Мы продолжаем изучать тему «Производная функции»

Мы познакомимся с применением производной для нахождения критических точек функции

Желаю успехов в изучении темы!

# Применение производной к исследованию функции.


# Критические точки функции.

## Повторение:

~ описание свойств функции по её графику

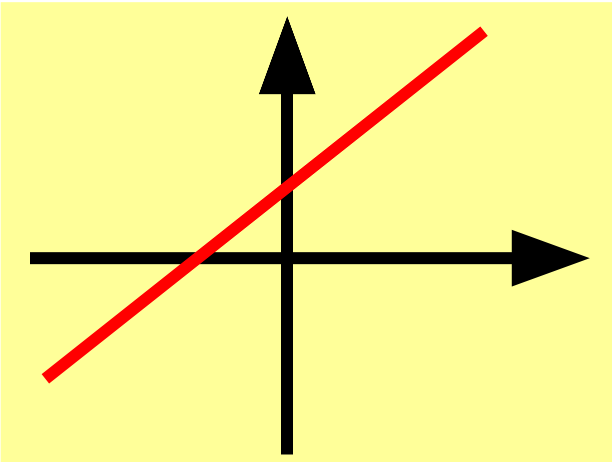
## Изучение нового материала:

~ точки экстремума функции

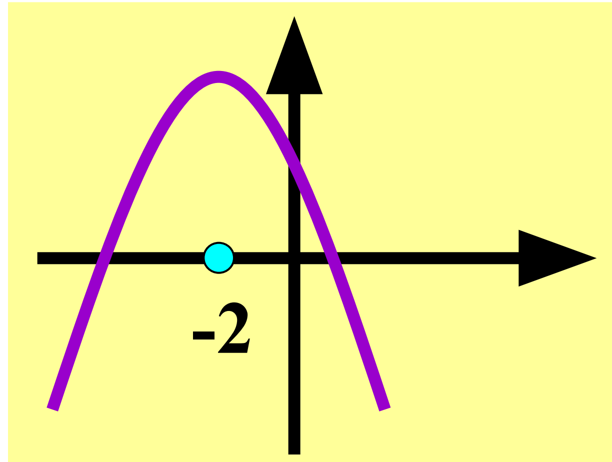
~ стационарные точки функции

~ критические точки функции

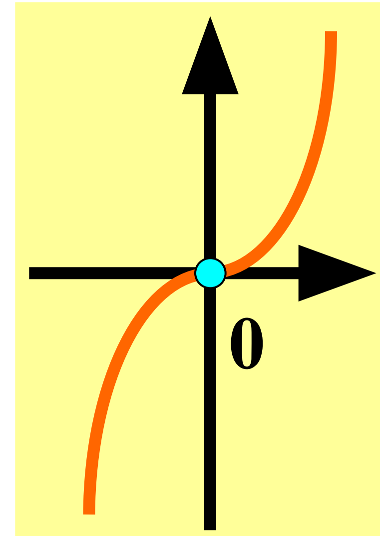
# Повторение



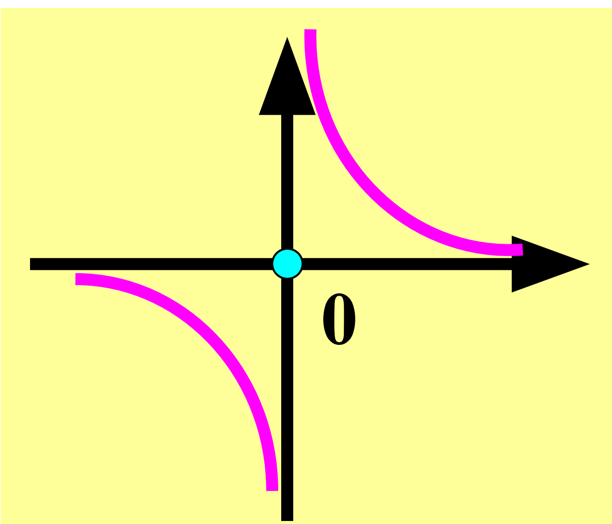
f(x)=…



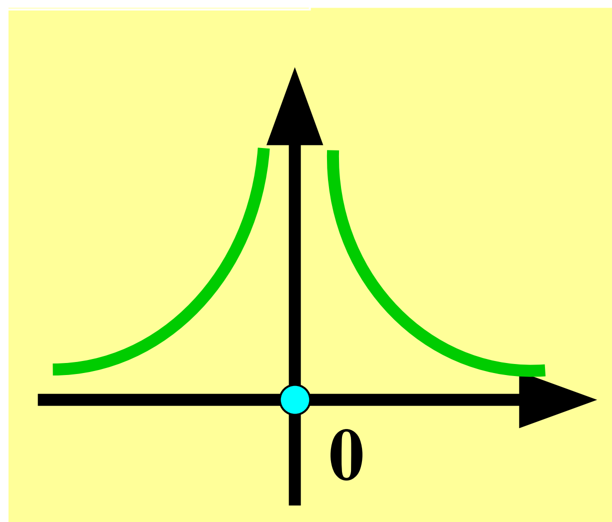

f(x)=…



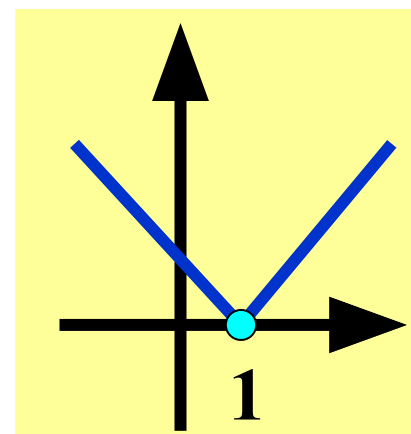

f(x)=…




f(x)=…




f(x)=…




f(x)=…

# Постановка проблемы

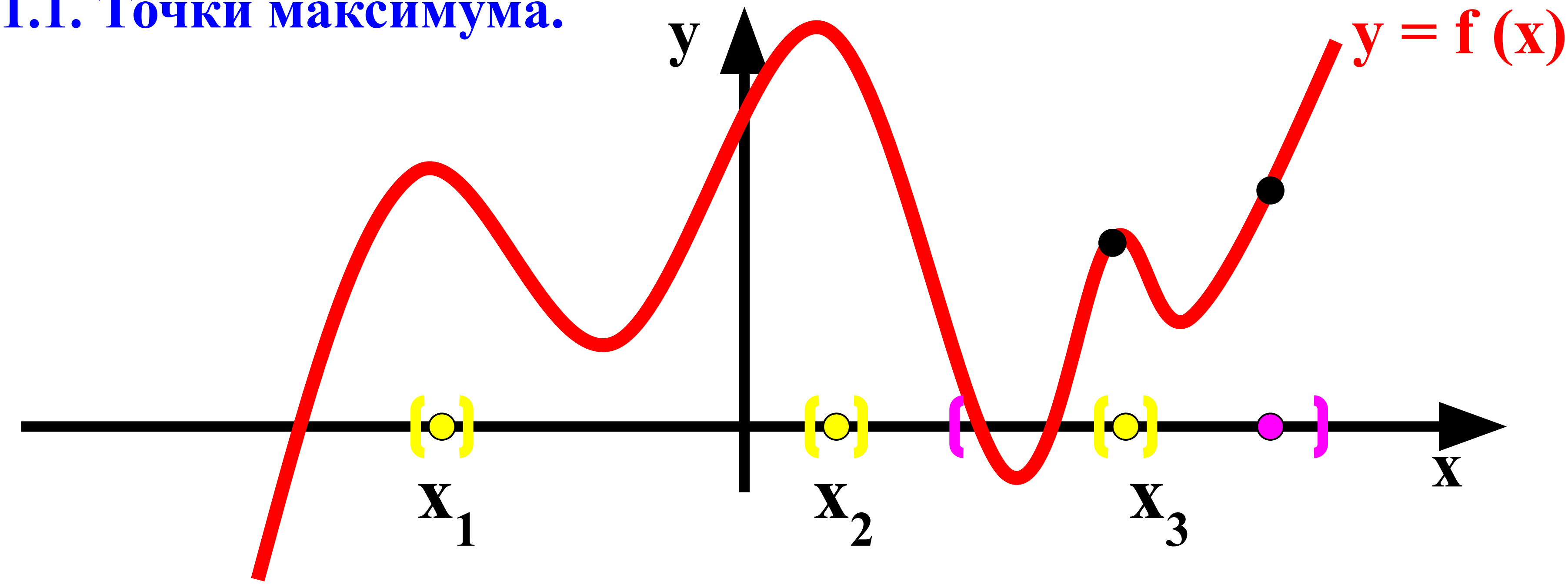
**Как называются точки,**

**в которых функция «меняет характер»?**

**Как найти эти точки,
не выполняя построения графика функции?**

# 1. Точки экстремума.

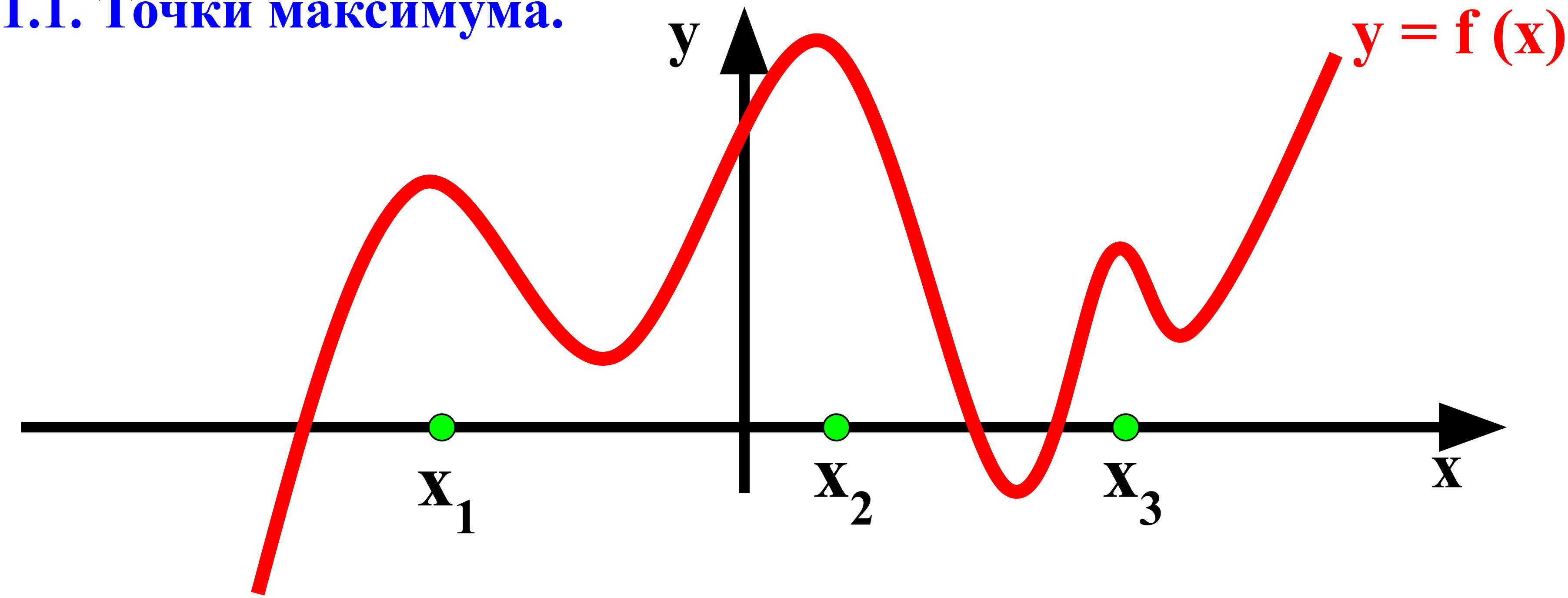
## 1.1. Точки максимума.




**Точка $x_0$ называется *точкой максимума* функции f(x), если существует такая окрестность точки $x_0$, что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство *$f(x) > f(x_0)$*.**

# 1. Точки экстремума.

## 1.1. Точки максимума.

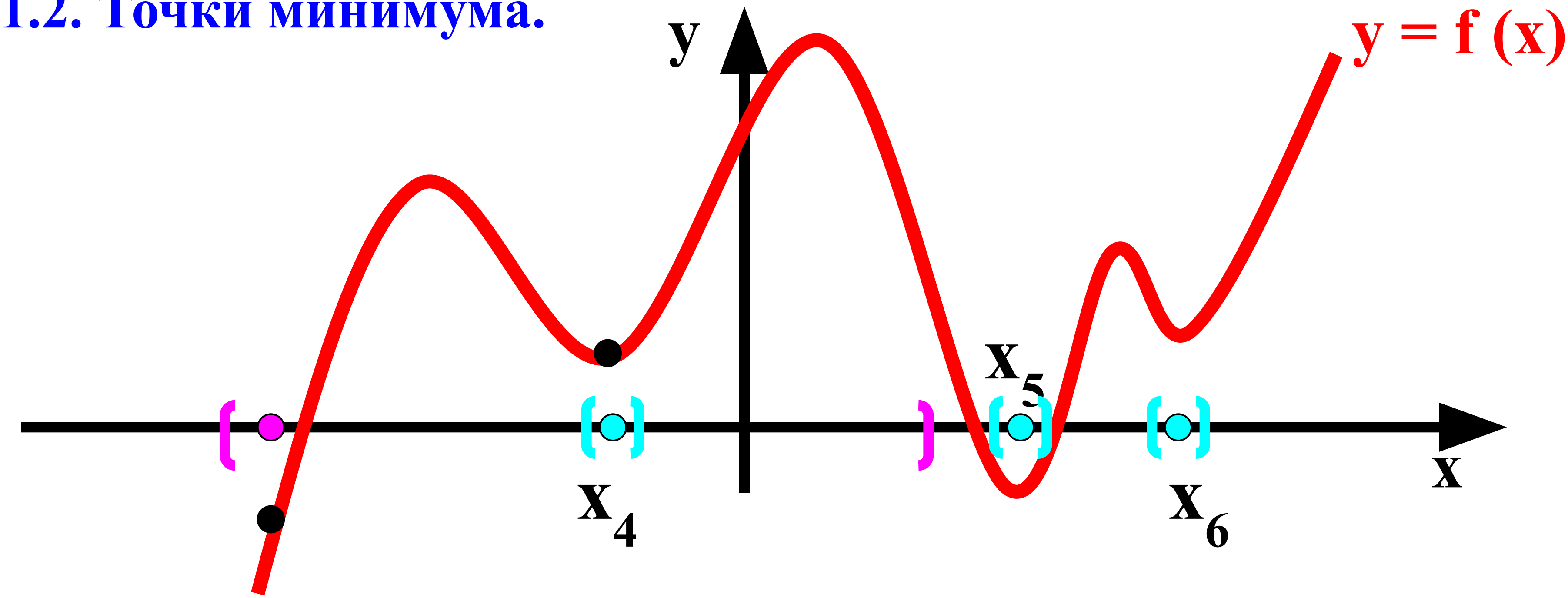



$f(x_1) > f(x)$ $f(x_2) > f(x)$ $f(x_3) > f(x)$

**Точки максимума:** $X = X_1$, $X = X_2$, $X = X_3$

## 1. Точки экстремума.

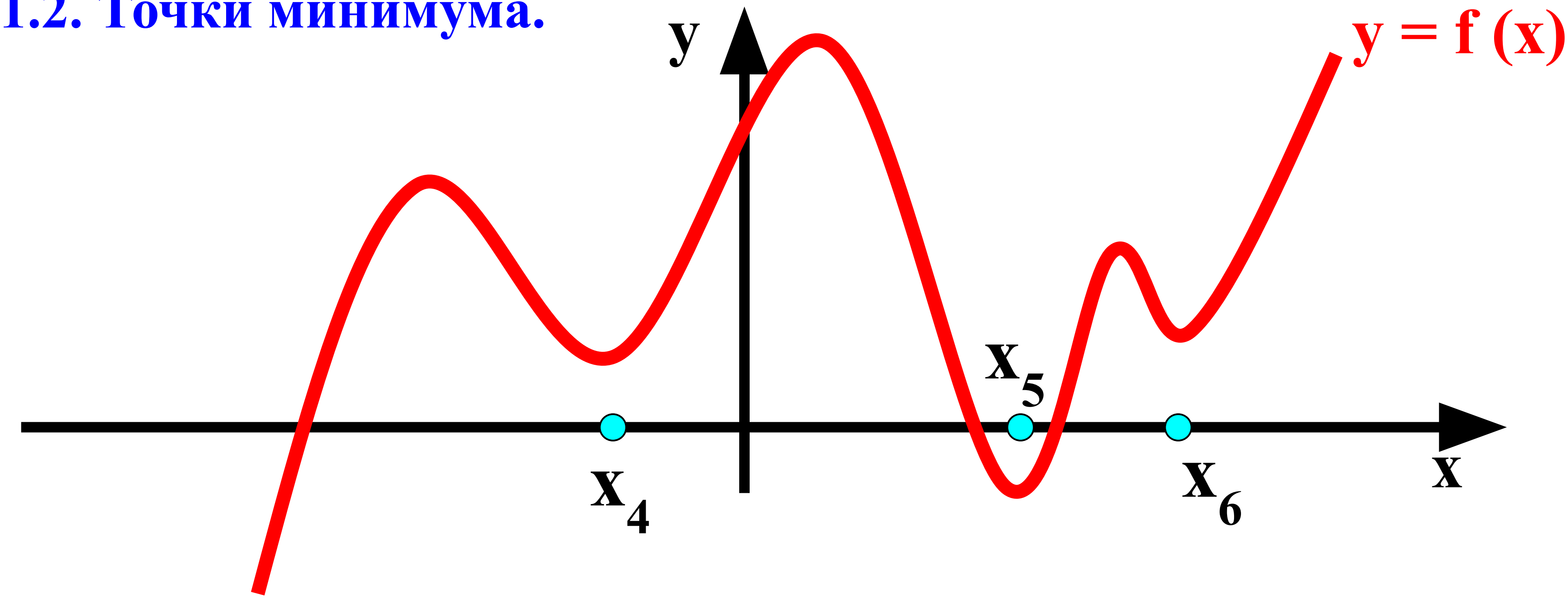
### 1.2. Точки минимума.




**Точка $x_0$ называется *точкой минимума* функции f(x), если существует такая окрестность точки $x_0$, что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство $f(x) < f(x_0)$.**

# 1. Точки экстремума.

## 1.2. Точки минимума.

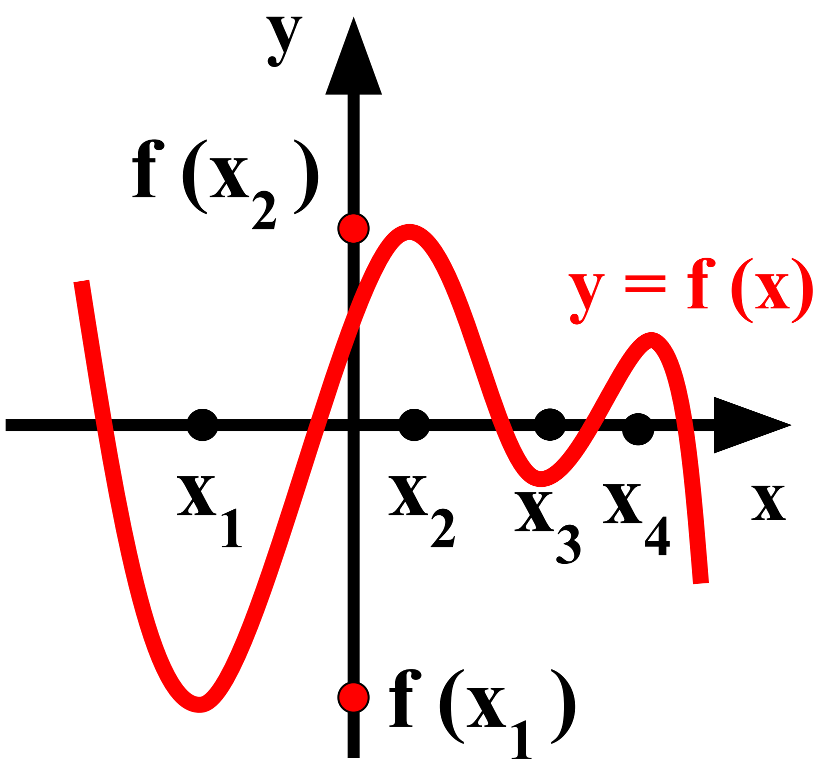



$f(x_4) < f(x)$ $\quad$ $f(x_5) < f(x)$ $\quad$ $f(x_6) < f(x)$

**Точки минимума:** $X=X_4$, $X=X_5$, $X=X_6$

# 1. Точки экстремума.

**1.3.** **Точки максимума и точки минимума называются *точками экстремума* функции.**

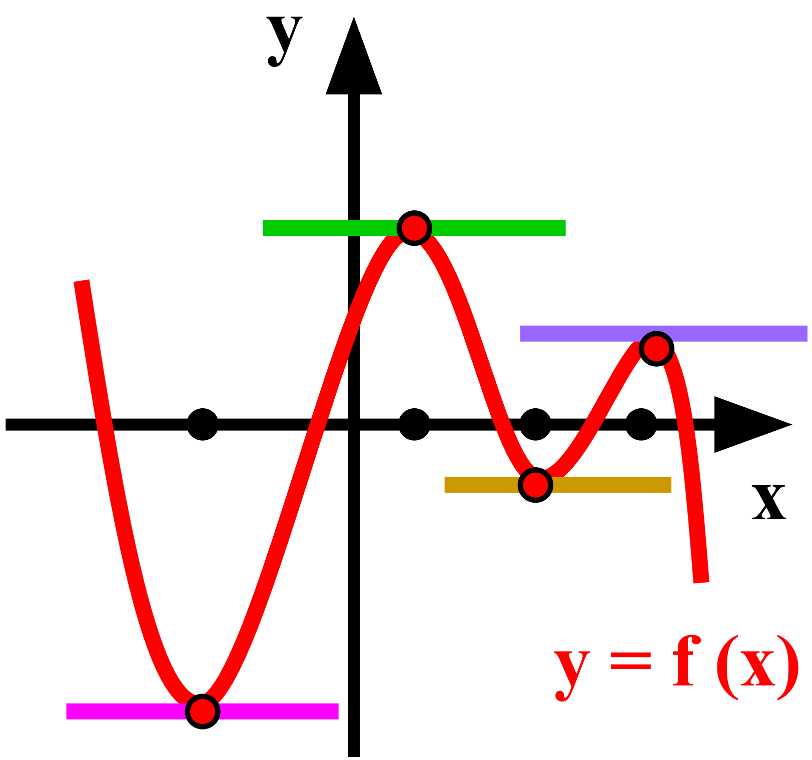



**Значение функции в точке экстремума называется *экстремумом функции.***

| | | |
|---|---|---|
| **Максимум функции** | $f(x_2)$ | $f(x_4)$ |
| **Минимум функции** | $f(x_1)$ | $f(x_3)$ |

# 1. Точки экстремума.

**1.4.** **Касательная к графику функции, проведённая в точке экстремума параллельна оси Ох.**



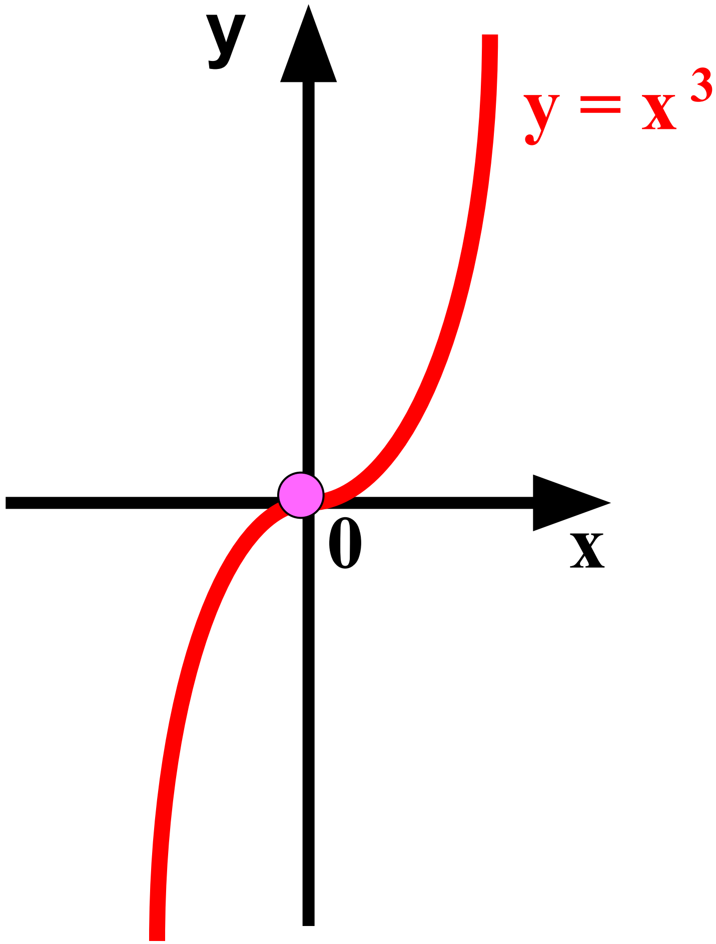

**Теорема Ферма.**

**Пусть функция f(x) определена в некоторой окрестности точки $x_0$ и дифференцируема в этой точке.**

**Если *$x_0$ – точка экстремума функции* f(x), *то $f'(x_0) = 0$.***

$$f'(x_1) = f'(x_2) = f'(x_3) = f'(x_3) = 0$$

## 2. Точки перегиба.




$y'(x) = 3x^2$

$y'(0) = 0$

**точка $x = 0$ не является точкой экстремума функции**

**точка $x = 0$ является *точкой перегиба* функции**

# 3.Стационарные точки.

**Точки в которых производная функции равна нулю, называются *стационарными точками* функции.**

**Точка максимума**

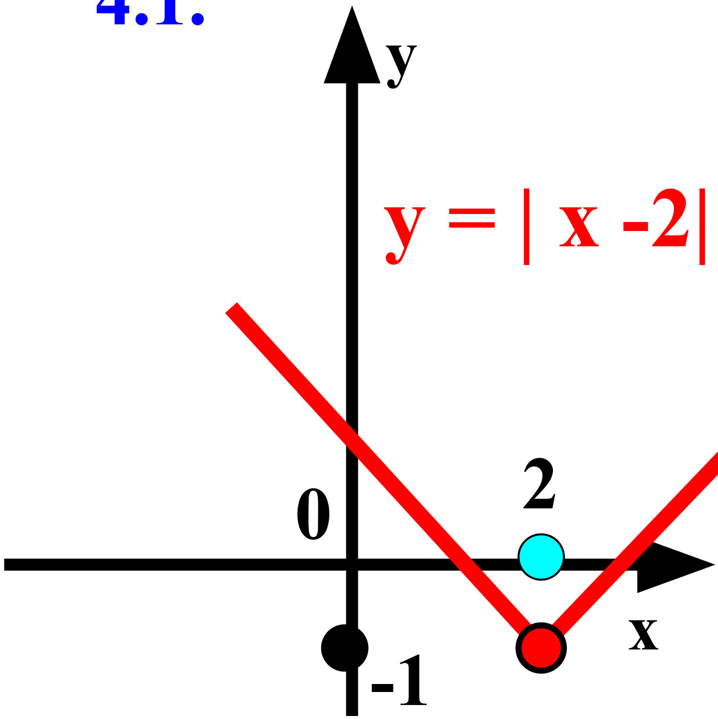
**Точка минимума**

**Точка перегиба**

**Стационарные точки**

# 4. Критические точки функции.

## 4.1.




**Функция может иметь экстремум в точке, в которой она не имеет производной.**

**точка x = 2 является точкой экстремума (точкой минимума) функции**

**в точке x = 2 функция не имеет производной**

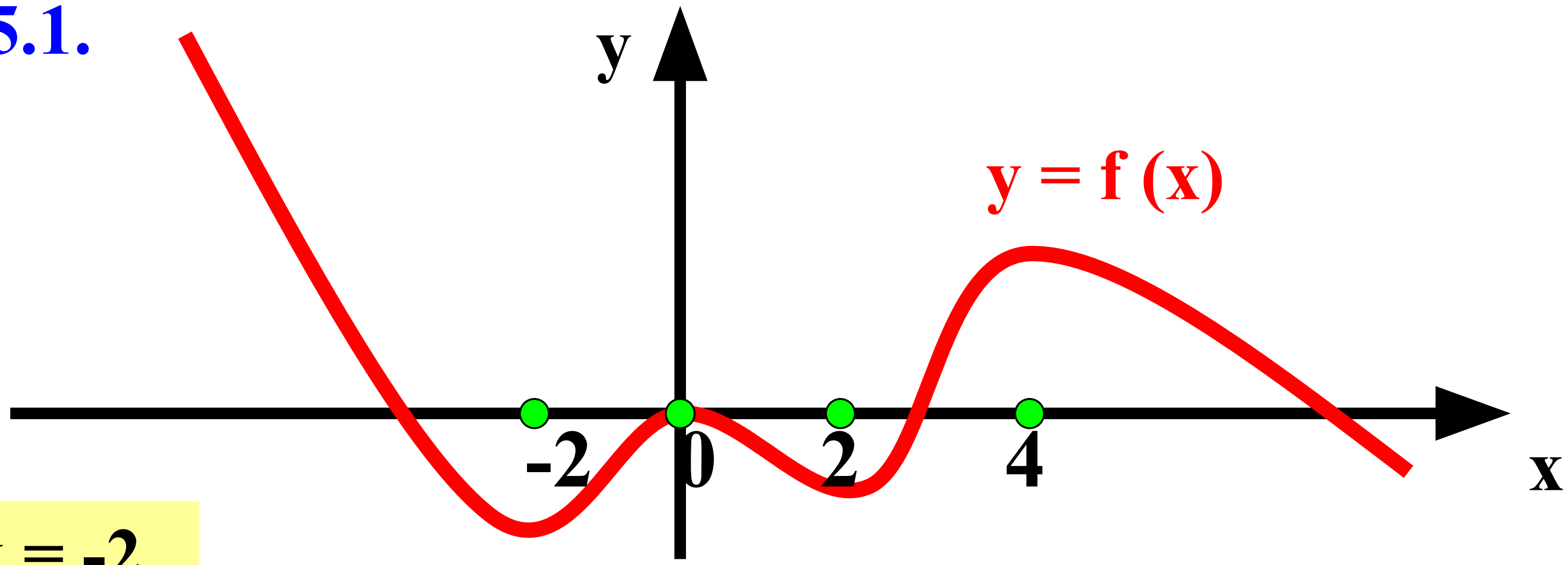
# 4. Критические точки функции.

## 4.2.

**Внутренняя точка**
**области определения функции,**
**в которой эта функция имеет производную,**
**равную нулю**
**или не имеет производной,**
**называется *критической точкой* этой функции.**

# 5. Выполнение заданий.

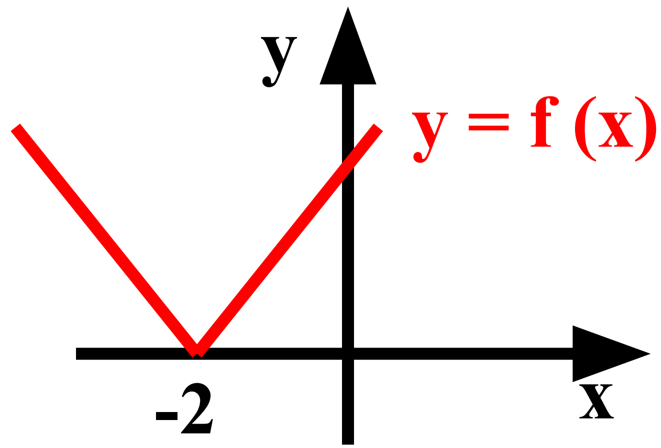
## 5.1.




| | |
|---|---|
| x = -2 | точка минимума |
| x = 0 | точка максимума |
| x = 2 | точка перегиба |
| x = 4 | стационарная точка |
| | критическая точка |
| | точка экстремума |

# 5. Выполнение заданий.

**5.2.**




$f(x) = \ldots$

**Верно ли, что:**

1. $x = -2$ – точка перегиба — НЕТ
2. минимум функции равен (-2) — НЕТ
3. $x = -2$ - точка минимума — ДА
4. минимум функции равен 0 — ДА
5. $f'(x) = 0$ при $x=-2$ — НЕТ
6. $f'(x)$ не существует при $x= -2$ — ДА

# 5. Выполнение заданий.

**5.3.** **Найдите критические точки функции $f(x) = x^3+0,5x^2-4x$**

**1. Функция определена для всех значений x.**

**2. Найдём производную функции**

$$f'(x) = 3x^2+x-4$$

**3.** $f'(x)=0$

$3x^2+x-4=0$

$x=1$ или $x=-1\frac{1}{3}$

**Ответ:** $1; -1\frac{1}{3}$

# 5. Выполнение заданий.

**5.4.** **Найдите критические точки функции $f(x) = \dfrac{x^2+3}{2x}$**

**1. Функция определена для $x \neq 0$ .**

**2. Найдём производную функции**

$$f'(x)=\frac{2x^2-6}{4x^2}$$

**3. $f'(x)= 0$,**

$$\frac{2x^2-6}{4x^2}=0, \quad x=\sqrt{3} \text{ или } x=-\sqrt{3}$$

**Ответ: $-\sqrt{3}$ ;0; $\sqrt{3}$**

# Итоги урока

- Точка минимума функции
- Точка максимума функции
- Точки экстремума функции
- Точка перегиба функции
- Стационарные точки функции
- Критические точки функции
- Экстремум функции
- Свойство производной в точке экстремума


Желаю всем
успехов в изучении темы!