

«Мыслить последовательно, судить  
доказательно, опровергать неправильные  
выводы должен уметь всякий: физик и поэт,  
тракторист и химик».

Э. Кольман.

В математике следует помнить не формулы, а  
процессы мышления.  
В. П. Ермаков

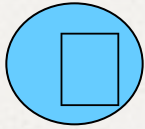
**ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ  
ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ  
ПРИКЛАДНОГО ХАРАКТЕРА**

Преподаватель: Трофименко. М.В.



Чтобы найти на отрезке наибольшее и наименьшее значения функции, имеющей на отрезке конечное число критических точек, нужно:

- вычислить значения функции во всех критических точках и на концах отрезка;
- из полученных чисел выбрать наибольшее и наименьшее.



## Перевести задачу на язык функций

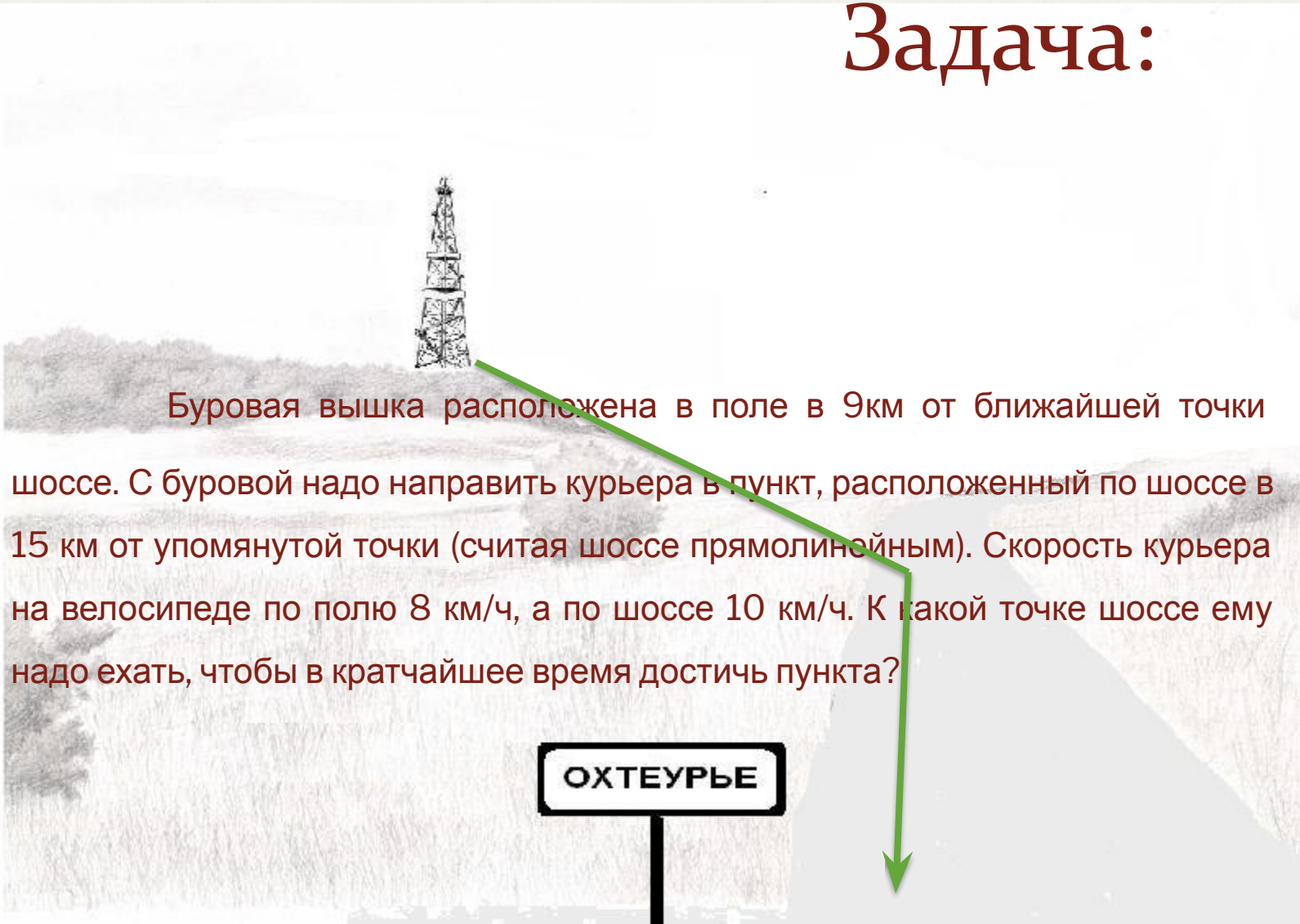
1. выбрать удобный параметр ( $x$ ), через который интересующую нас величину выразить как функцию  $f(x)$ ;
2. средствами анализа найти наибольшее и наименьшее значение этой функции на некотором промежутке;
3. выяснить, какой практический смысл (в терминах первоначальной задачи) имеет полученный (на языке функций) результат.



основные этапы, при решении задач  
прикладного характера:

- I. формализация;
- II. решение полученной математической задачи;
- III. интерпретация найденного решения.

# Задача:



Буровая вышка расположена в поле в 9 км от ближайшей точки шоссе. С буровой надо направить курьера в пункт, расположенный по шоссе в 15 км от упомянутой точки (считая шоссе прямолинейным). Скорость курьера на велосипеде по полю 8 км/ч, а по шоссе 10 км/ч. К какой точке шоссе ему надо ехать, чтобы в кратчайшее время достичь пункта?

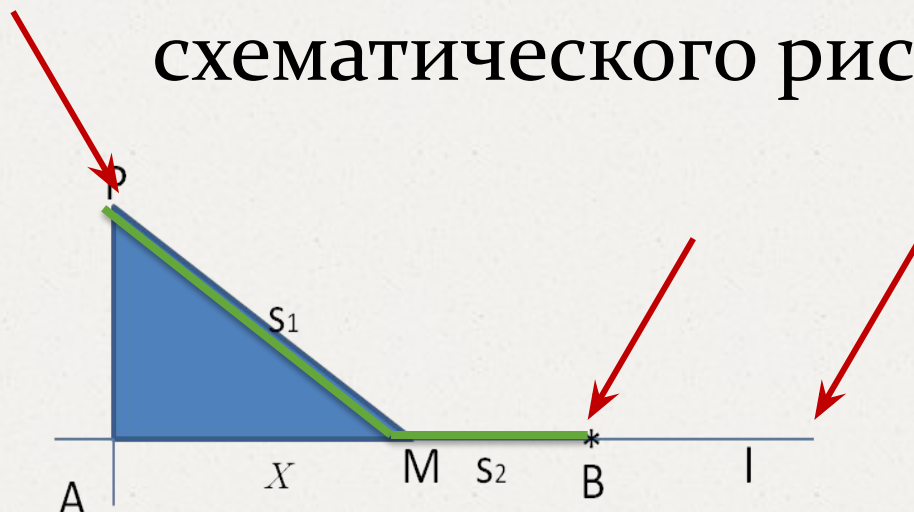
ОХТЕУРЬЕ



# Анализ задачи:

- На каком расстоянии находится буровая вышка от ближайшей точки шоссе?
- На каком расстоянии находятся друг от друга ближайшая точка от буровой вышки и пункт, куда надо отправить курьера?
- Известна ли скорость курьера на велосипеде по полю?
- Известна ли скорость курьера на машине по шоссе?
- Известно ли, к какой точке шоссе надо ехать, чтобы достичь нужный пункт в кратчайшее время?

## Модель задачи в виде схематического рисунка:



- ✓  $P$  – буровая вышка;
- ✓  $B$  – населенный пункт;
- ✓  $I$  – шоссе;
- ✓  $PMB$  – маршрут следования курьера.



□ Постоянные величины –  $PA, AB, v_p, v_w$ .

□ Переменные величины –  $AM, MB, PM$ .

□ Исследуемая величина – время, за которое курьеру надо доехать до нужного пункта.

□  $PA=9\text{ км}, AB=15\text{ км}, v_p=8\text{ км/ч}, v_w=10\text{ км/ч}$ .

## Решение задачи:

- 0 1. Пусть  $x$  – расстояние  $AM$ ,  $0 \leq x \leq 15$ ;
- 0 2. Из прямоугольного треугольника  $PAM$  выражаем:

$$S_1 = PM = \sqrt{AM^2 + PA^2} = \sqrt{x^2 + 9^2}$$

$$S_2 = MB = 15 - x;$$

- 0 3. путь  $S_1$  (по полю), который курьер проходит со скоростью  $v = 8$  км/ч, а путь  $S_2$  (по шоссе) – со скоростью  $v = 10$  км/ч.



0 4. Путь  $S_1$  за время  $t_1 = \frac{\sqrt{x^2 + 81}}{8}$

путь  $S_2$  за время  $t_2 = \frac{15 - x}{10}$

время, затраченное на путь  $S_1$  и  $S_2$ ,

$$t(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 81}}{8} + \frac{15 - x}{10}$$

0 Находим производную функции:

$$t'(x) = \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{x^2 + 81}} \times 2x - \frac{1}{10} = \frac{x}{8\sqrt{x^2 + 81}} - \frac{1}{10}$$

0 Находим критические точки :

$$\frac{x}{8\sqrt{x^2 + 81}} - \frac{1}{10} = 0$$



$$5x = 4 \times \sqrt{x^2 + 81}$$

$$25x^2 = 16 \times (x^2 + 81)$$

$$9x^2 = 16 \times 81$$

$$9x^2 = 1296$$

$$x^2 = 1296 \div 9$$

$$x^2 = 144$$

$$x_1 = 12$$

$$x_2 = -12.$$

0 Находим значение функции в точках:

$$t(0) = 2\frac{5}{8} \approx 2,63$$

$$t(15) \approx 2,19$$

$$t(12) \approx 2,18$$

0 функция достигает наименьшего значения в точке  $x = 12$

*Ответ: Курьеру надо ехать в точку, удаленную на 3 км от населенного пункта и на 12 км от шоссе, чтобы в кратчайшее время достичь населенного пункта*



# Самостоятельная работа

**Решите задачу:**

**Вариант 1.** Лодка находится на расстоянии 3 км от ближайшей точки берега А. Пассажир лодки желает достигнуть села «В», находящегося на берегу на расстоянии 5 км от А. Лодка проплывает по 4 км/ч, а пассажир, выйдя из лодки, может в час пройти 5 км. К какому пункту берега должна пристать лодка, чтобы пассажир достиг села «В» в кратчайшее время?

**Решите задачу:**

**Вариант 2.** Человек, гуляющей в лесу, находится в 5 км от прямолинейной дороги и в 13 км от дома, стоящего у дороги. Скорость его передвижения в лесу 3 км/ч, а по дороге 5 км/ч. Найдите наименьшее время, за которое он сможет прийти домой.



«Для меня было сложно...»

1)

2)

3)

4)

5)