Мы продолжаем изучать тему «Производная функции»

Мы познакомимся с применением производной для нахождения критических точек функции

Желаю успехов в изучении темы!

Применение производной к исследованию функции.

Критические точки функции.

Повторение:

~ описание свойств функции по её графику

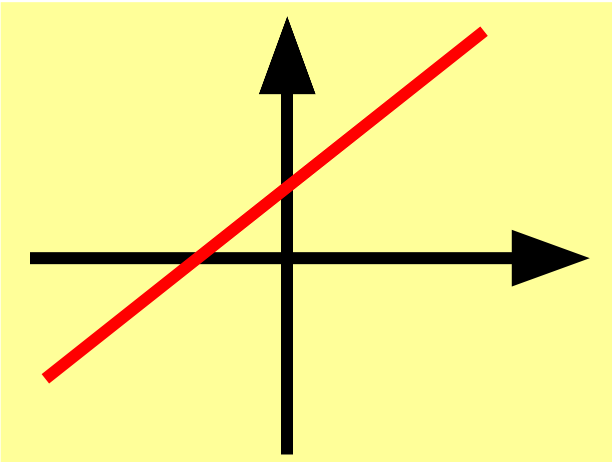
Изучение нового материала:

~ точки экстремума функции

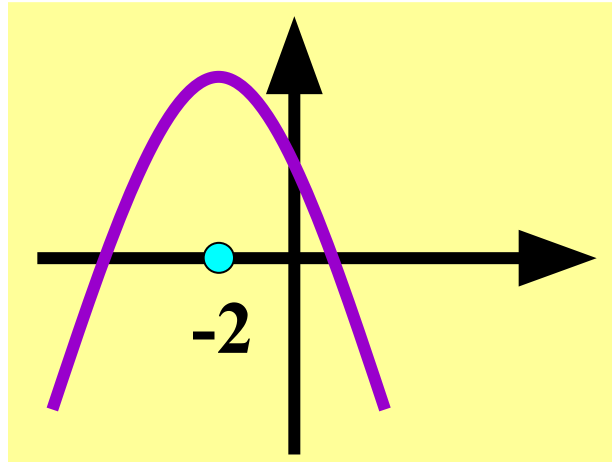
~ стационарные точки функции

~ критические точки функции

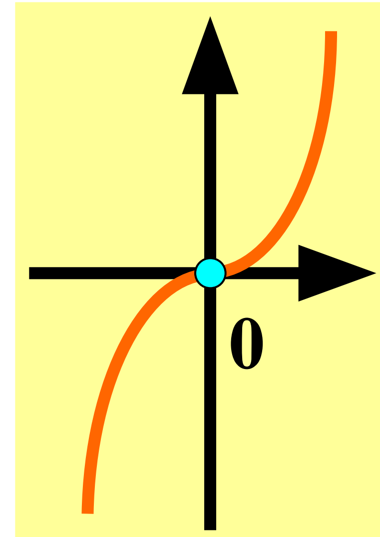
Повторение



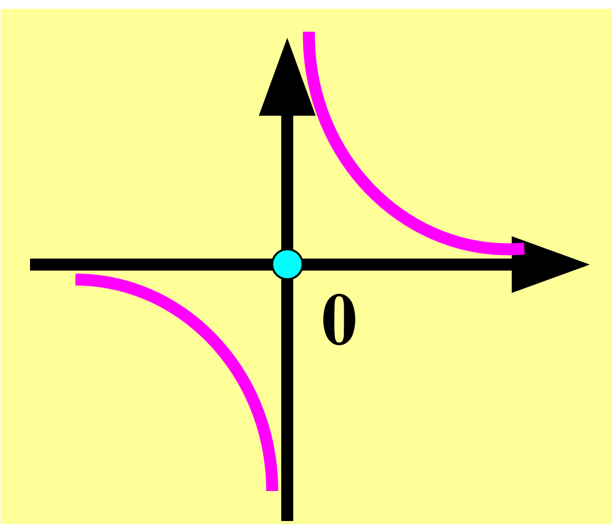
f(x)=…



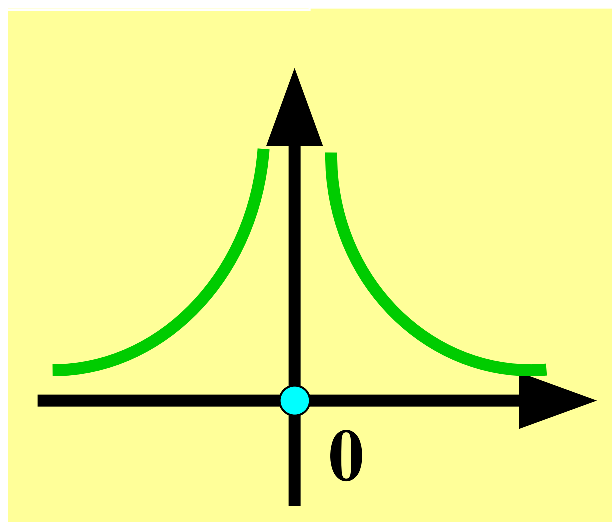
f(x)=…



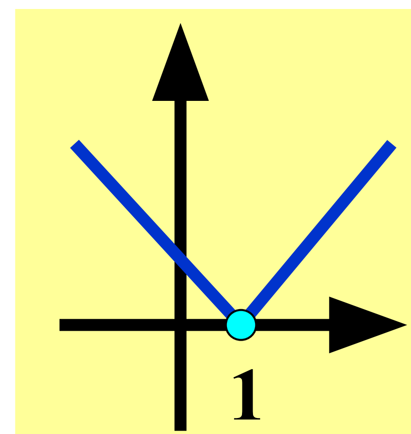
f(x)=…



f(x)=…



f(x)=…



f(x)=…

Постановка проблемы

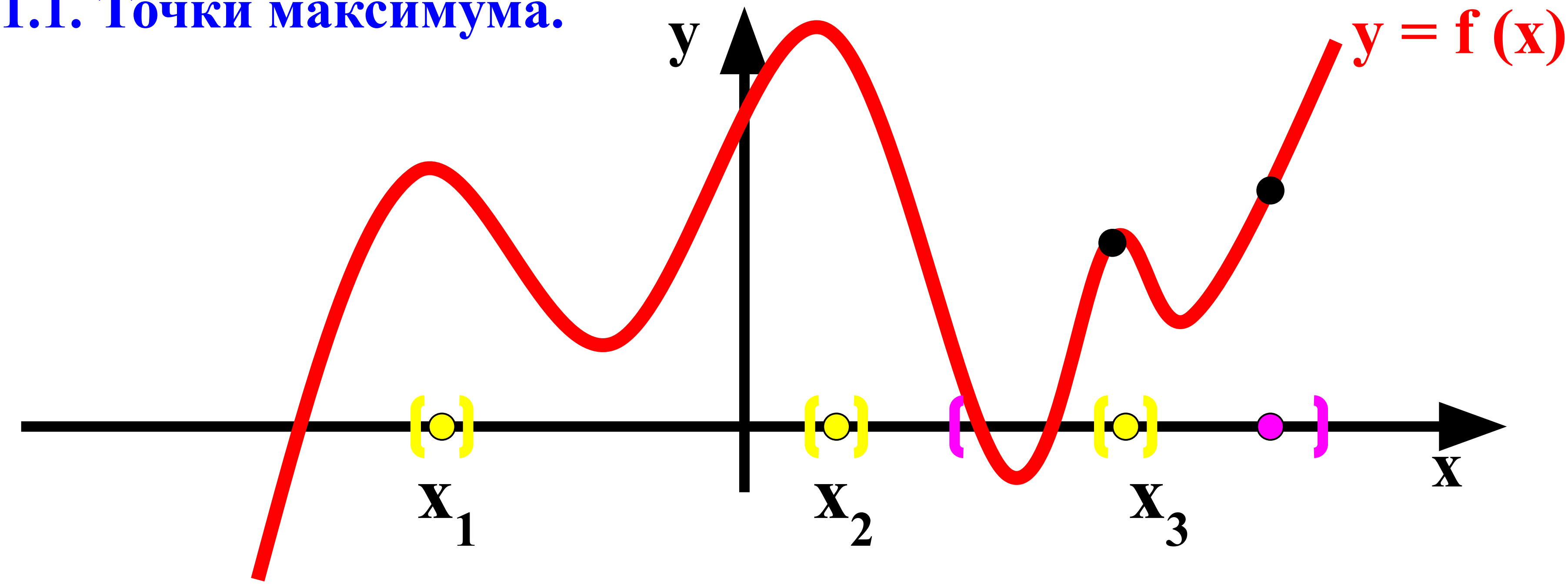
Как называются точки,

в которых функция «меняет характер»?

Как найти эти точки, не выполняя построения графика функции?

1. Точки экстремума.

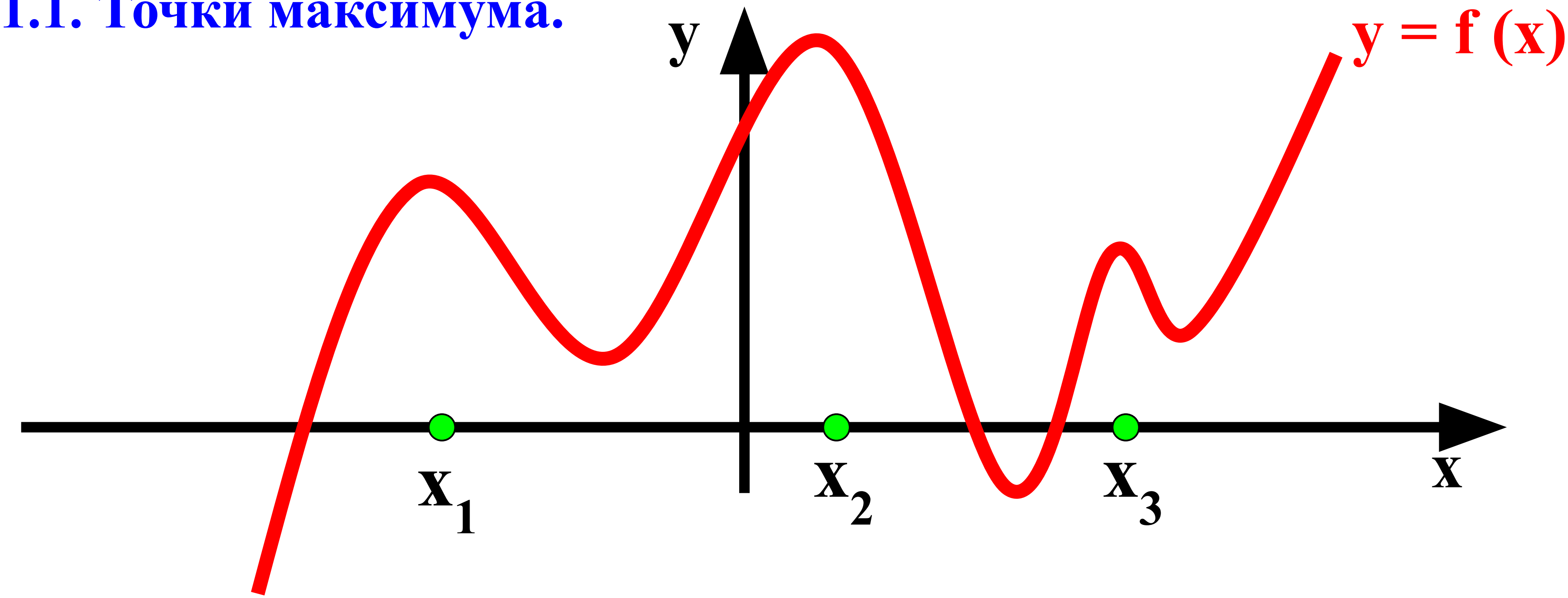
1.1. Точки максимума.



Точка x_0 называется *точкой максимума* функции f(x), если существует такая окрестность точки x_0, что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство *$f(x) > f(x_0)$*.

1. Точки экстремума.

1.1. Точки максимума.

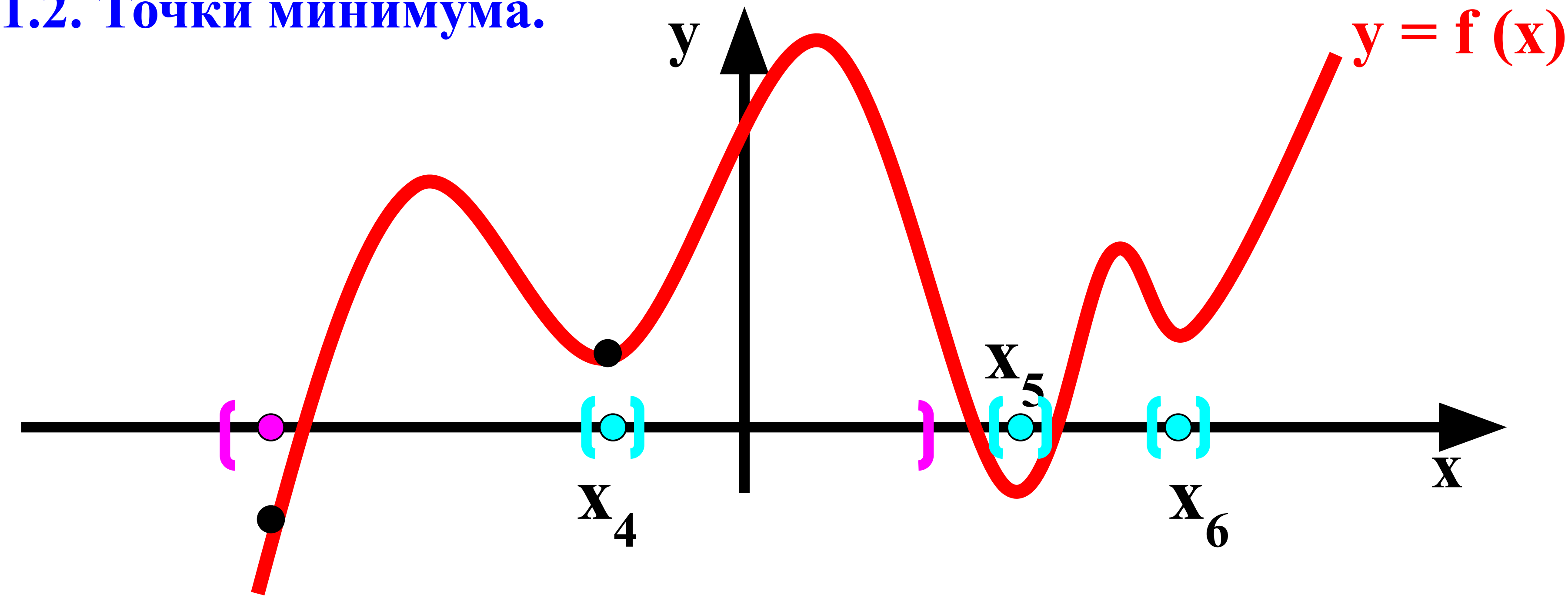


$f(x_1\ ) > f\ (x)$ $f(x_2\ ) > f\ (x)$ $f(x_3\ ) > f\ (x)$

Точки максимума: $X=X_1$, $X=X_2$, $X=X_3$

1. Точки экстремума.

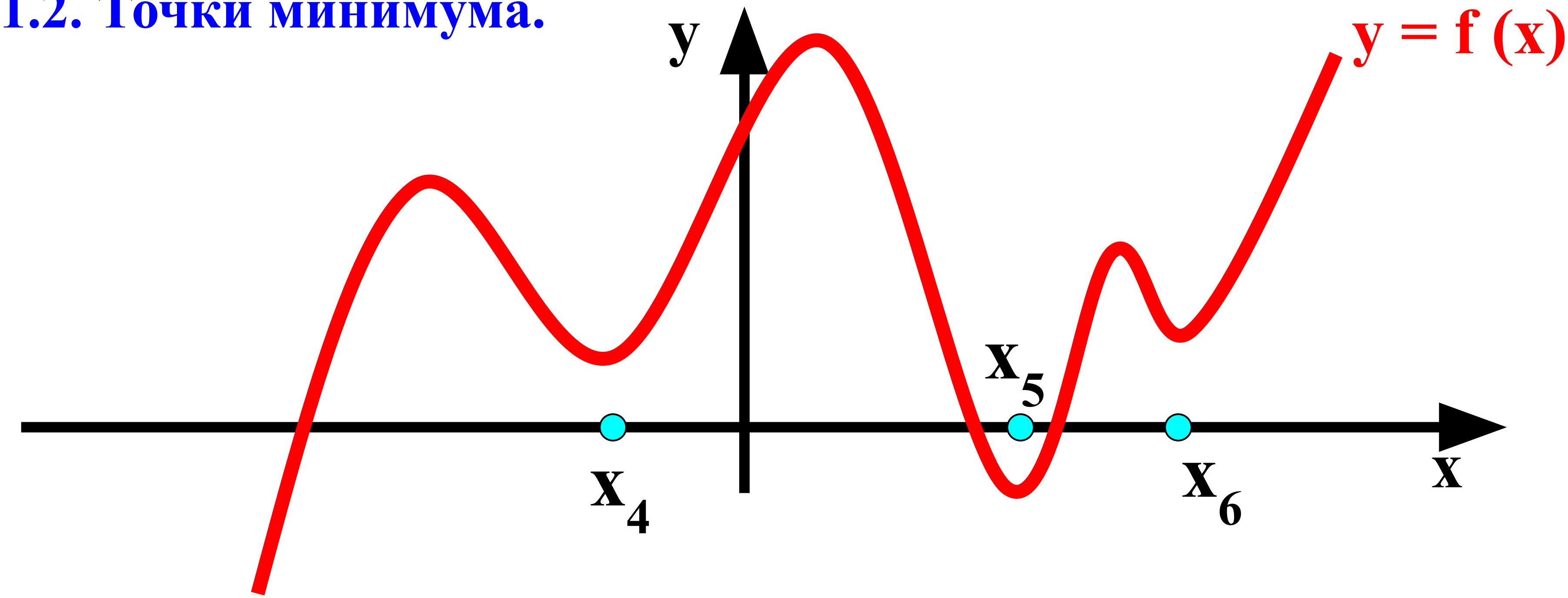
1.2. Точки минимума.



Точка x_0 называется *точкой минимума* функции f(x), если существует такая окрестность точки x_0, что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство *$f(x) < f(x_0)$*.

1. Точки экстремума.

1.2. Точки минимума.

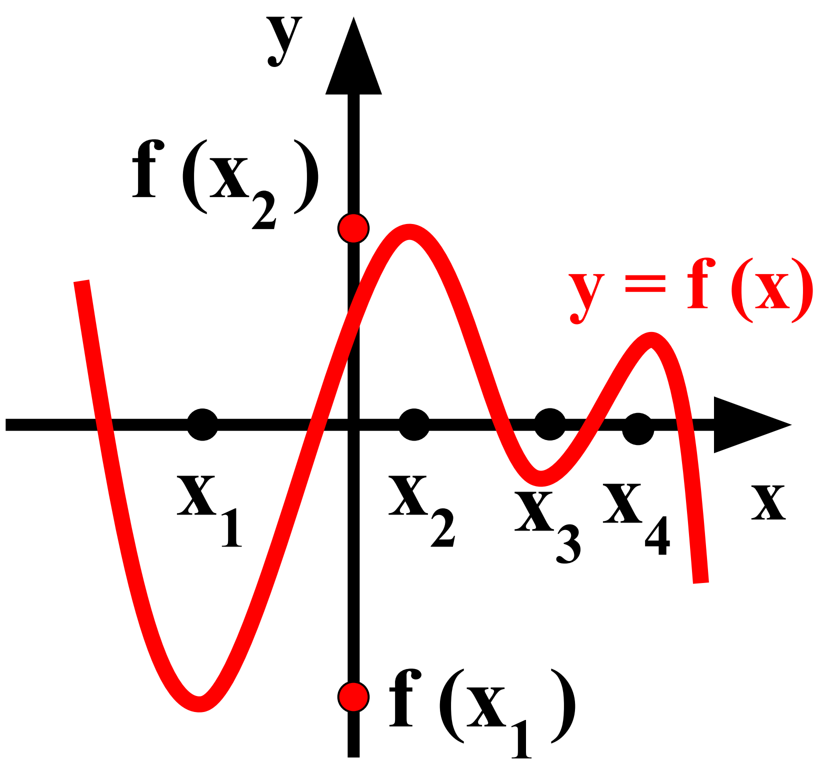


$f(x_4) < f(x)$ $f(x_5) < f(x)$ $f(x_6) < f(x)$

Точки минимума: $X = X_4$, $X = X_5$, $X = X_6$

1. Точки экстремума.

1.3. **Точки максимума и точки минимума называются *точками экстремума* функции.**

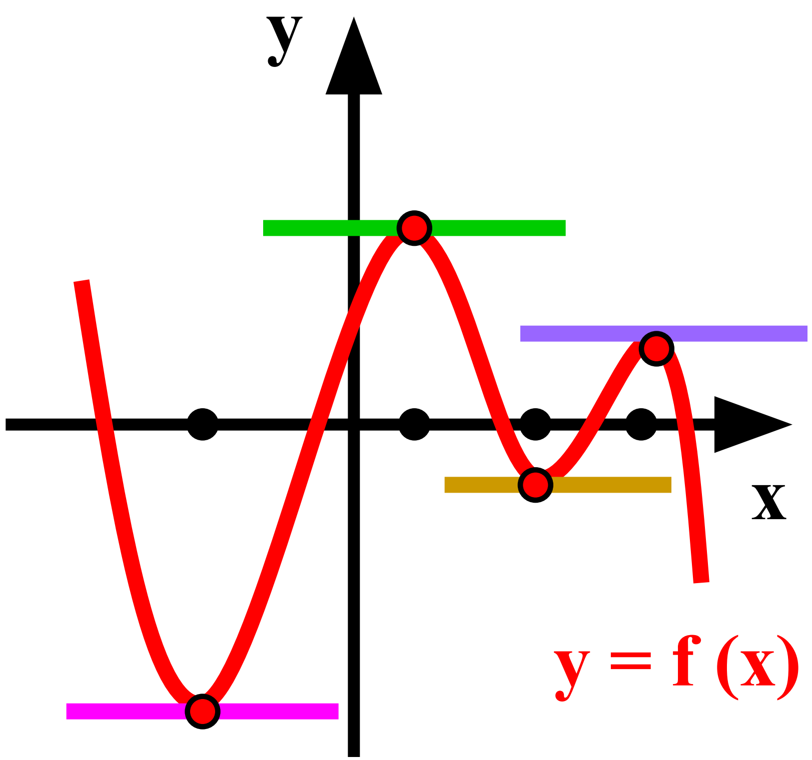


Значение функции в точке экстремума называется *экстремумом функции.*

Максимум функции	$f(x_2)$	$f(x_4)$
Минимум функции	$f(x_1)$	$f(x_3)$

1. Точки экстремума.

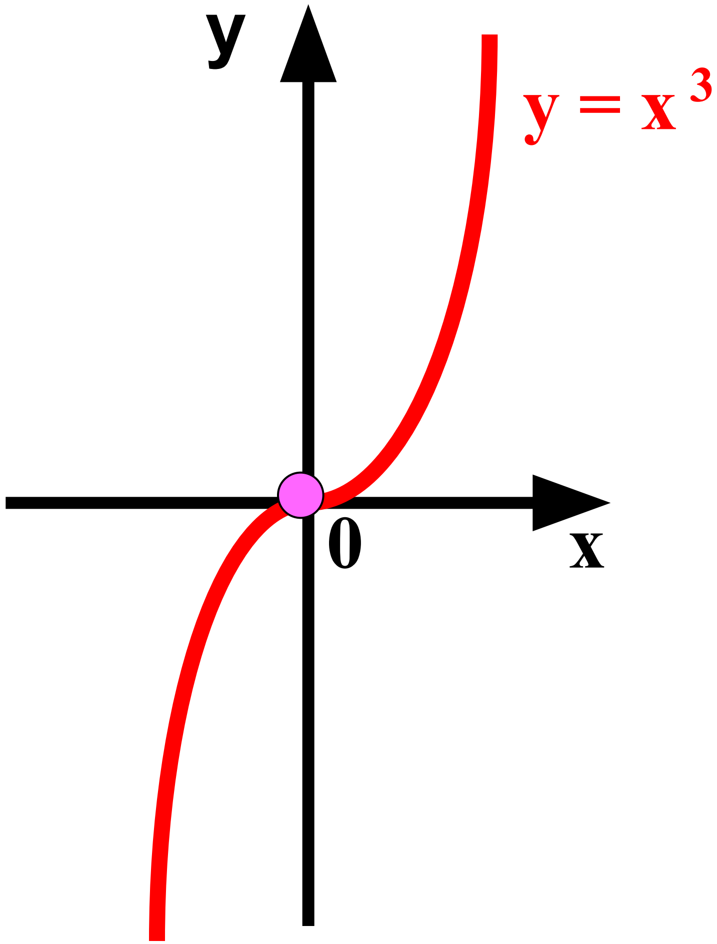
1.4. **Касательная к графику функции, проведённая в точке экстремума параллельна оси Ох.**



Теорема Ферма.
Пусть функция f(x) определена в некоторой окрестности точки x_0 и дифференцируема в этой точке.
Если *x_0 – точка экстремума функции* f(x), *то $f'(x_0) = 0$.*

$$f'(x_1) = f'(x_2) = f'(x_3) = f'(x_3) = 0$$

2. Точки перегиба.



$y'(x) = 3x^2$

$y'(0) = 0$

точка $x = 0$ не является точкой экстремума функции

точка $x = 0$ является *точкой перегиба* функции

3.Стационарные точки.

Точки в которых производная функции равна нулю, называются *стационарными точками* функции.

Точка максимума

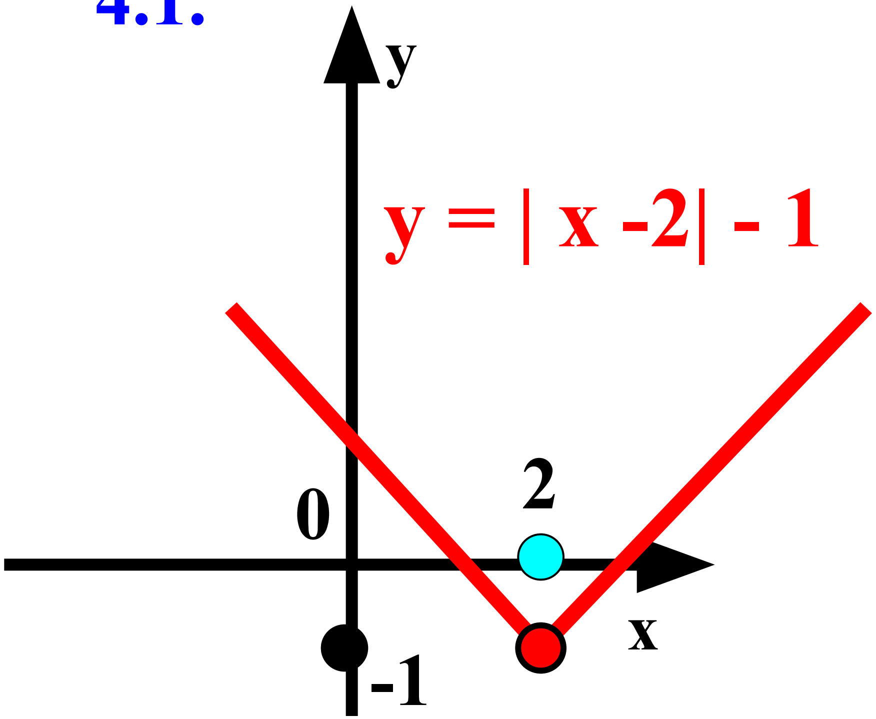
Точка минимума

Точка перегиба

Стационарные точки

4. Критические точки функции.

4.1.



Функция может иметь экстремум в точке, в которой она не имеет производной.

точка x = 2 является точкой экстремума (точкой минимума) функции

в точке x = 2 функция не имеет производной

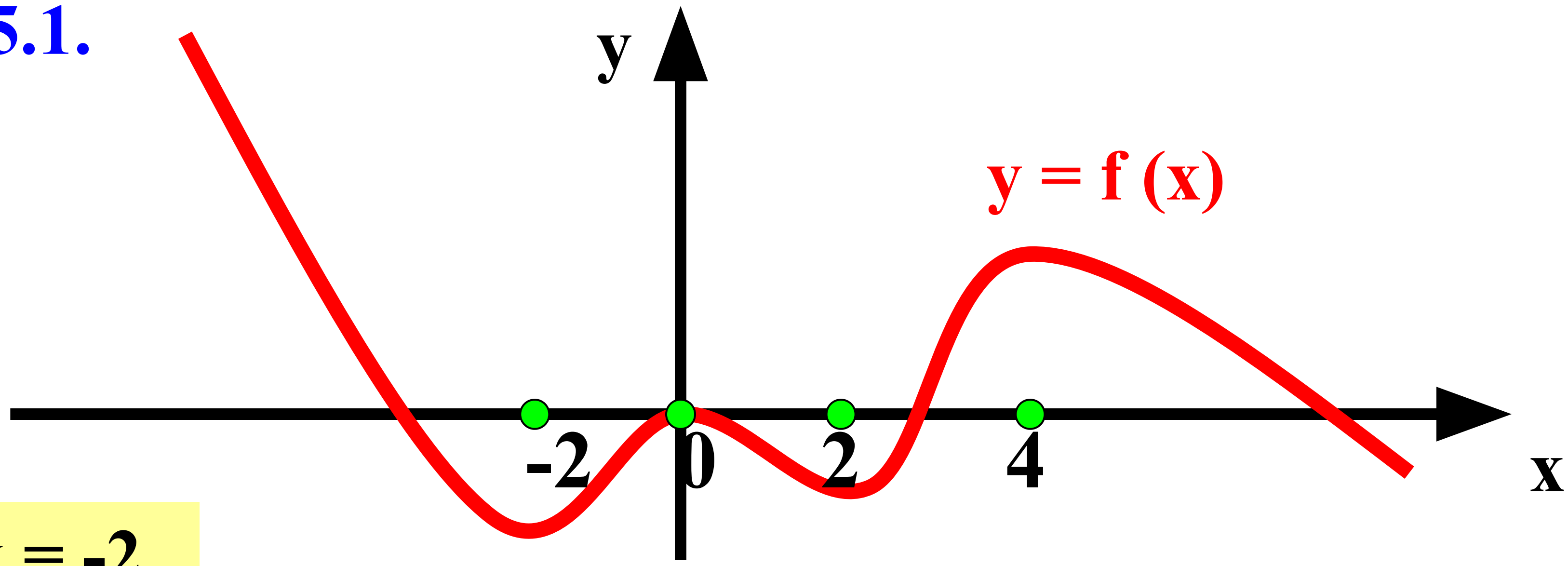
4. Критические точки функции.

4.2.

Внутренняя точка
области определения функции,
в которой эта функция имеет производную,
равную нулю
или не имеет производной,
называется *критической точкой* этой
функции.

5. Выполнение заданий.

5.1.



x = -2

x = 0

x = 2

x = 4

точка минимума

точка максимума

точка перегиба

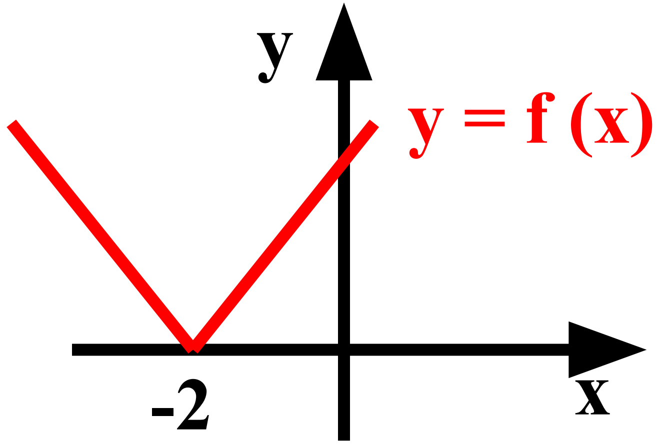
стационарная точка

критическая точка

точка экстремума

5. Выполнение заданий.

5.2.



f (x)=…

Верно ли, что:

1. $x = -2$ – точка перегиба — НЕТ
2. минимум функции равен (-2) — НЕТ
3. $x = -2$ - точка минимума — ДА
4. минимум функции равен 0 — ДА
5. $f'(x) = 0$ при $x=-2$ — НЕТ
6. $f'(x)$ не существует при $x= -2$ — ДА

5. Выполнение заданий.

5.3. **Найдите критические точки функции $f(x) = x^3+0,5x^2-4x$**

1. Функция определена для всех значений x.

2. Найдём производную функции

$$f'(x) = 3x^2+x-4$$

Теорема Ферма.
Пусть функция f(x) определена в некоторой окрестности точки x_0 и дифференцируема в этой точке.
Если ***x_0 — точка экстремума функции*** **f(x),** ***то $f'(x_0) = 0$.***

Теорема Ферма.
Пусть функция f(x) определена в некоторой окрестности точки x_0 и дифференцируема в этой точке.
Если ***x_0 — точка экстремума функции*** **f(x),** ***то $f'(x_0) = 0$.***

5. Выполнение заданий.

5.4.

Теорема Ферма.
Пусть функция f(x) определена в некоторой окрестности точки x_0 и дифференцируема в этой точке.
Если *x_0 — точка экстремума функции* f(x), *то $f'(x_0) = 0$.*

1. Функция определена для x ≠ 0 .

Теорема Ферма.
Пусть функция f(x) определена в некоторой окрестности точки x_0 и дифференцируема в этой точке.
Если *x_0 — точка экстремума функции* f(x), *то $f'(x_0) = 0$.*

Теорема Ферма.
Пусть функция f(x) определена в некоторой окрестности точки x_0 и дифференцируема в этой точке.
Если *x_0 — точка экстремума функции* f(x), *то $f'(x_0) = 0$.*

Теорема Ферма.
Пусть функция f(x) определена в некоторой окрестности точки x_0 и дифференцируема в этой точке.
Если *x_0 — точка*

Итоги урока

- Точка минимума функции
- Точка максимума функции
- Точки экстремума функции
- Точка перегиба функции
- Стационарные точки функции
- Критические точки функции
- Экстремум функции
- Свойство производной в точке экстремума

Желаю всем
успехов в изучении темы!