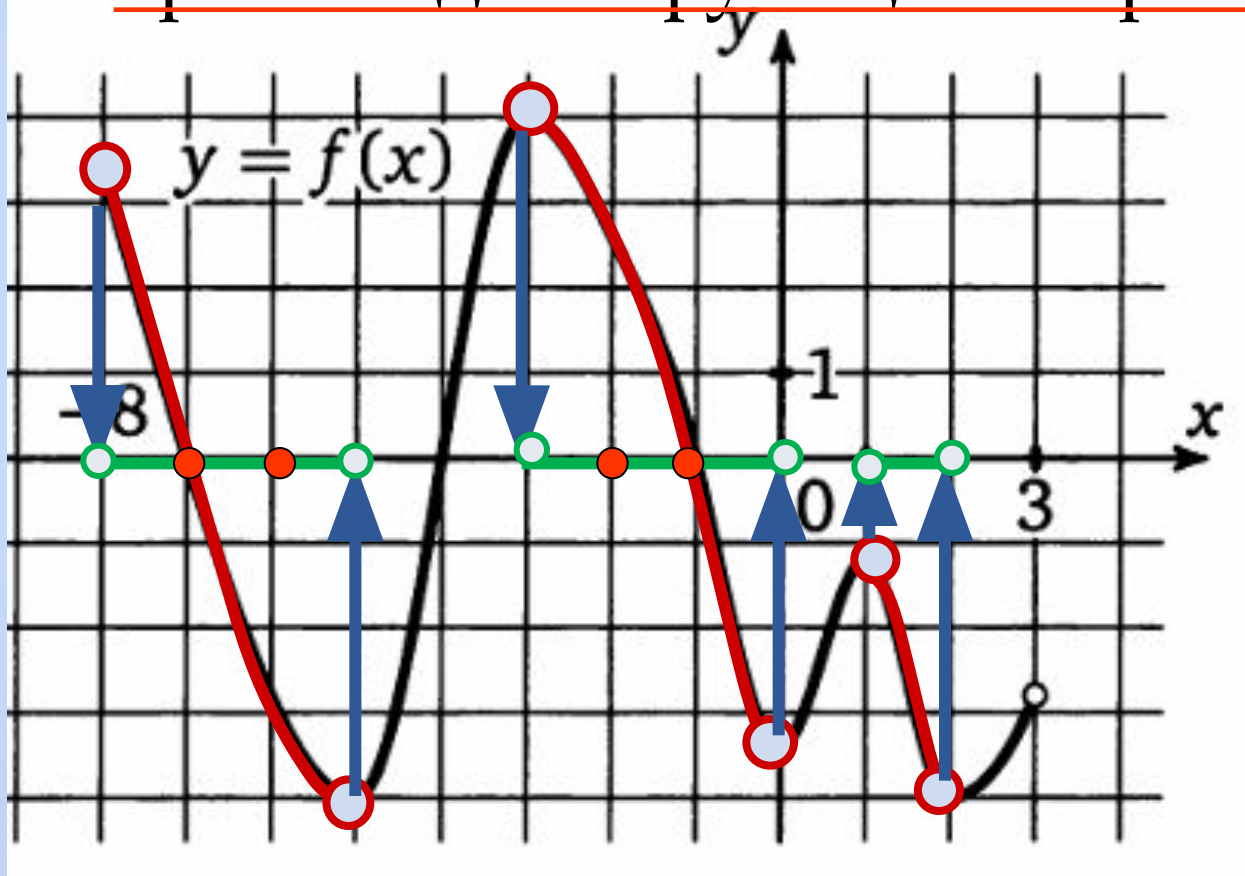
Ответ: $(-8; -3,5)$ и $(1; 4)$

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



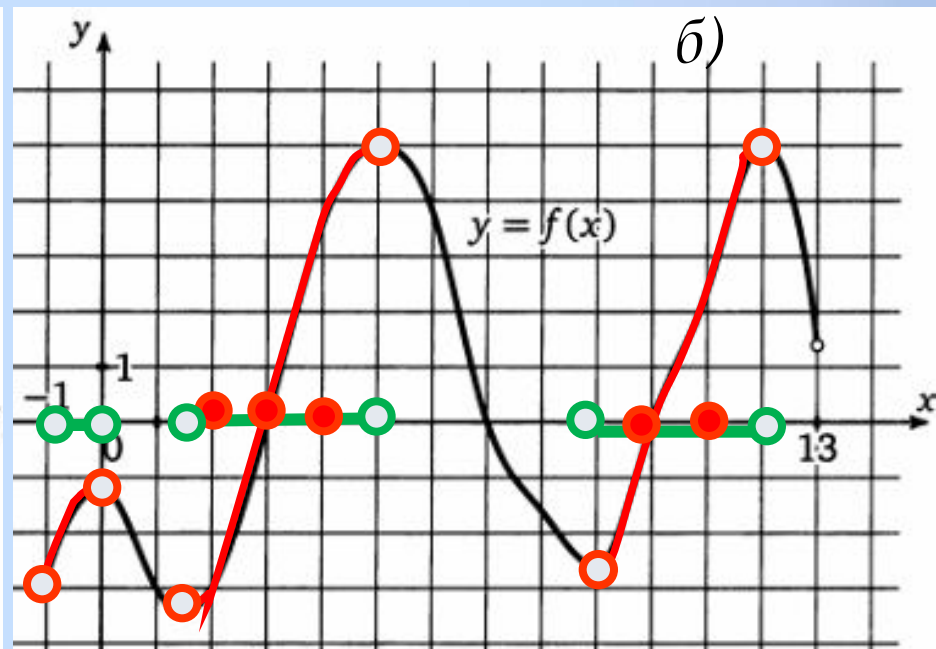
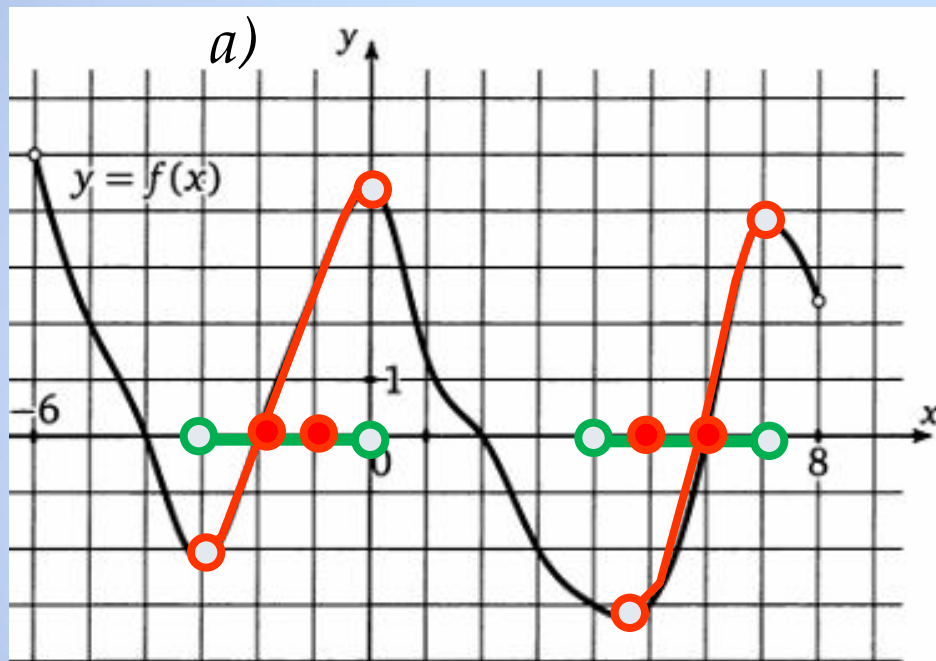
Ответ: 6.

На рисунке изображен график функции
 $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$.
Определите количество целых точек, в
которых производная функции отрицательна.



Ответ: 4.

Решите самостоятельно. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a;b)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

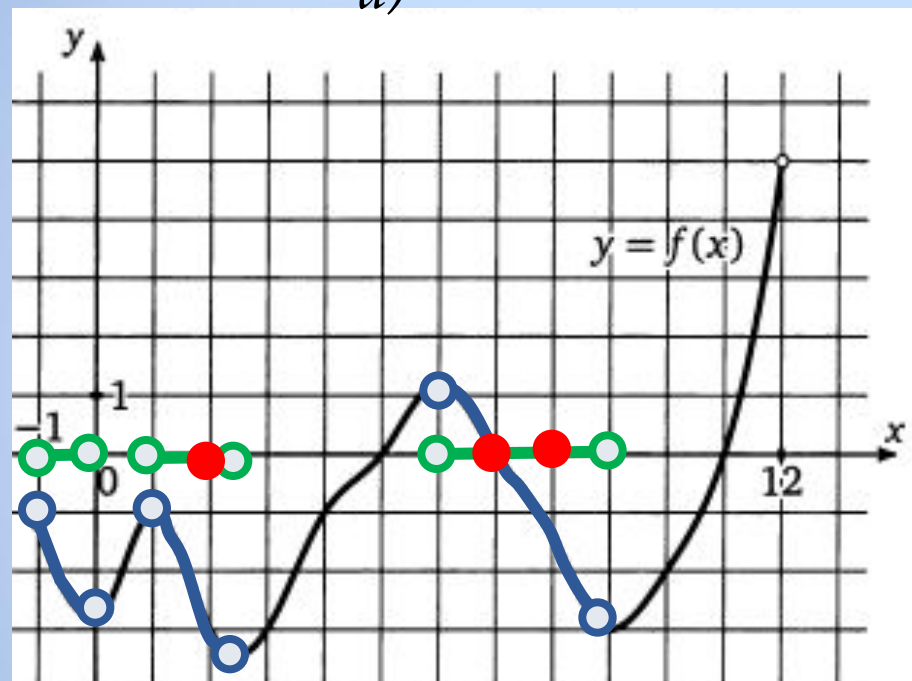


• **Ответ: 4.**

• **Ответ: 5.**

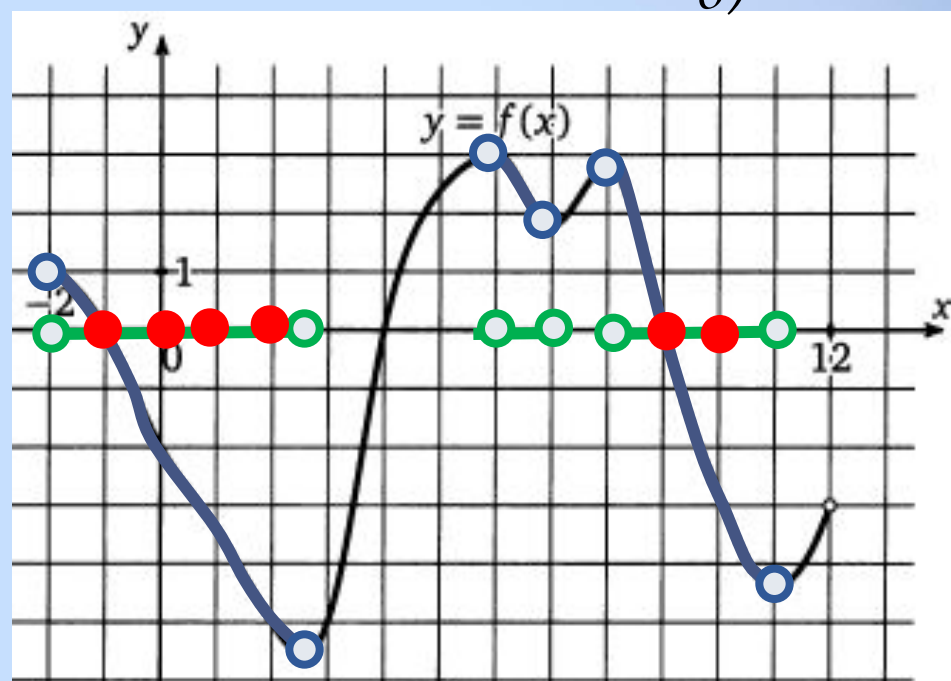
Решите самостоятельно . На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a;b)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

а)



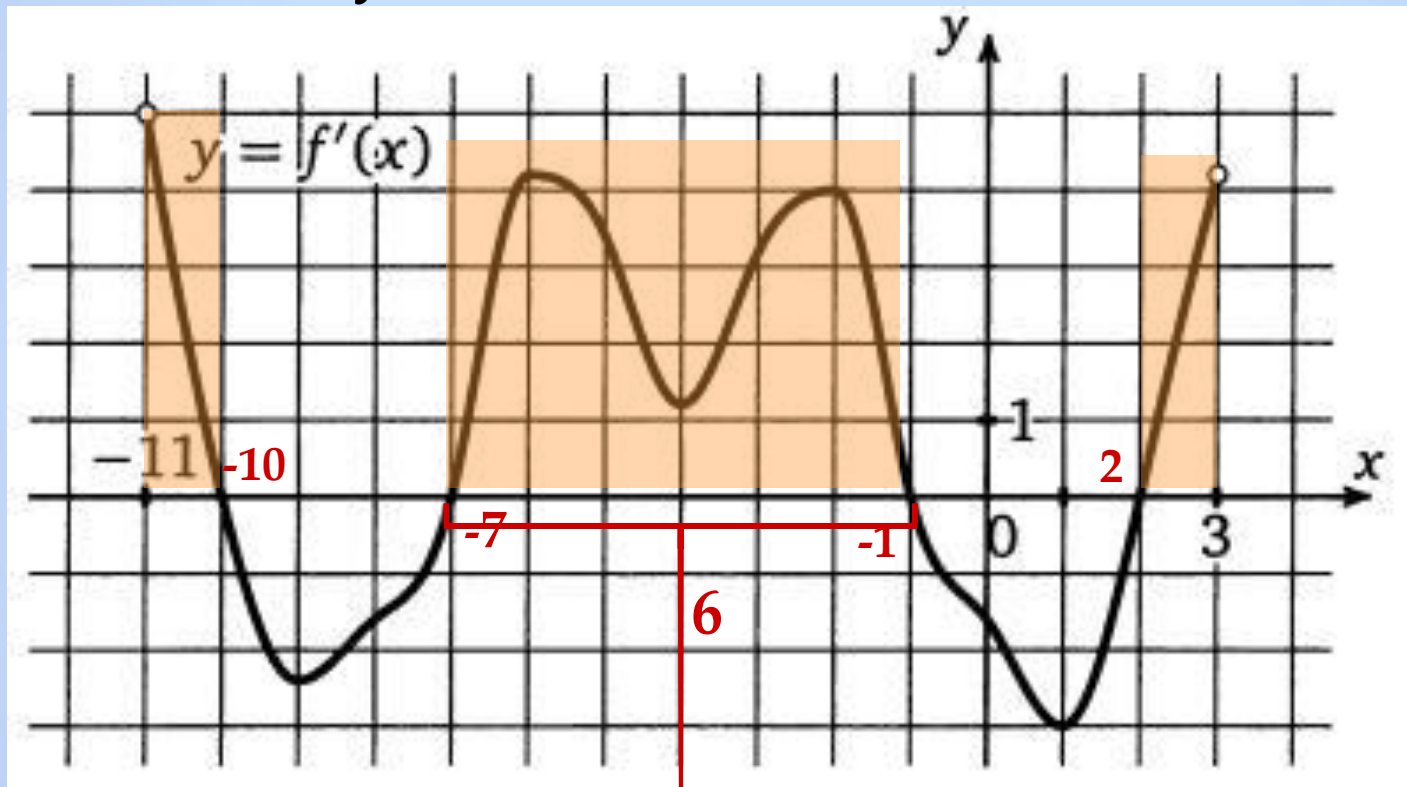
Ответ: 3.

б)



Ответ: 6.

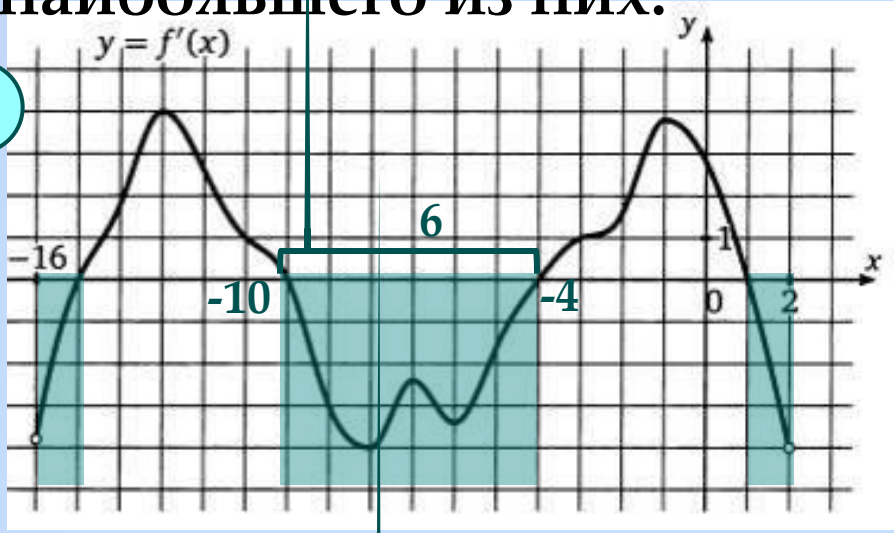
На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на интервале $(-11; 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



• **Ответ: 6 .**

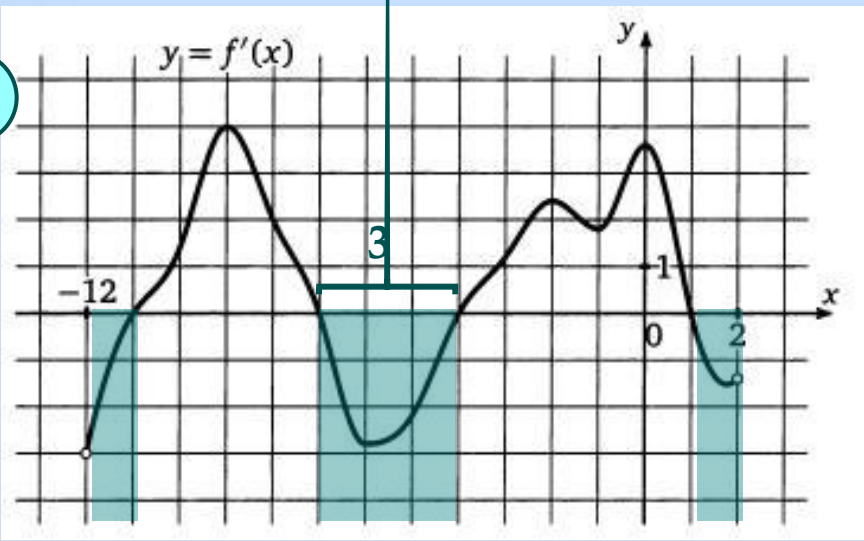
На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(x_1; x_2)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

1



Ответ: 6 .

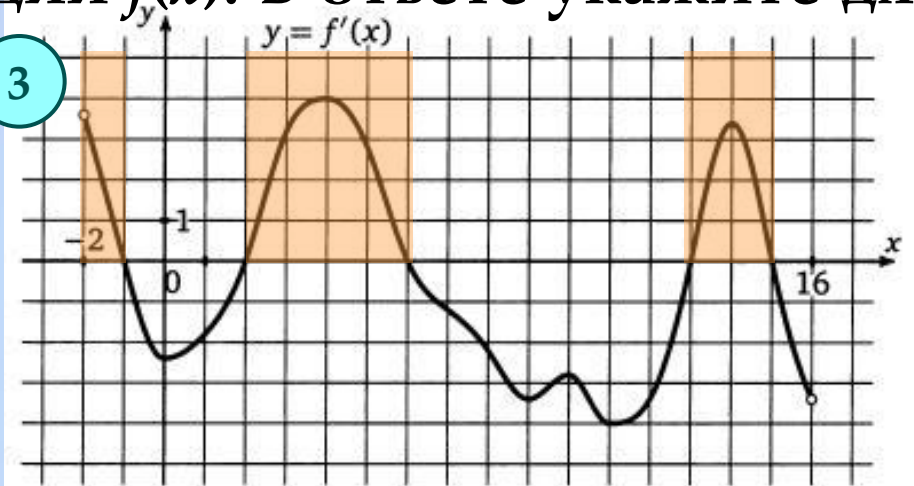
2



Ответ: 3 .

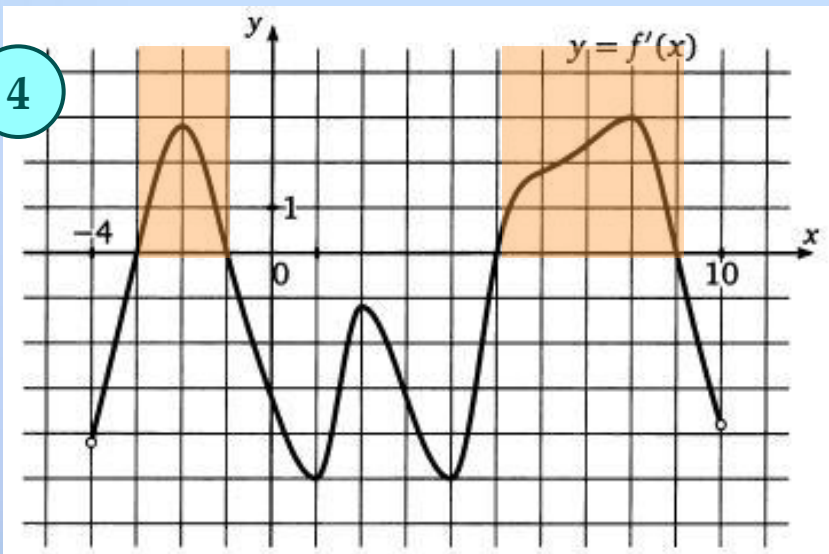
Решите самостоятельно. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(x_1; x_2)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наименьшего из них.

3



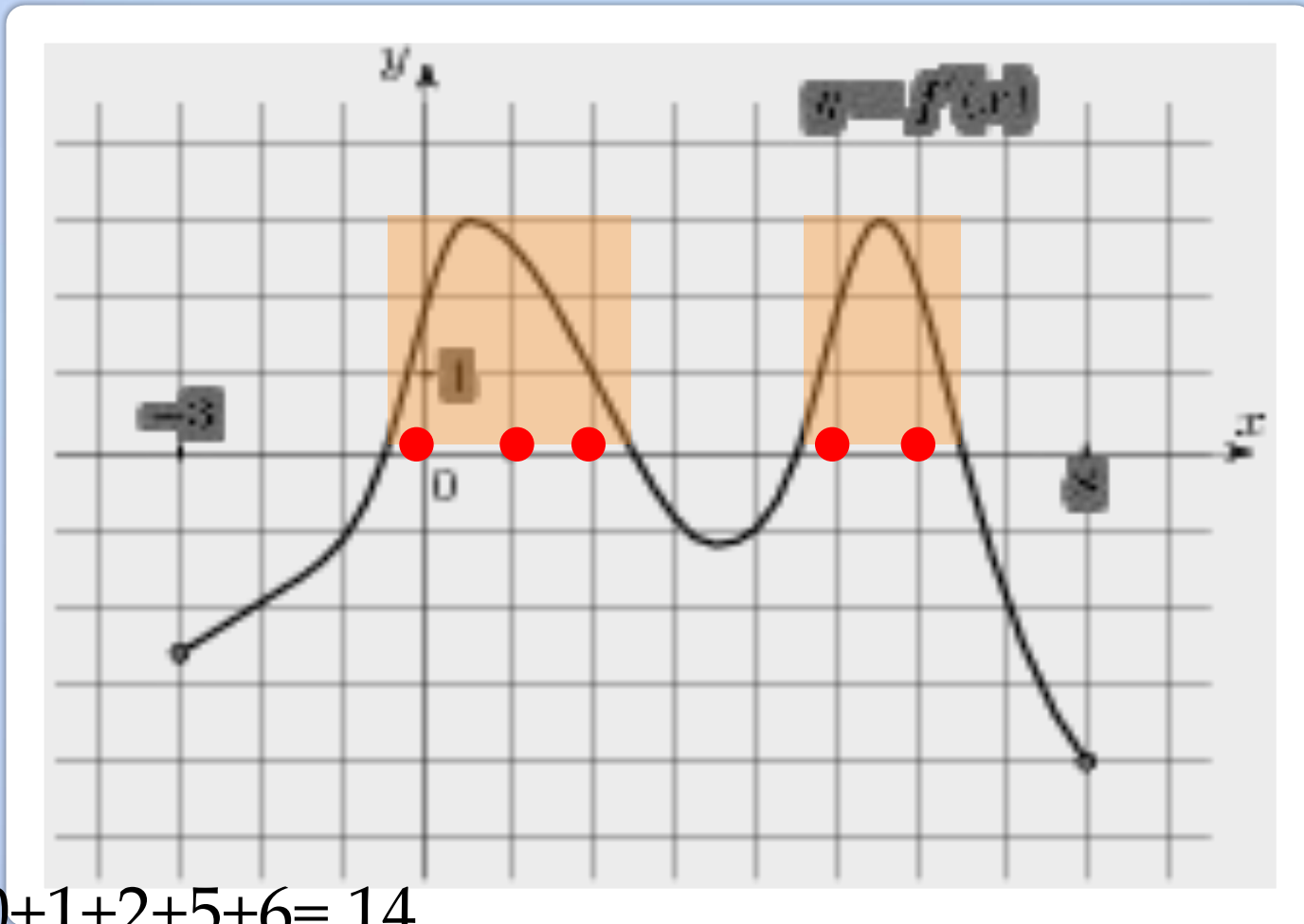
Ответ: 1 .

4



Ответ: 2 .

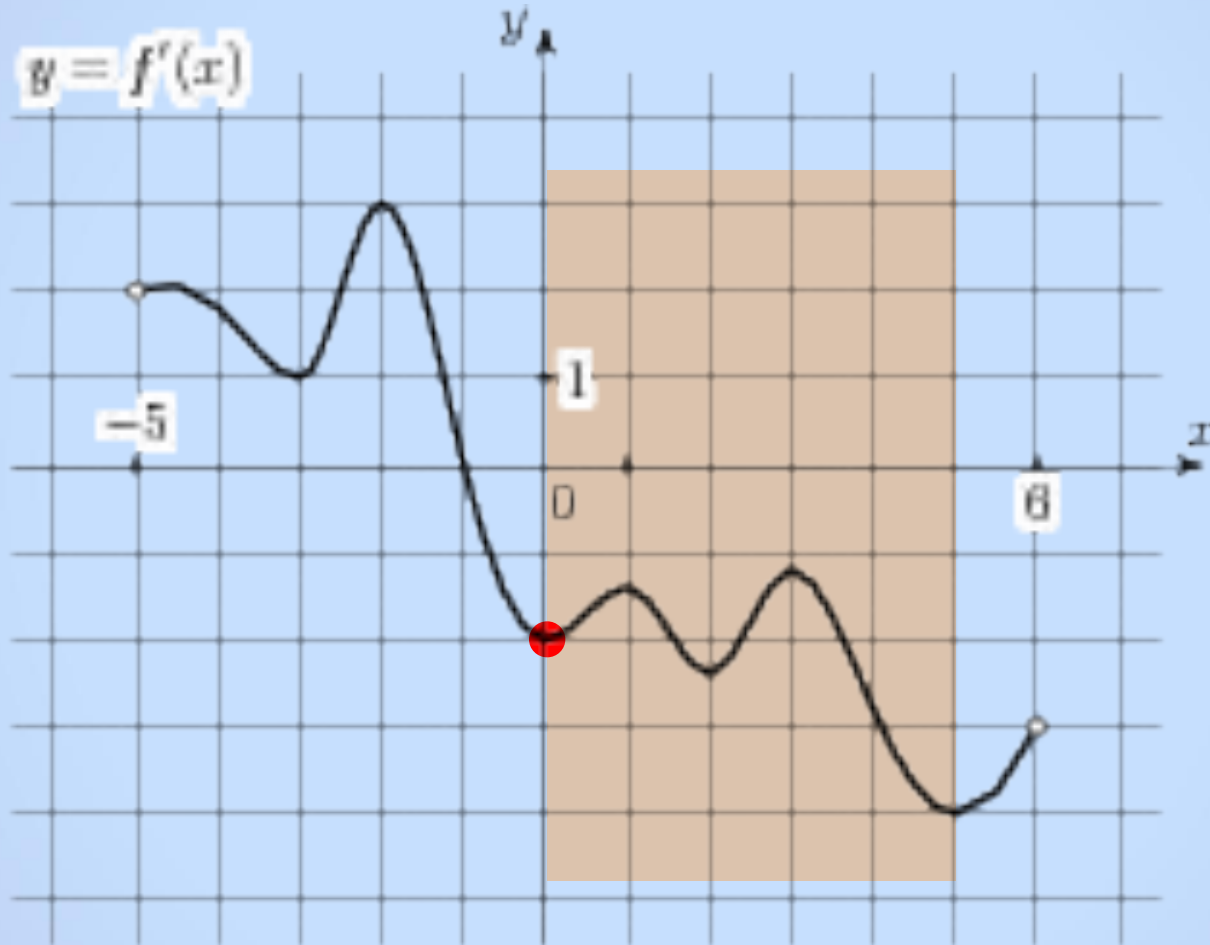
функции, определенной на интервале. Найдите промежутки возрастания функции. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



$$0+1+2+5+6=14$$

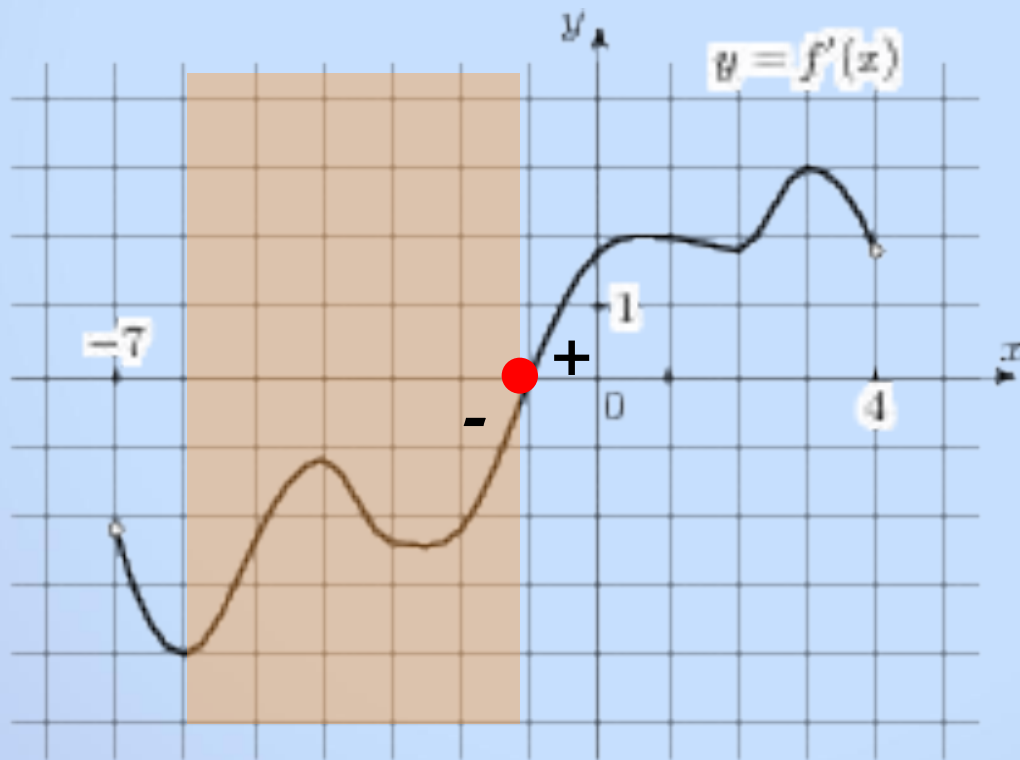
Ответ: 14

определенной на интервале $(-5;6)$. В какой точке отрезка $[0;5]$ функция принимает наибольшее значение?



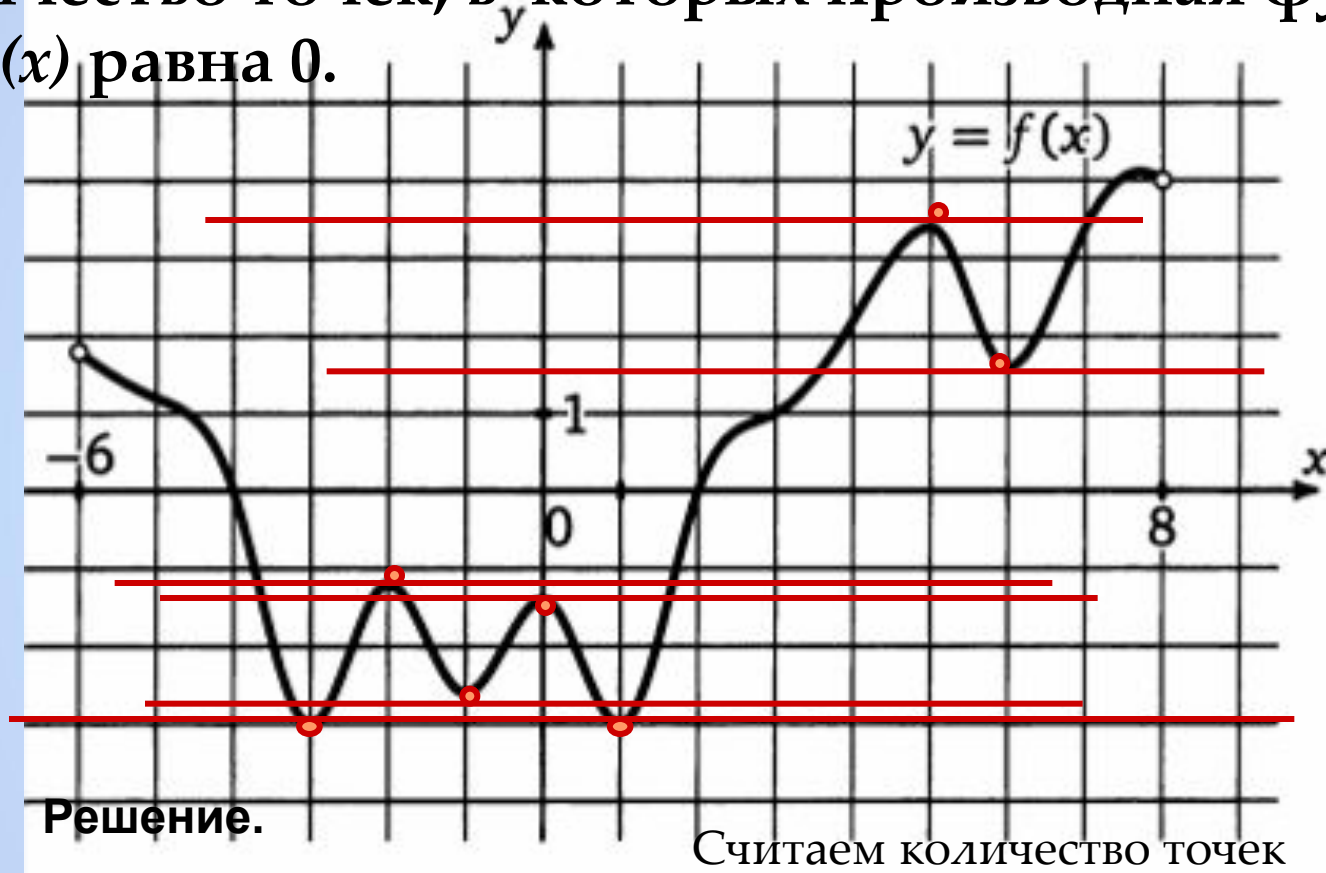
Ответ: 0.

На рисунке изображен график — производной функции, определенной на интервале $(-7;4)$. В какой точке отрезка $[-6;-1]$ функция принимает наименьшее значение?



Ответ: -1 .

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $y = f(x)$ равна 0.

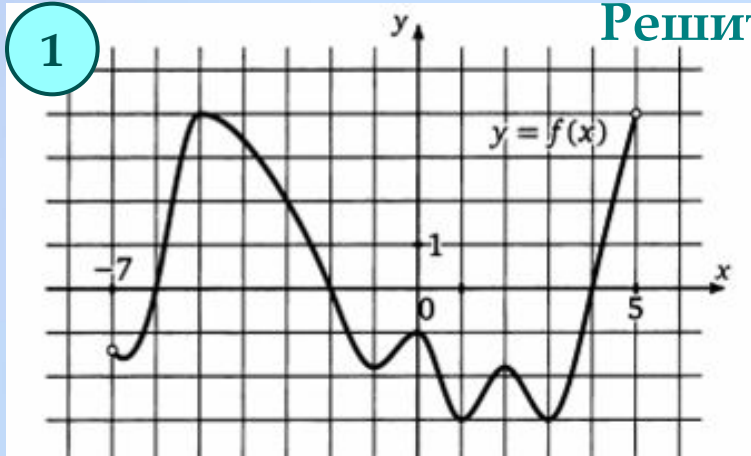


$f'(x_0) = 0$,
если касательная,
проведенная в эту точку
имеет вид $y = \text{const}$.

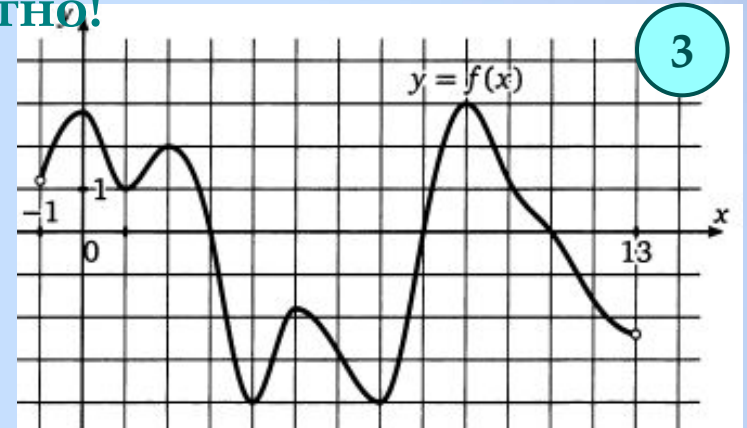
Считаем количество точек
пересечения графика
функции с касательной.

Ответ: 7.

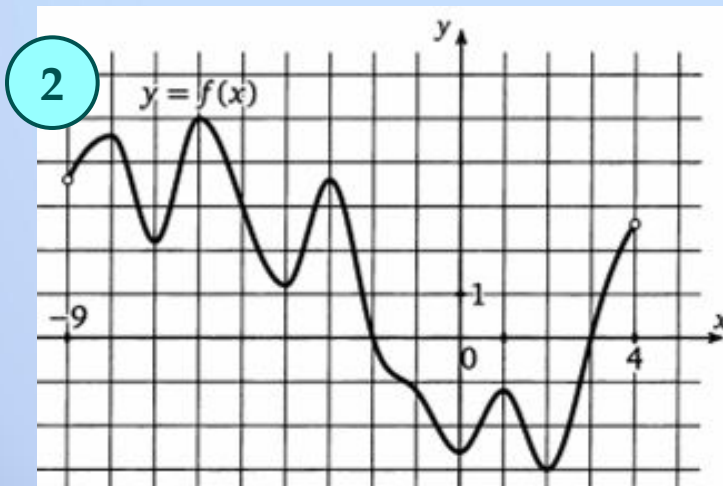
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a; b)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $y = f(x)$ равна 0.



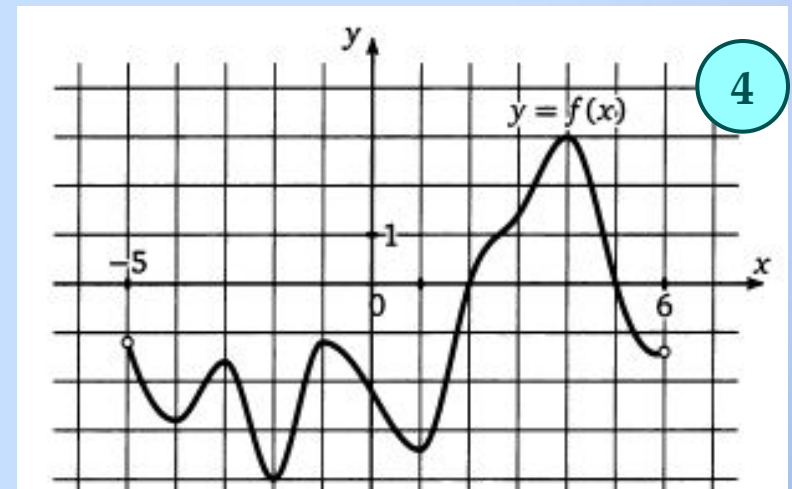
Ответ: 7.



Ответ: 7.



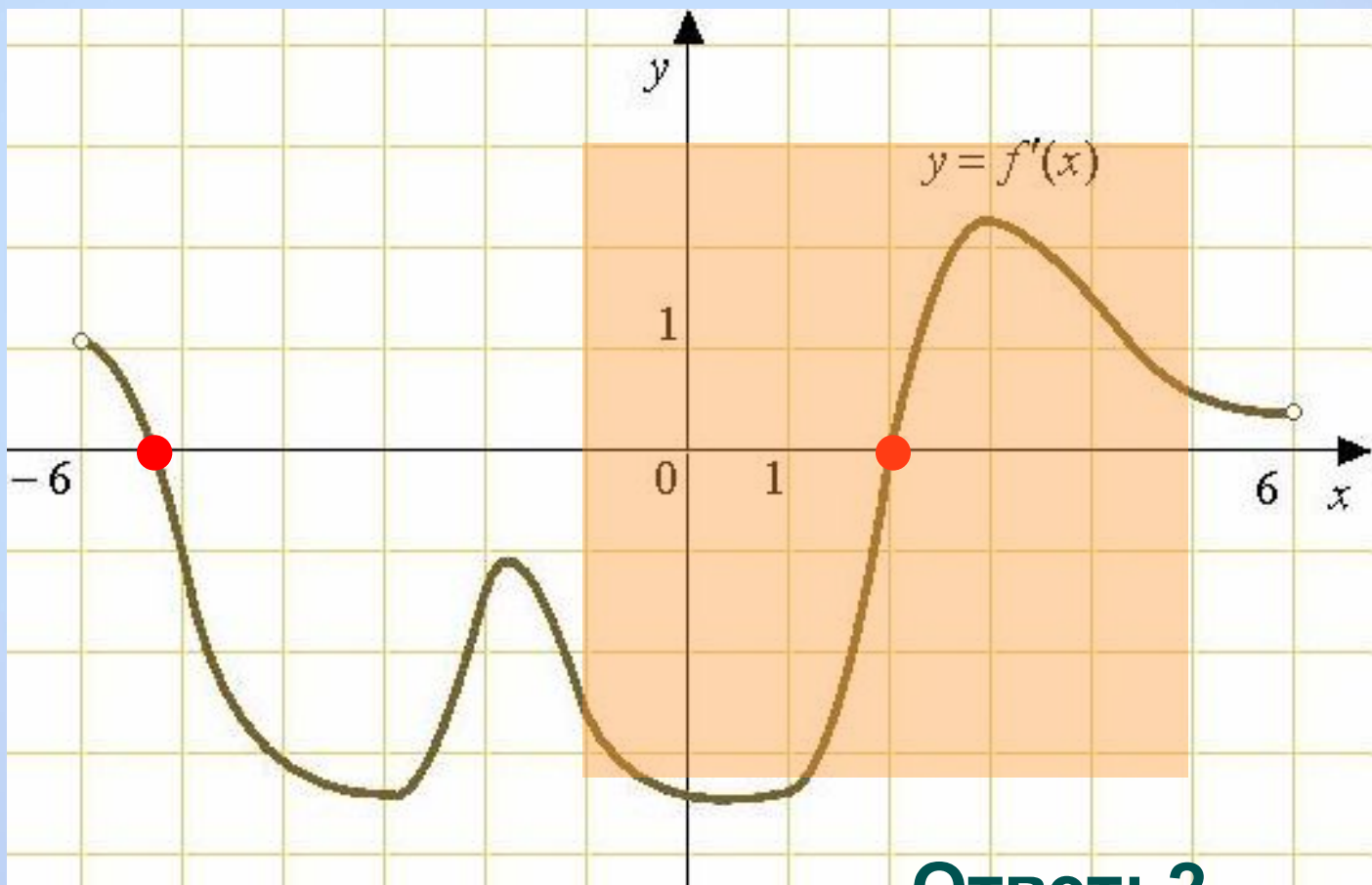
Ответ: 8.



Ответ: 6.



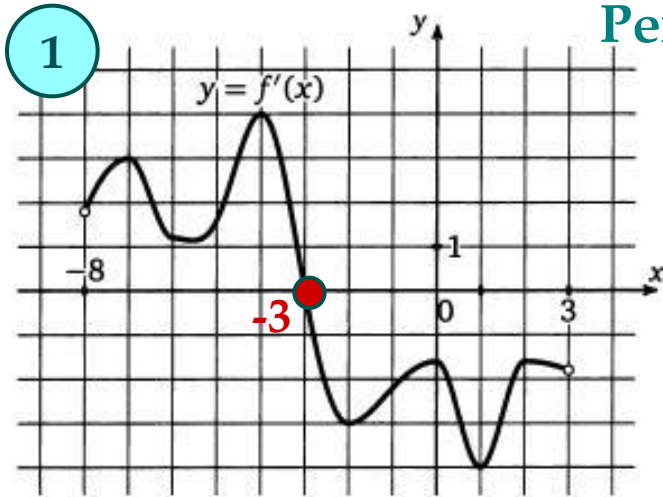
На рисунке изображен график — производной функции, определенной на интервале . Найдите точку экстремума функции на интервале $(-1;5)$.



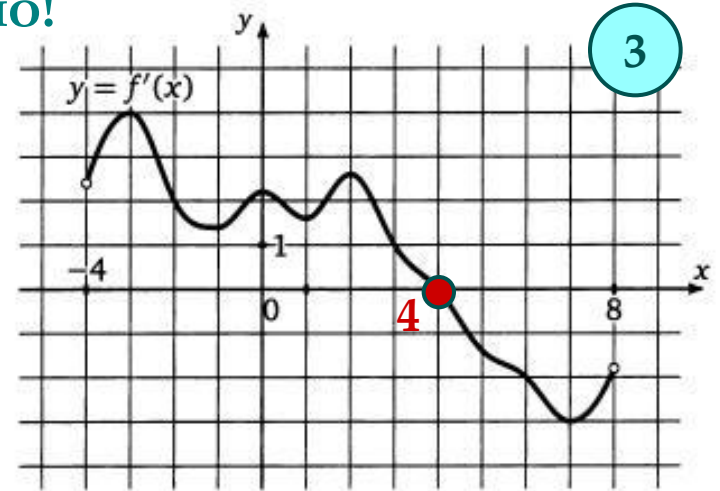
Ответ: 2.

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(a; b)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$.

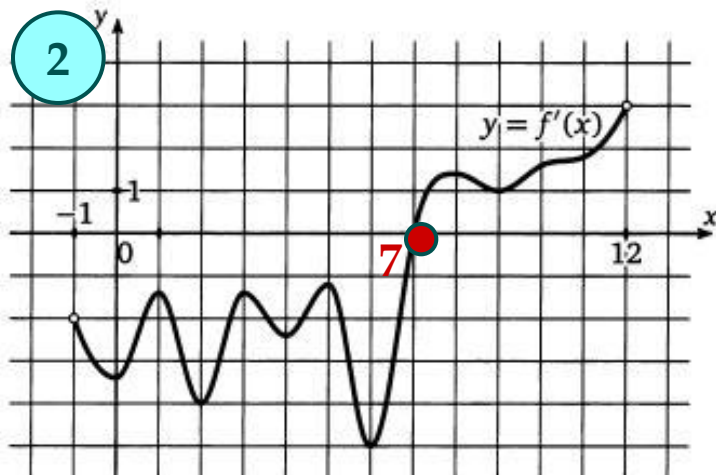
Решите устно!



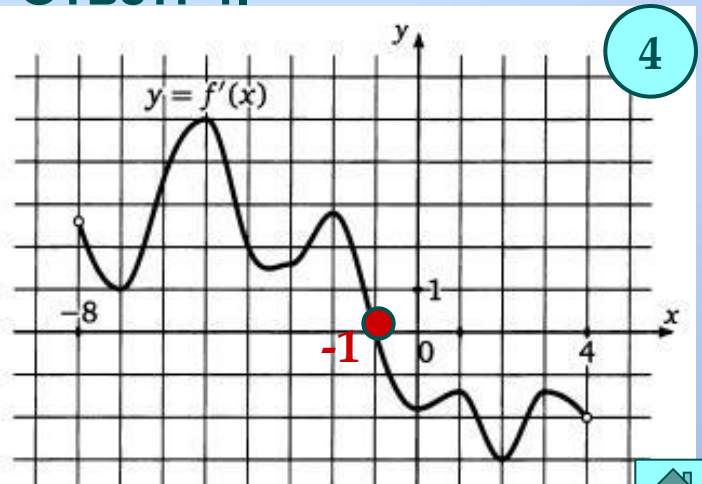
Ответ: -3.



Ответ: 4.



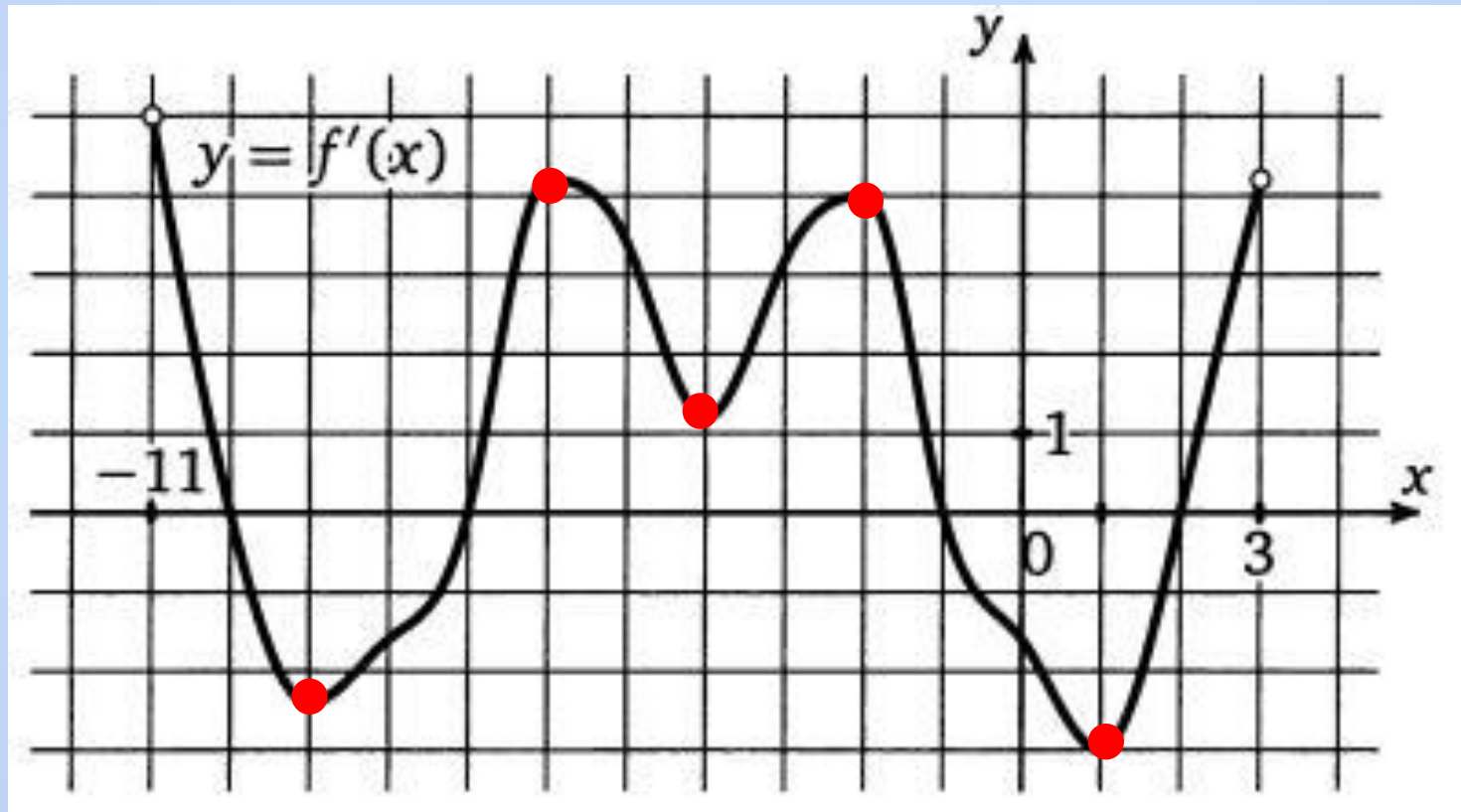
Ответ: 7.



Ответ: -1.



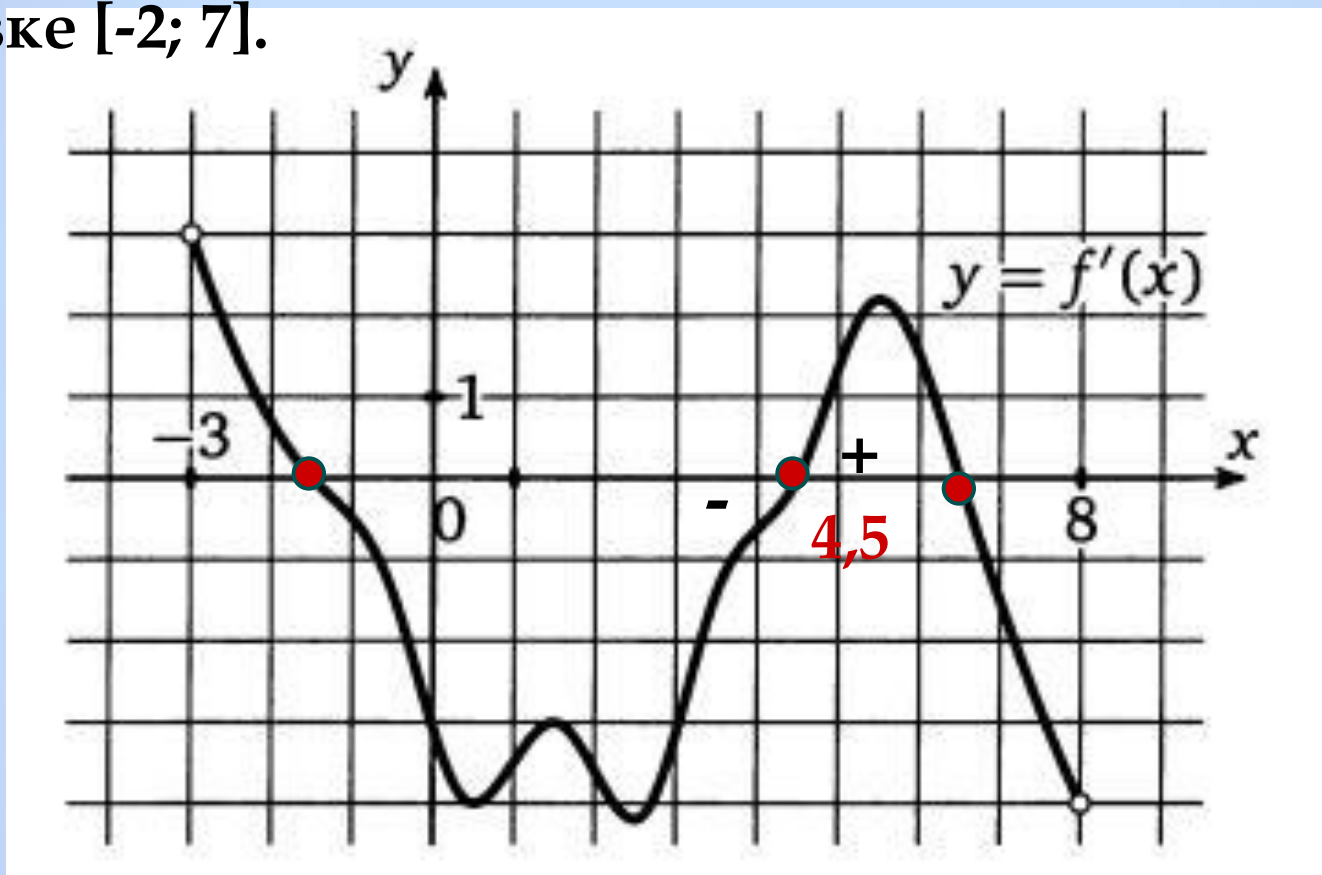
На рисунке изображен график функции, определенной на интервале. Найдите сумму точек экстремума функции.



• $-9 + (-6) + (-4) + (-2) + 1 = -20$

•

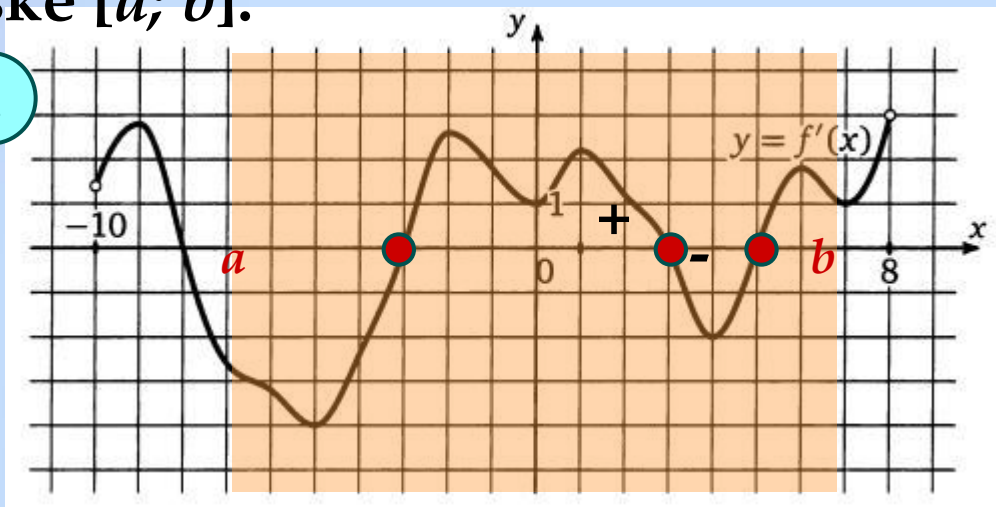
На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек минимума функции $y = f(x)$ на отрезке $[-2; 7]$.



• **Ответ: 1 .**

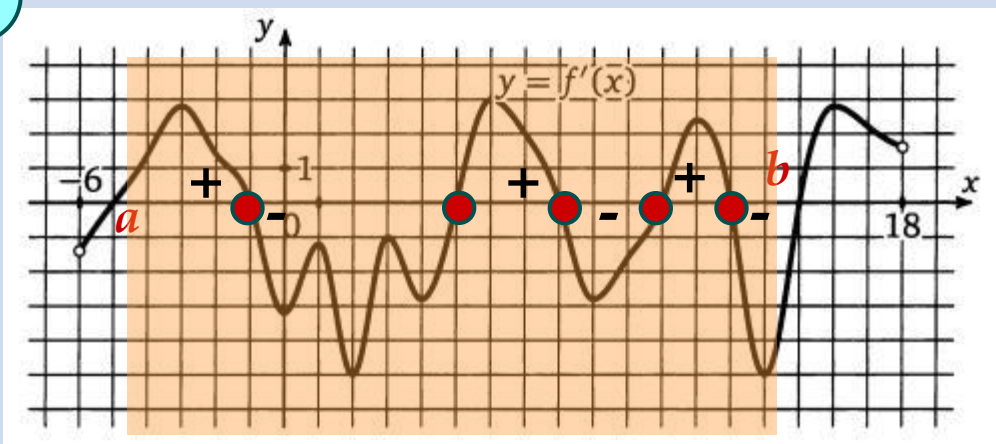
На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на интервале $(x_1; x_2)$. Найдите количество точек максимума функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

1



Ответ: 1 .

2



Ответ: 3 .

Алгоритм исследования непрерывной функции $f(x)$ на монотонность и экстремумы.

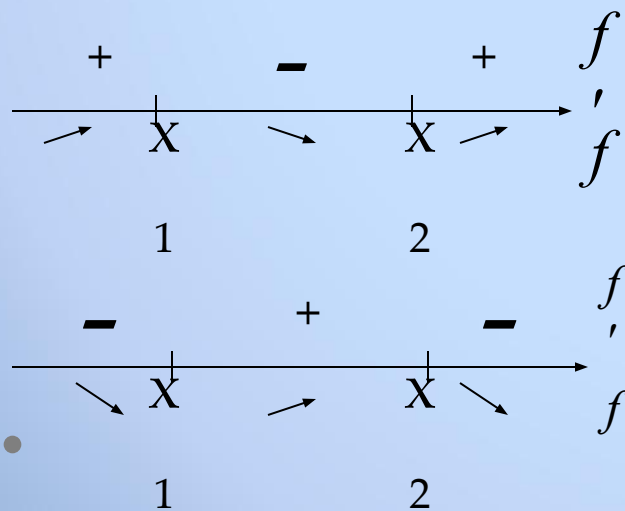
- 1) Найти производную $f'(x)$.**
- 2) Найти стационарные и критические точки.**
- 3) Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.**
- 4) Опираясь на Т.1, Т.2, Т.4, сделать выводы о монотонности функции и о её точках экстремума.**

Промежутки возрастания, убывания

$f'(x) - ?$

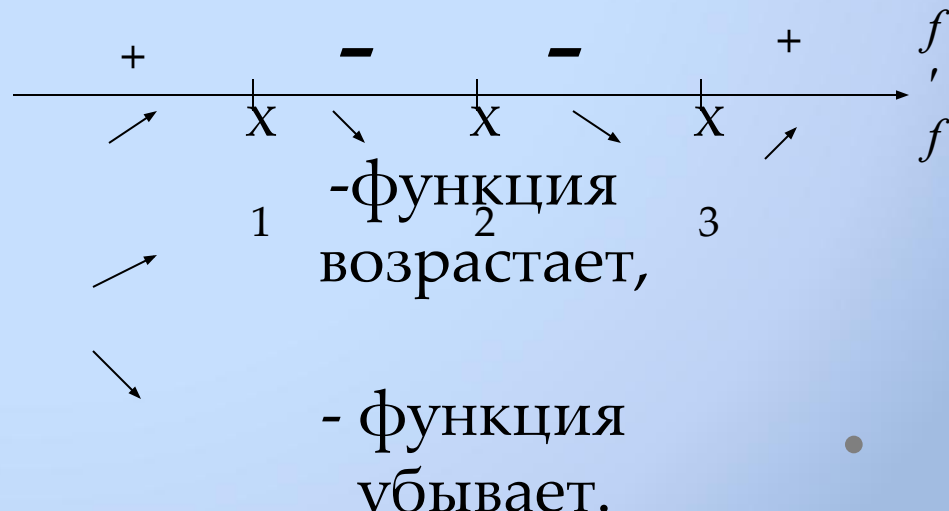
$f'(x) > 0$ в каждой точке интервала I

f возрастает на I



$f'(x) < 0$ в каждой точке интервала I

f убывает на I



Найти критические точки функции.
Определить, какие из них являются
точками максимума,
а какие – точками минимума.

$$f(x) = 9 + 8x^2 - x^4$$

Решение:

$$f' = 16x - 4x^3;$$

$f'(x)$ определена во всех точках,

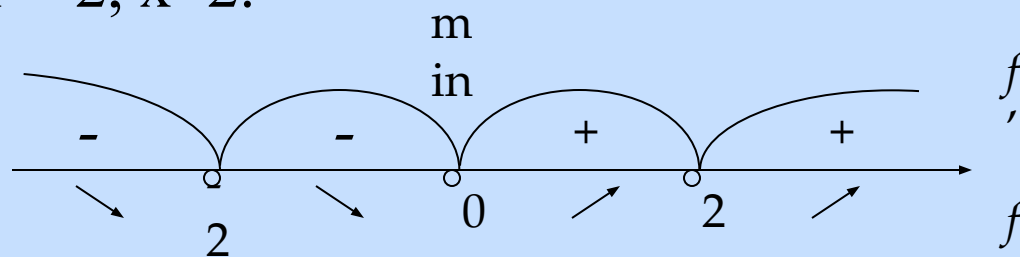
$$f' = 0,$$

$$16x - 4x^3 = 0,$$

$$4x(4 - x^2) = 0,$$

$$x=0 \text{ или } (2-x)(2+x)=0$$

$$x=0, x=-2, x=2.$$



В точке 0 производная меняет знак с «-» на «+» ($f'(x) < 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0)$ и $f'(x) > 0$ при $x \in (0; 2) \cup (2; +\infty)$).

Пользуясь признаками максимума и минимума, получаем, что точка 0 является точкой минимума $f_{min}(x) = f(0) = 9$.

№ 44.59.(a)

Исследуйте функцию на
МОНОТОННОСТЬ И ЭКСТРЕМУМЫ

$$y = \sin x - \frac{1}{2}x$$