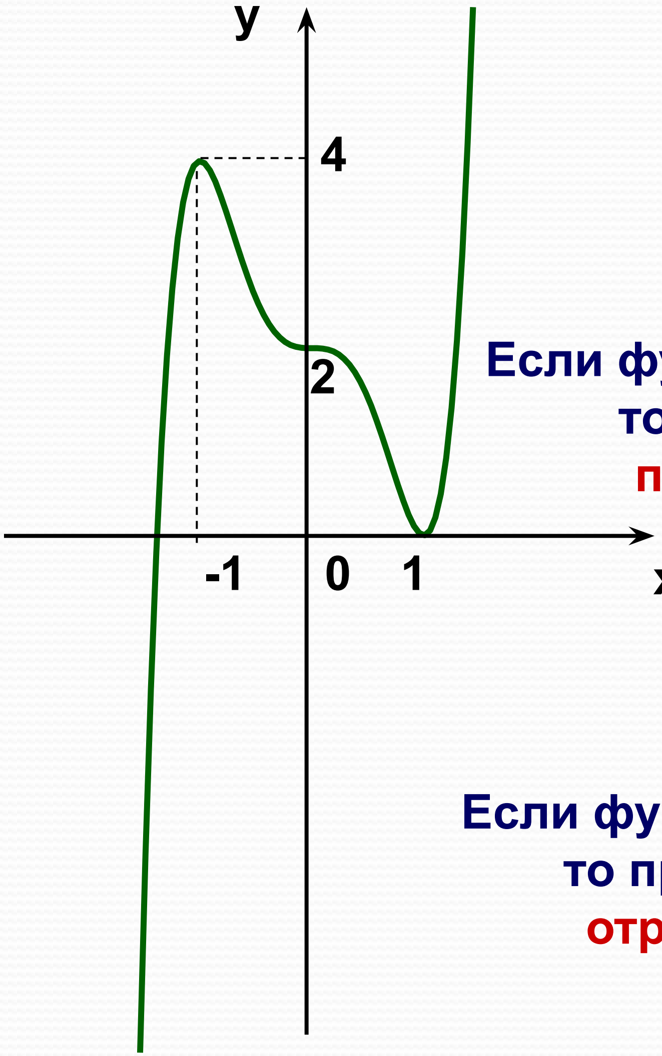
# Применение производной к исследованию функций

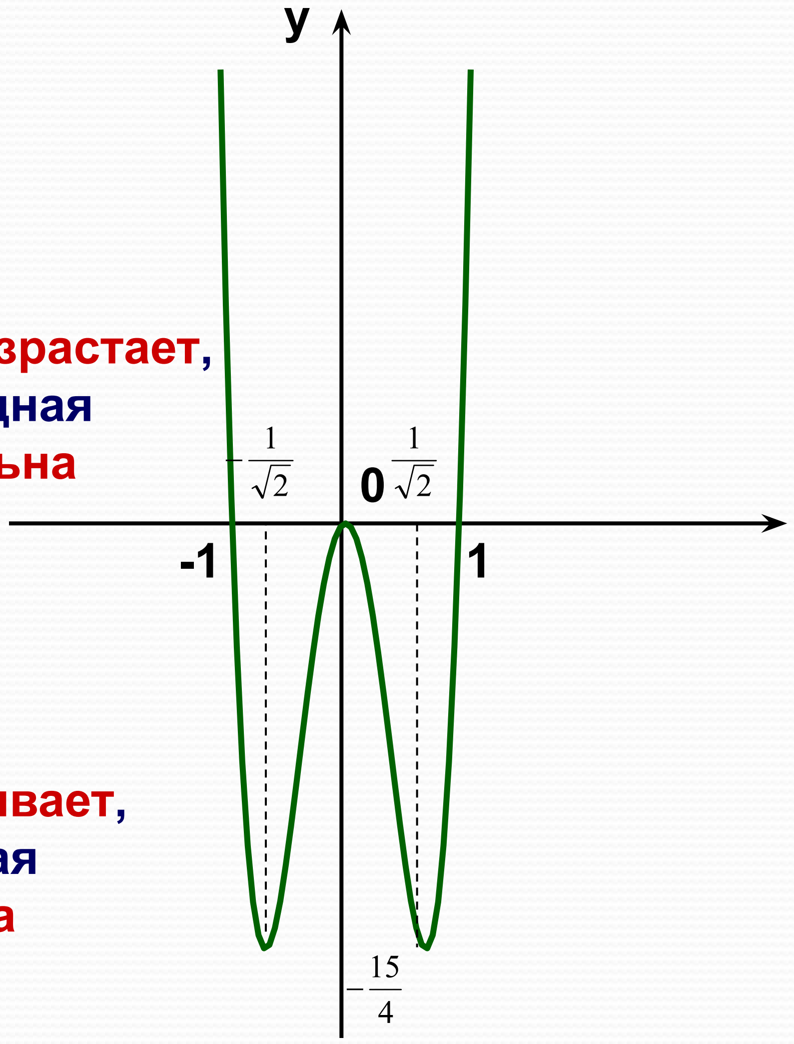
$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$$

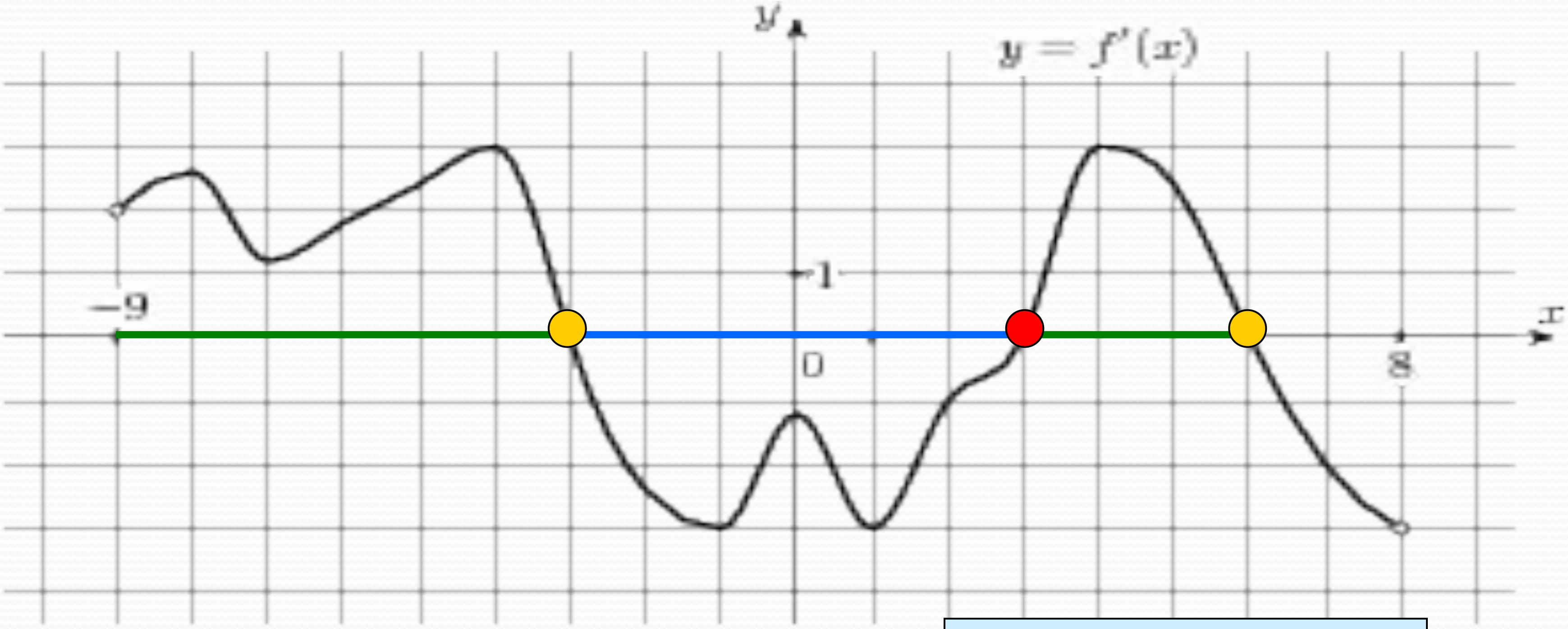
$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2$$




Если функция **возрастает**, то производная **положительна**

Если функция **убывает**, то производная **отрицательна**






**Возрастает:**

**Убывает:**

**Максимум:**

**Минимум;**

# Алгоритм нахождения наибольших и наименьших значений функции

Находим производную функции

Находим критические точки функции

Если критических точек на отрезке нет, значит функция на отрезке монотонна, и наибольшего и наименьшего значения функция достигает на концах отрезка

Если критические точки на отрезке есть, значит нужно вычислить значения функции во всех критических точках и на концах отрезка, и выбрать из полученных чисел наибольшее и наименьшее

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x + 8$$

**Решение**:

$$f'(x) = -3x^2 + 8x - 5$$

$$-3x^2 + 8x - 5 = 0$$

***x = 1 ; x = 5/3***

***f(-1)=18***

***f(3) = 2***

***f(1) = 6***

***f(5/3) = 55/9***

*ответ*

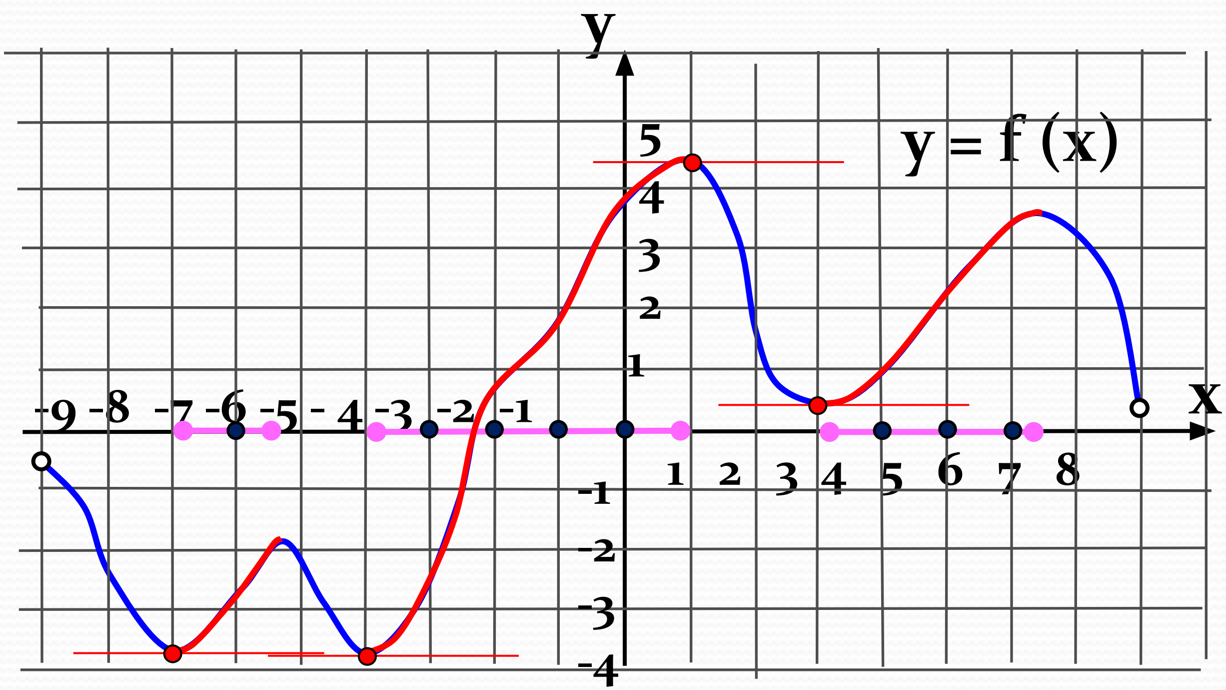
## Привести примеры функций:

1. Имеющих критические точки, в которых f'(x) не существует.
2. $f'(x_0) = 0$, но $x_0$ не является точкой экстремума.
3. $f(x) = \sqrt{x}$ . Найти f'(x). Найти f'(0). Является ли 0 - критической точкой.
4. $f(x) = \frac{1}{x}$ . Найти f'(x). Найти f'(0). Является ли 0 - критической точкой.
5. Может ли значение функции в точке максимума быть меньше ее значения в точке минимума.

На рисунке изображен график функции  y = f(x), определенной на интервале (-9; 8). Определите количество целых точек, в которых производная функции  положительна.

**Решение:** 1. $f^{/}(x) > 0$, значит, функция возрастает. Найдем эти участки графика.

2. Найдем все целые точки на этих отрезках.

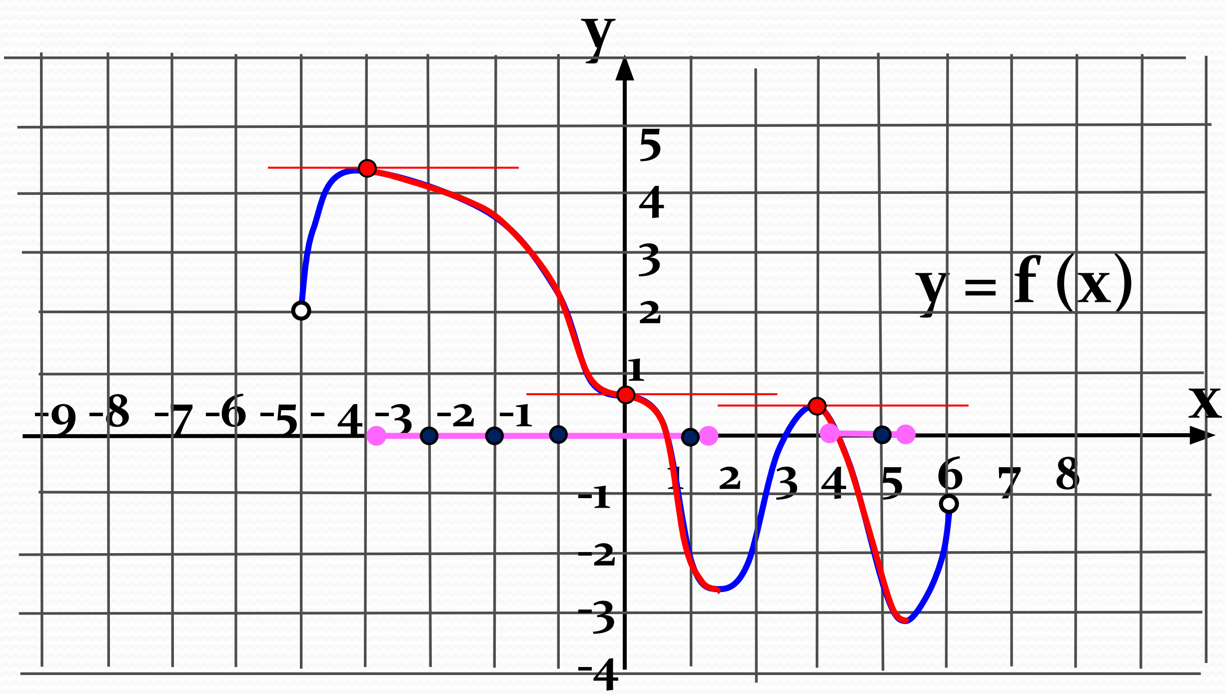



**Ответ: 8**

На рисунке изображен график функции y = f(x), определенной на интервале (-5; 5). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

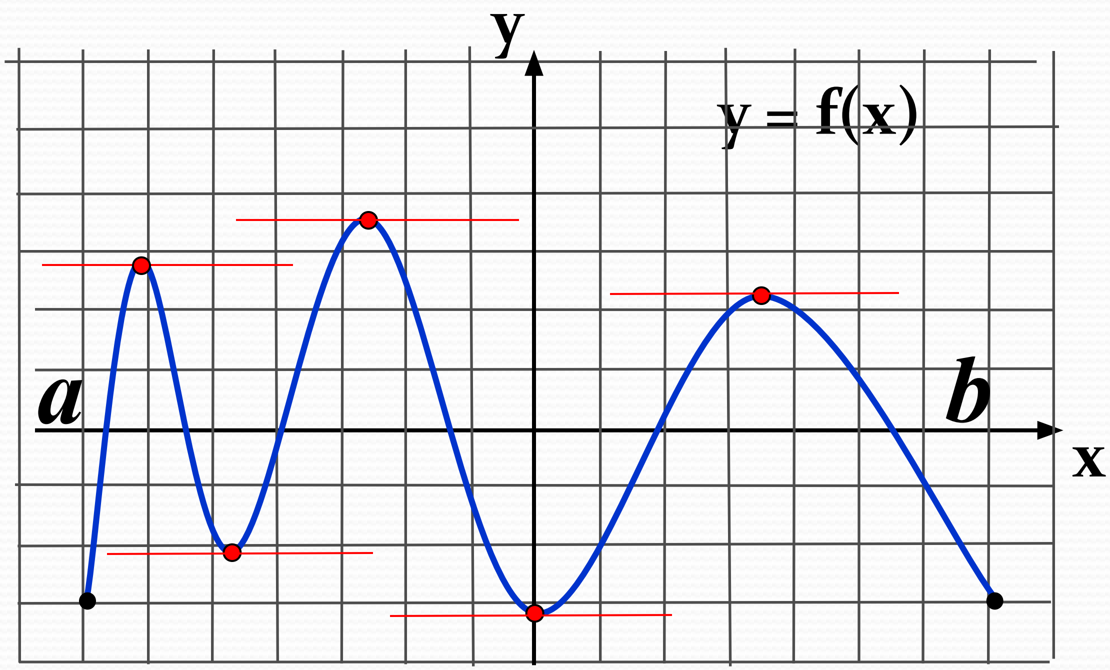
**Решение:** 1. $f'(x) < 0$, значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.

2. Найдем все целые точки на этих отрезках.



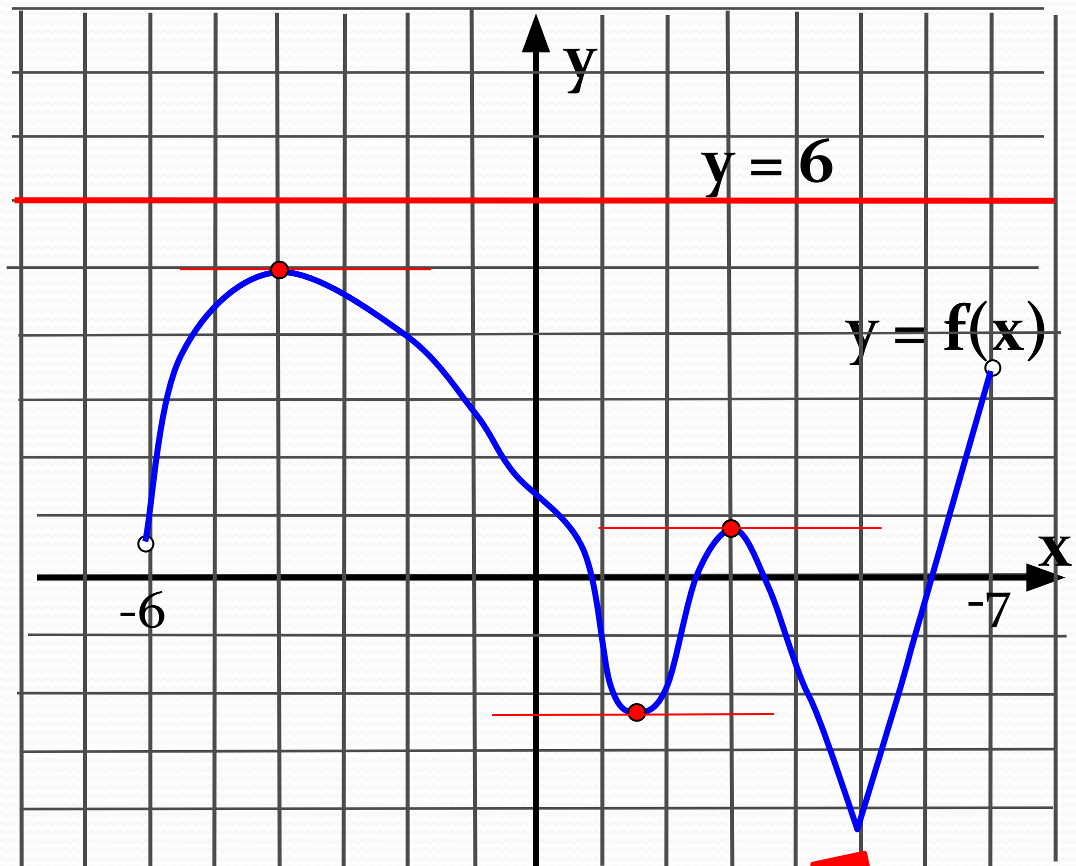

**Ответ: 5**

Непрерывная функция y = f(x) задана на отрезке [***a;b***]
На рисунке изображен ее график. В ответе укажите количество точек графика этой функции, в которых касательная параллельна оси Ox.




**Ответ: 5**

Непрерывная функция y = f(x) задана на интервале (-6; 7).
На рисунке изображен ее график. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  y = 6.

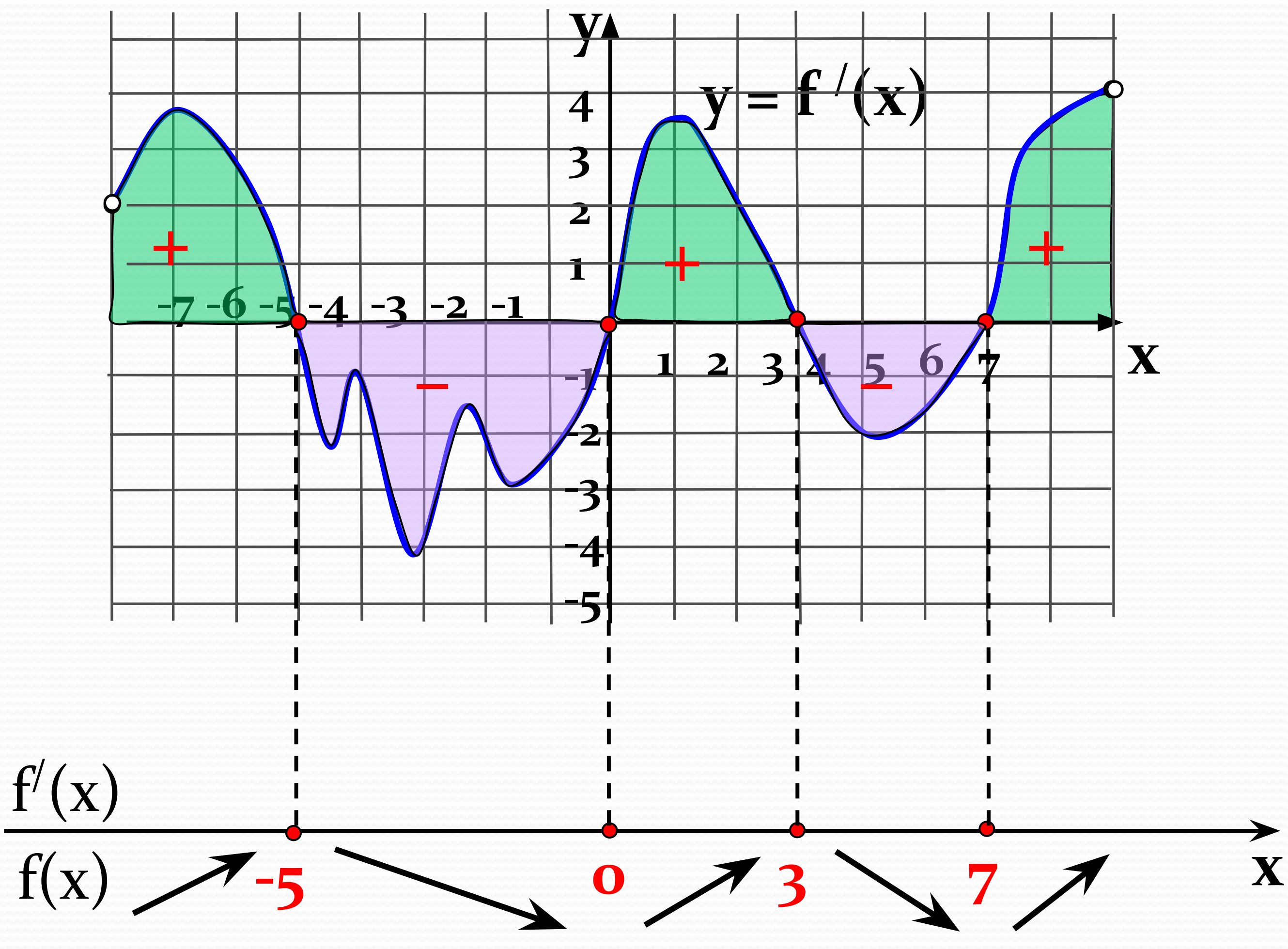



**В этой точке производная НЕ существует!**

**Ответ: 3**

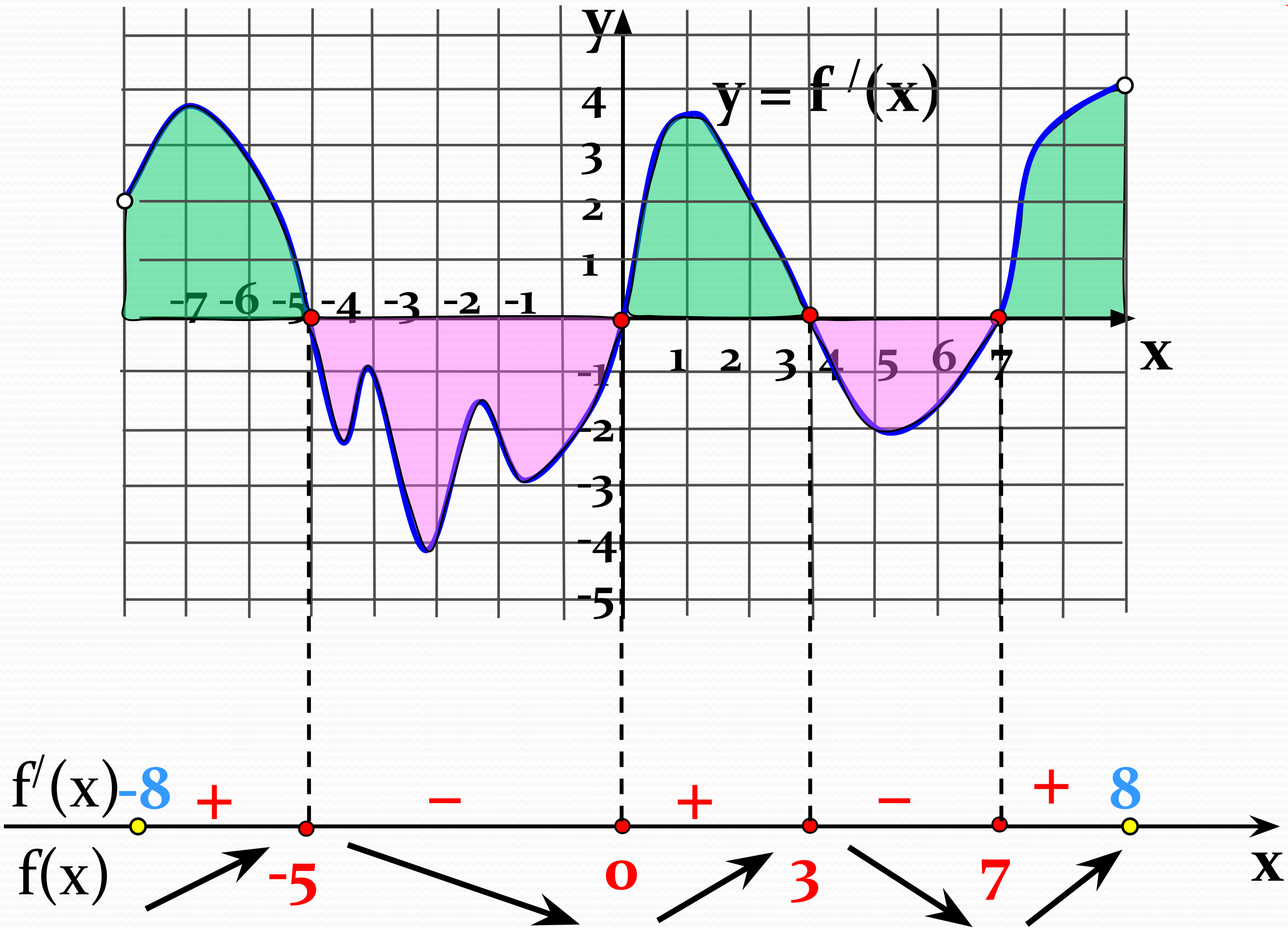
На рисунке изображен график производной функции y =f (x), заданной на промежутке (- 8; 8).

Найдем точки, в которых $f^{/}(x)=0$ (это нули функции).



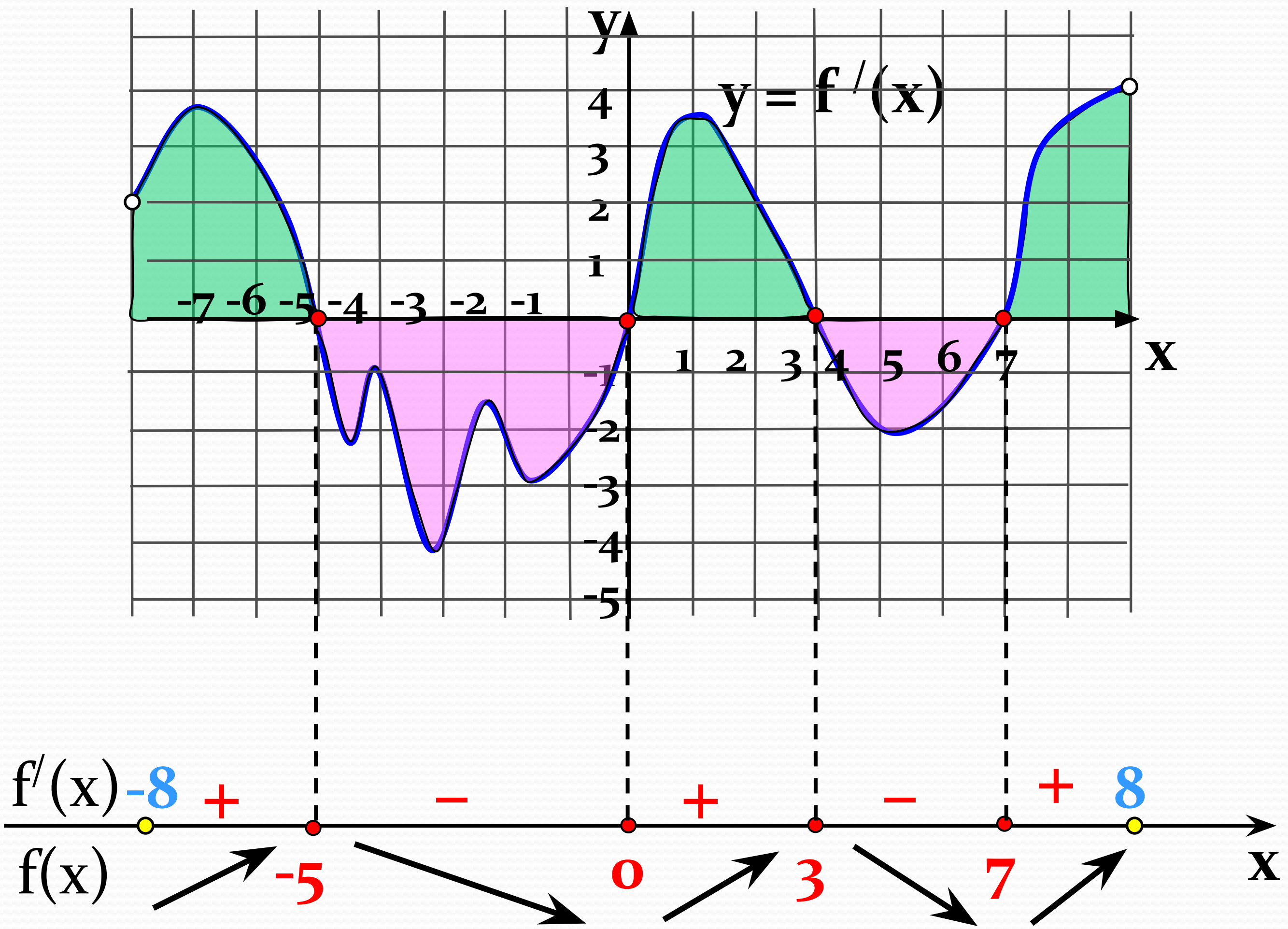
Исследуйте функцию y =f (x) на экстремум и укажите количество ее точек минимума.

4 точки экстремума




**Ответ:2**

Найдите количество точек экстремума функции y =f (x) на отрезке [– 3; 7]




***Ответ: 3***

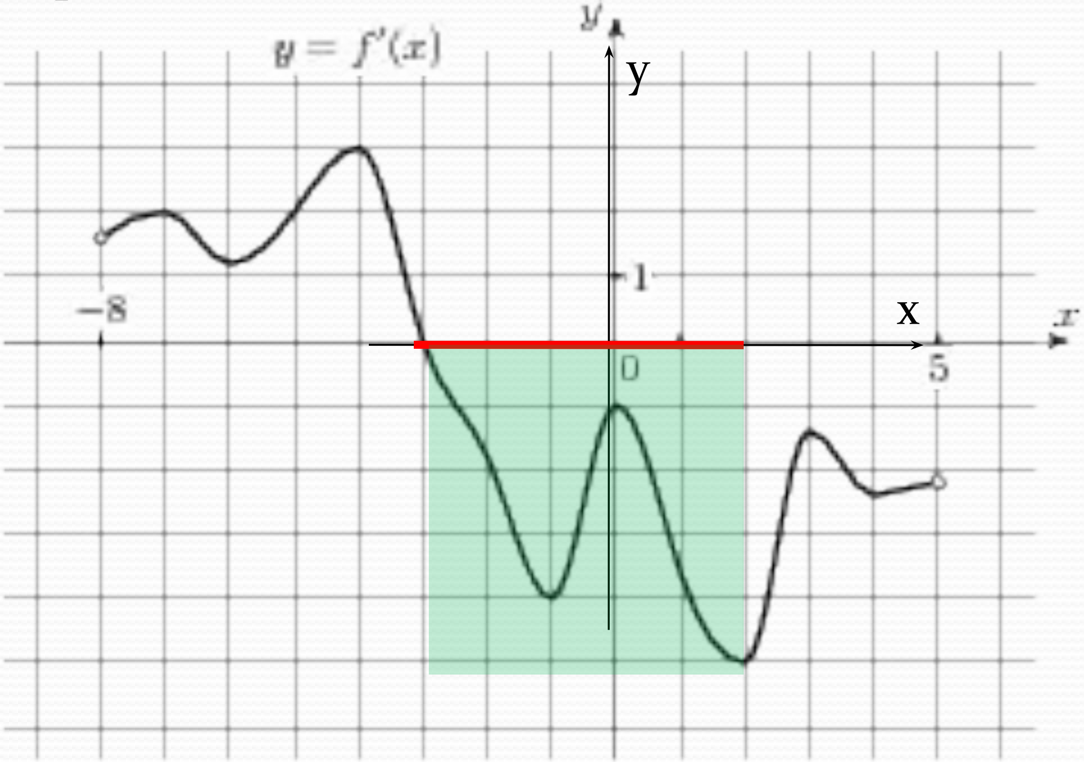
На рисунке изображен график функции f(x), определенной на интервале (-3;10) . Найдите сумму точек экстремума функции f(x).

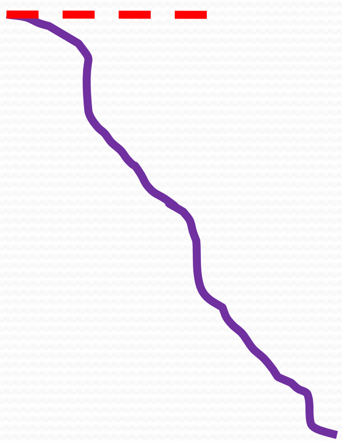

***-1 + 0 + 1+2 + 3 + 6 + 7+ 8 + 9=***

***35***

**Ответ: 35**

На рисунке изображен график y=f'(x) — производной функции f(x), определенной на интервале (-8:5). В какой точке отрезка [-3;2] принимает наибольшее значение?

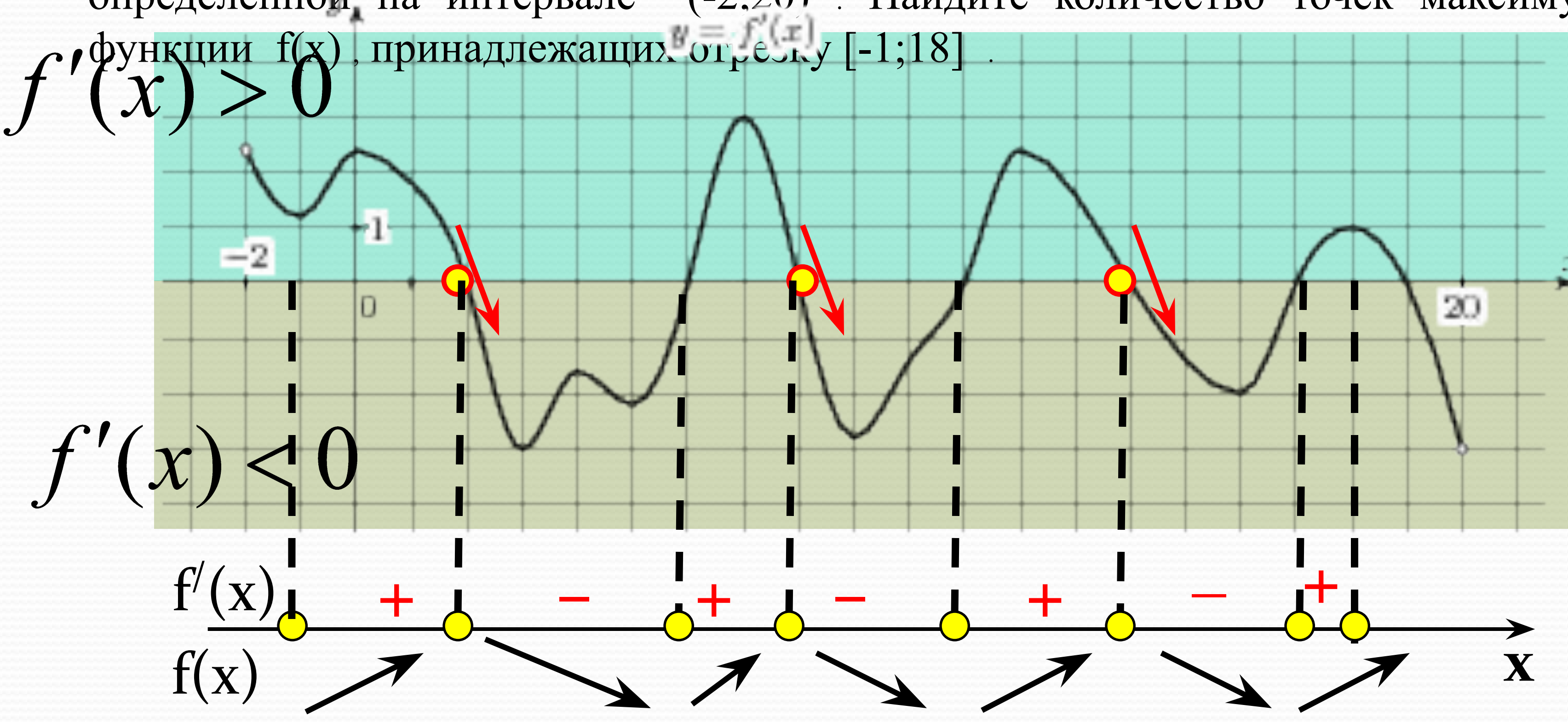


$$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x) \text{ убывает}$$

**Ответ:-3**

На рисунке изображен график y=f'(x) — производной функции f(x), определенной на интервале (-2;20). Найдите количество точек максимума функции f(x), принадлежащих отрезку [-1;18].




**Точка максимума – точка перехода от ↗ графика функции к ↘**

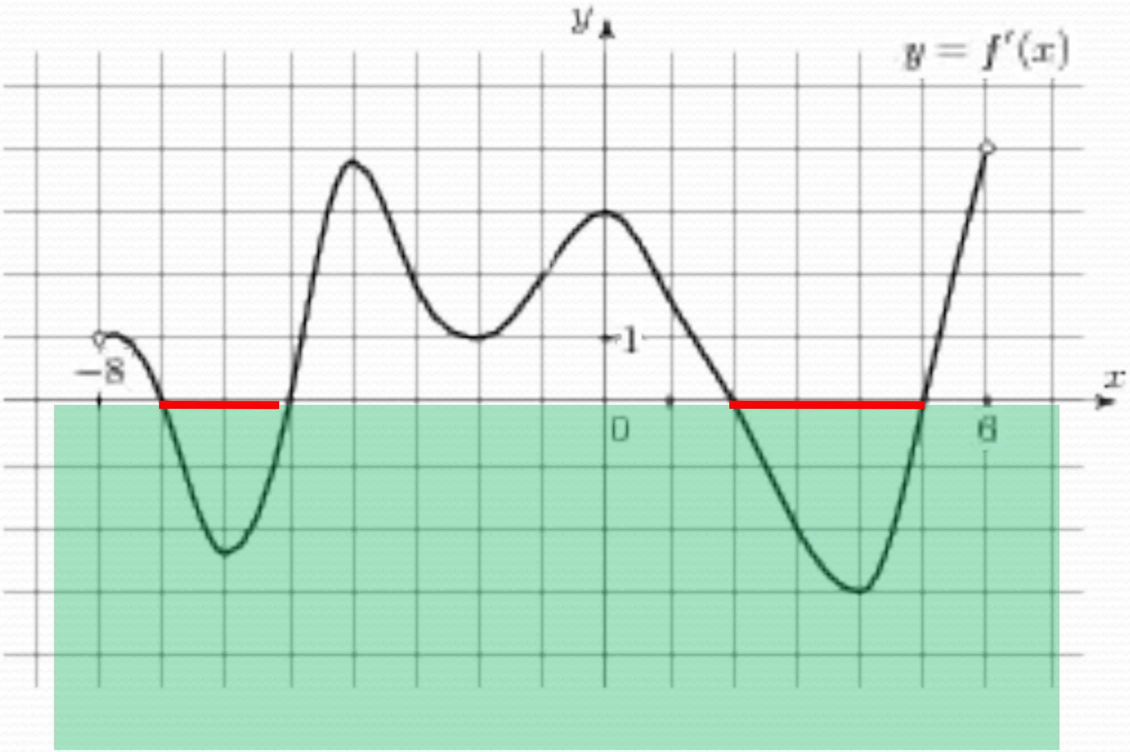
$f'(x) > 0$ $f'(x) < 0$

***Ответ: 3***

На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;8)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.


***Ответ: 6***

На рисунке изображен график y=f'(x) — производной функции f(x), определенной на интервале (-8;6). Найдите промежутки убывания функции f(x). В ответе укажите длину наибольшего из них.




***Ответ: 3***

**Отыщите функцию в таблице, исходя из её «автобиографии». Найдите область определения, корень, точку разрыва, промежуток возрастания и убывания.**

**Я – функция сложная, это известно,**
**Ещё расскажу, если вам интересно,**
**Что точку разрыва и корень имею,**
**И есть интервал, где расти не посмею.**
**Во всём остальном положительна, право,**
**И это, конечно, не ради забавы.**
**Для чисел больших я стремлюсь к единице.**
**Найдите меня среди прочих в таблице.**

| | | |
|---|---|---|
| $f(x)=\frac{1}{4}x^4$ | $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x+3$ | $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$ |
| $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2-x}}$ | $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+4x^2}}$ | $f(x)=(\frac{x-2}{x+2})^2$ |
| $f(x)=(x^2-1)^2$ | $f(x)=x(1-x)$ | $f(x)=\frac{x}{x^2-1}$ |

# Домашнее задание

## УРОВЕНЬ А

1. Исследовать и построить график функции
а) y = (x+1)³(x-2)
б) y = (x+2)²(x-2)
2. **Нестандартное задание**: составить формулу, задающую функцию, графиком которой была бы прямая с выколотой точкой.

## УРОВЕНЬ Б

1.Исследовать и построить график функции

а) $f(x)=\dfrac{x^2+5}{2-x}$

б) $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$

2. **Нестандартное задание**: составить формулу, задающую функцию, графиком которой была бы одна точка.

## УРОВЕНЬ В

1. Исследовать и построить график функции

а) $f(x)=x^2\sqrt{1-2x}$

б) $f(x)=4x^2\sqrt{1-4x}$

**2. Нестандартное задание:**
отыскать функции, описывающие реальные физические процессы, которые вы изучали на уроках физики, и исследуйте их.