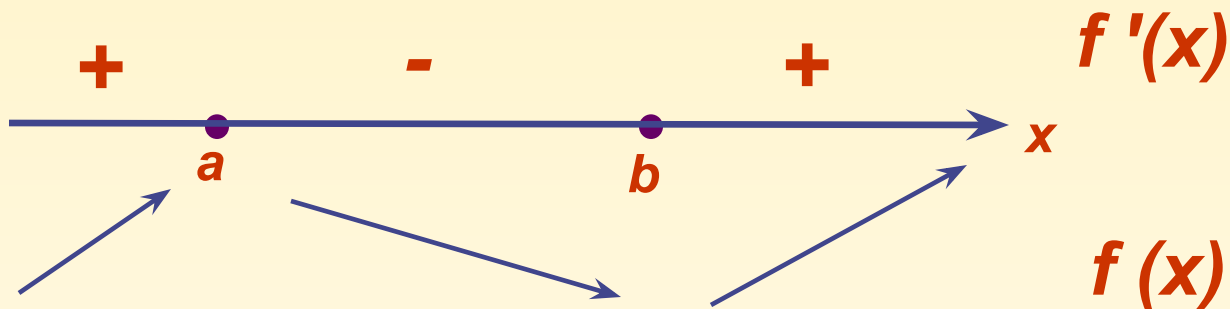


## Урок № 39

# ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ

*Производную считал я,  
Приравнял ее к нулю,  
Я на каждом промежутке  
Знак ее определяю.  
Поделюсь с тобой ответом,  
Что узнать ты смог при этом?*



## Связь производной с монотонностью функции

Если **производная** функции в каждой точке некоторого промежутка **положительна**, то функция на этом промежутке **возрастает**,

т.е.  $f'(x) > 0, f(x) \square$

Если **производная** функции в каждой точке некоторого промежутка **отрицательна**, то функция на этом промежутке **убывает**,

т.е.  $f'(x) < 0, f(x) \square$

Если **производная** функции в каждой точке некоторого промежутка **равна 0**, то функция на этом промежутке **постоянна**

## План изучения нового материала:

1 Окрестность точки

2 Точки минимума

3 Минимум функции

4 Точки максимума

5 Максимум функции

6 Точки экстремума

7 Экстремумы функции

8 Стационарные точки

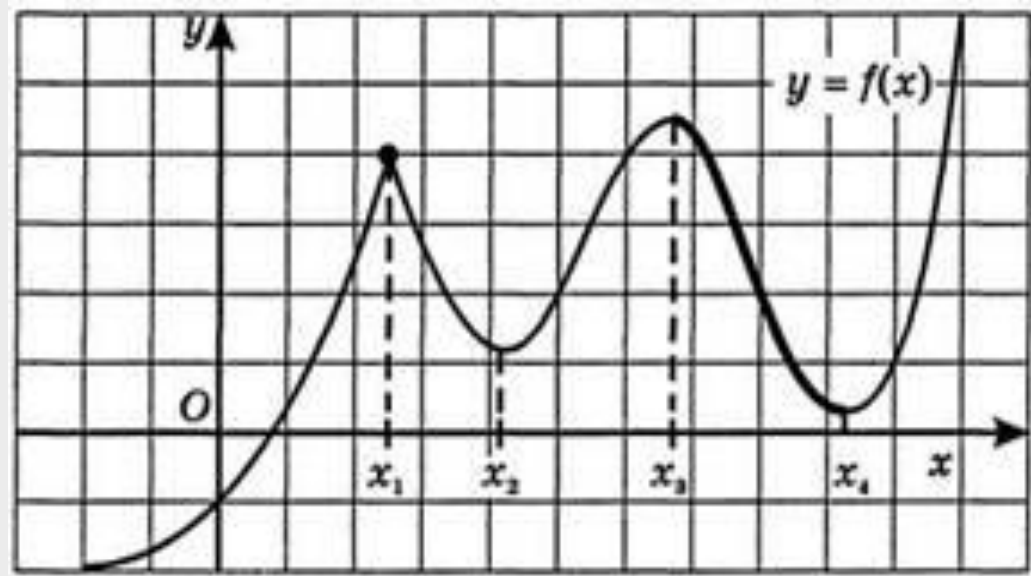
9 Точки перегиба

10 Критические точки

11 Точки излома

12 Теорема Ферма

13 Теоремы о точках минимума и максимума дифференцируемой функции



Теорема. Если  $x_0$  — точка экстремума дифференцируемой функции  $f(x)$ , то  $f'(x_0) = 0$ .

**Теорема.** Пусть функция  $f(x)$  дифференцируема на интервале  $(a; b)$ ,  $x_0 \in (a; b)$ , и  $f'(x_0) = 0$ . Тогда:

1) если при переходе через стационарную точку  $x_0$  функции  $f(x)$  её производная меняет знак с «плюса» на «минус», т. е.  $f'(x) > 0$  слева от точки  $x_0$  и  $f'(x) < 0$  справа от точки  $x_0$ , то  $x_0$  — точка максимума функции  $f(x)$  (рис. 128);

2) если при переходе через стационарную точку  $x_0$  функции  $f(x)$  её производная меняет знак с «минуса» на «плюс», то  $x_0$  — точка минимума функции  $f(x)$  (рис. 129).

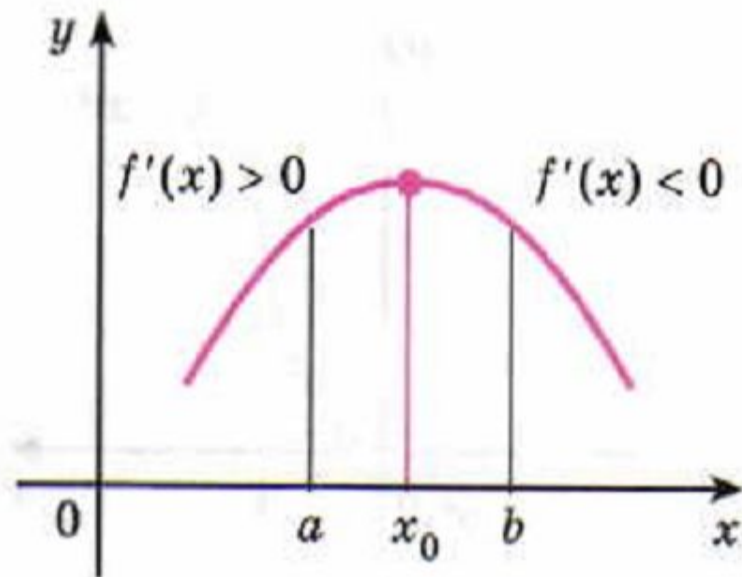


Рис. 128

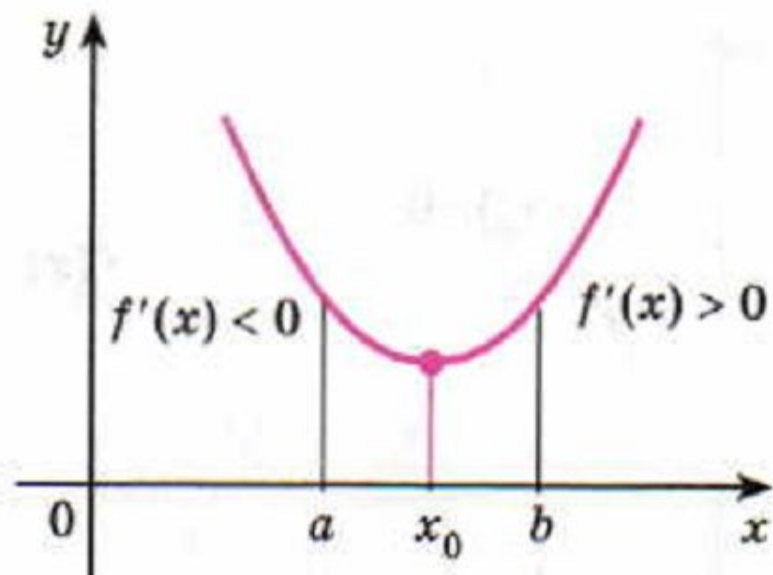


Рис. 129

**910** На рисунке 130 изображён график функции  $y = f(x)$ . Найти точки максимума и минимума этой функции.

**911** На рисунке 131 изображён график функции  $y = f(x)$ . Найти критические точки этой функции.

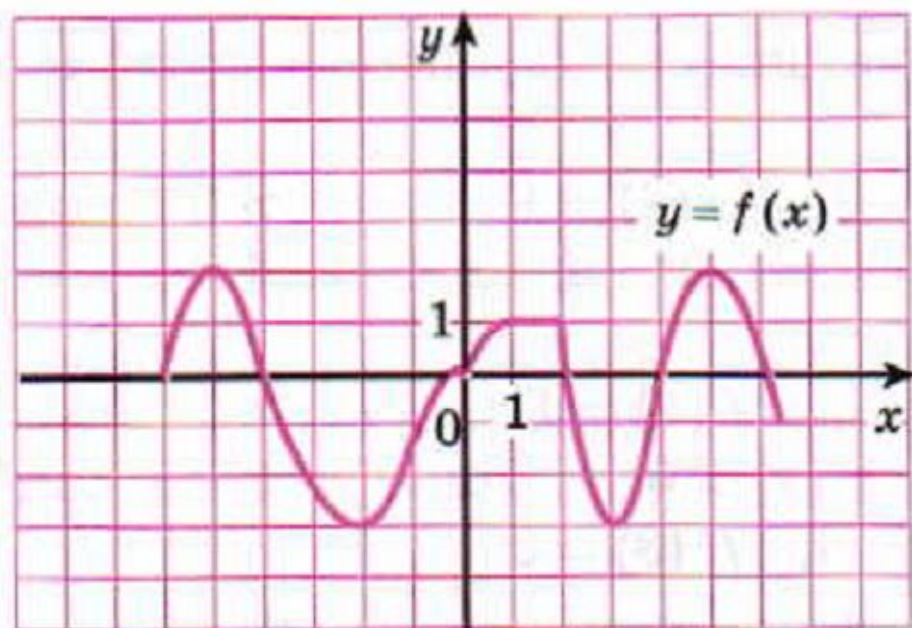


Рис. 130

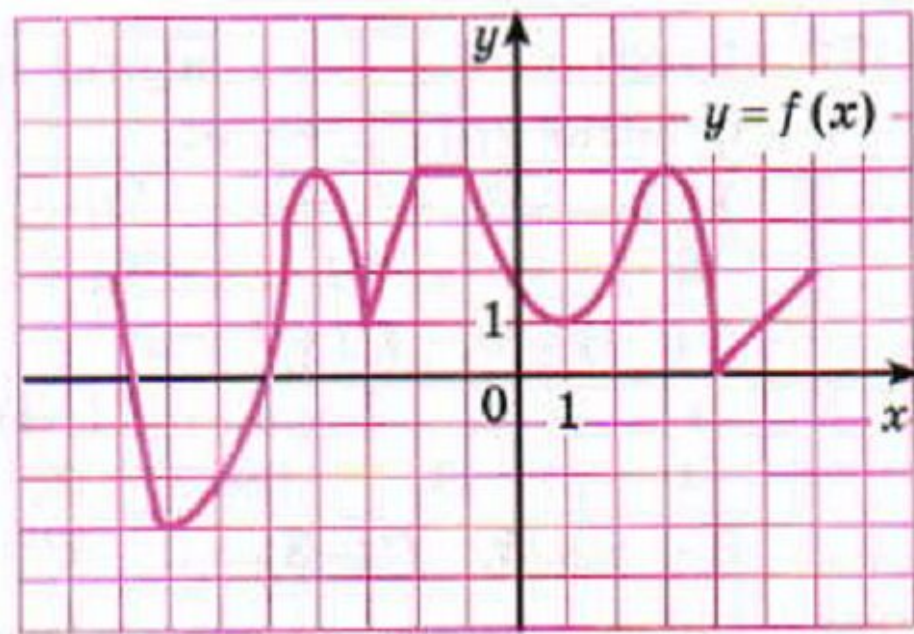


Рис. 131

**912** Найти стационарные точки функции:

1)  $y = \frac{x}{2} + \frac{8}{x}$ ;

3)  $y = e^{2x} - 2e^x$ ;

2)  $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x$ ;

4)  $y = \sin x - \cos x$ .

**913** Найти стационарные точки функции:

1)  $y = \frac{2 + x^2}{x}$ ;    2)  $y = \frac{x^2 + 3}{2x}$ ;    3)  $y = e^{x^2 - 1}$ ;    4)  $y = 2^{x^2 + x}$ .

**914** Найти точки экстремума функции:

1)  $y = 2x^2 - 20x + 1$ ;    2)  $y = 3x^2 + 36x - 1$ ;

3)  $y = \frac{x}{5} + \frac{5}{x}$ ;    4)  $y = \frac{4}{x} + \frac{x}{16}$ .

**915** Найти точки экстремума и значения функции в этих точках:

1)  $y = x^3 - 3x^2$ ;    2)  $y = x^4 - 8x^2 + 3$ ;

3)  $y = x + \sin x$ ;    4)  $y = 2 \cos x + x$ .

**Домашнее задание № 39**  
**по ситуации решенных задач на уроке**