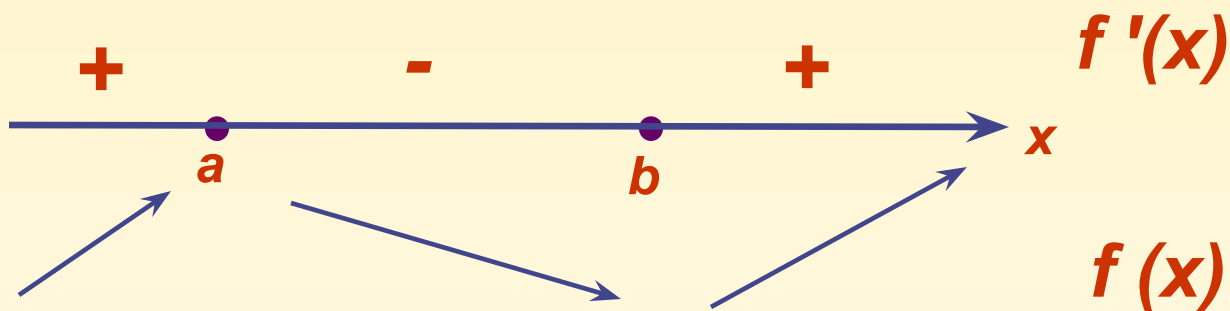


Урок № 39

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ

*Производную считал я,
Приравнял ее к нулю,
Я на каждом промежутке
Знак ее определяю.
Поделюсь с тобой ответом,
Что узнать ты смог при этом?*



Связь производной с монотонностью функции

Если **производная** функции в каждой точке некоторого промежутка **положительна**, то функция на этом промежутке **возрастает**,

т.е. $f'(x) > 0, f(x) \square$

Если **производная** функции в каждой точке некоторого промежутка **отрицательна**, то функция на этом промежутке **убывает**,

т.е. $f'(x) < 0, f(x) \square$

Если **производная** функции в каждой точке некоторого промежутка **равна 0**, то функция на этом промежутке **постоянна**

План изучения нового материала:

1 Окрестность точки

2 Точки минимума

3 Минимум функции

4 Точки максимума

5 Максимум функции

6 Точки экстремума

7 Экстремумы функции

8 Стационарные точки

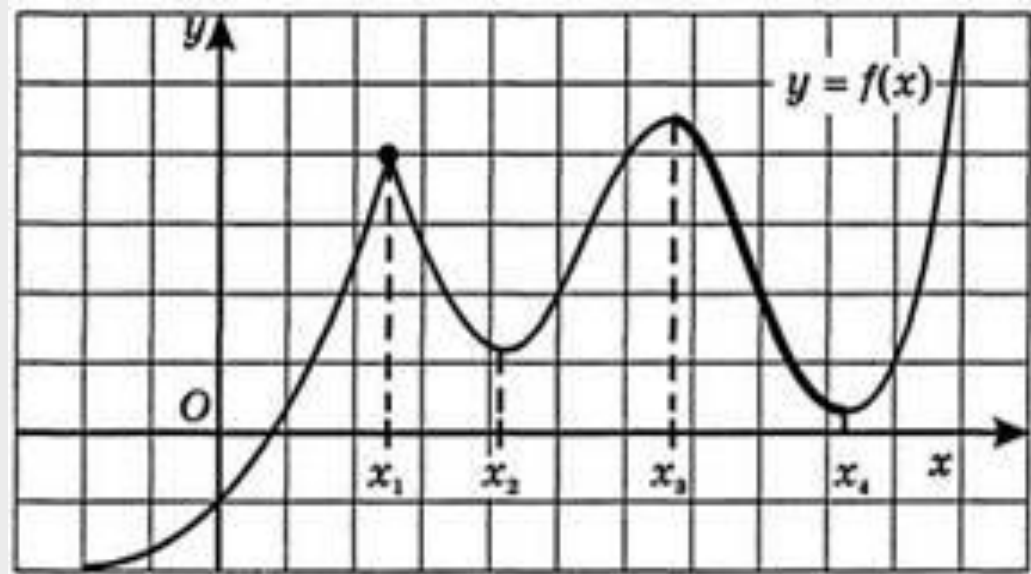
9 Точки перегиба

10 Критические точки

11 Точки излома

12 Теорема Ферма

13 Теоремы о точках минимума и максимума дифференцируемой функции



Теорема. Если x_0 — точка экстремума дифференцируемой функции $f(x)$, то $f'(x_0) = 0$.

Теорема. Пусть функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a; b)$, $x_0 \in (a; b)$, и $f'(x_0) = 0$. Тогда:

1) если при переходе через стационарную точку x_0 функции $f(x)$ её производная меняет знак с «плюса» на «минус», т. е. $f'(x) > 0$ слева от точки x_0 и $f'(x) < 0$ справа от точки x_0 , то x_0 — точка максимума функции $f(x)$ (рис. 128);

2) если при переходе через стационарную точку x_0 функции $f(x)$ её производная меняет знак с «минуса» на «плюс», то x_0 — точка минимума функции $f(x)$ (рис. 129).

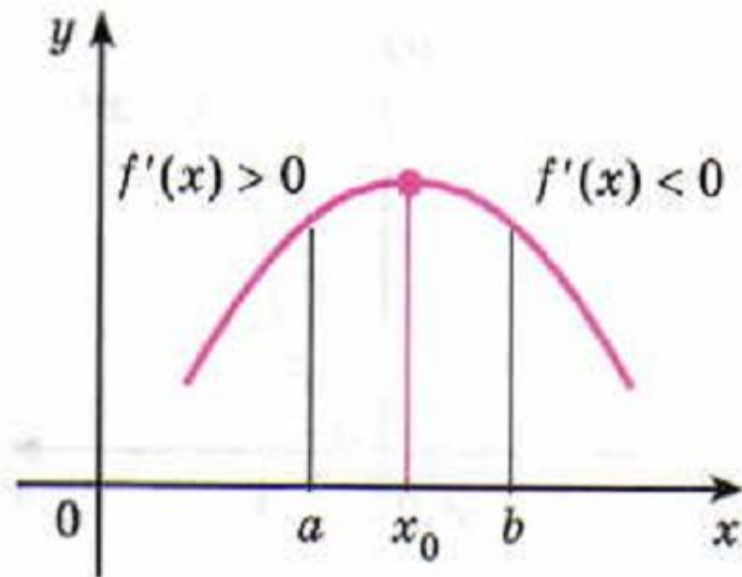


Рис. 128

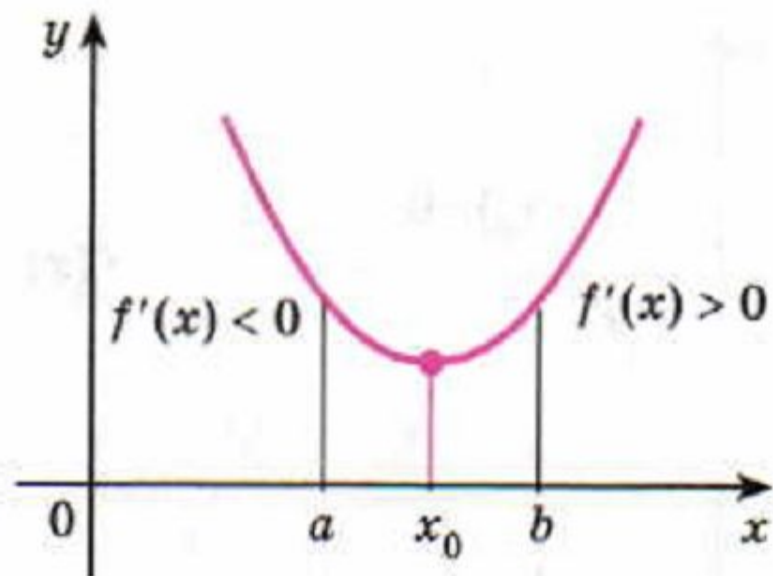


Рис. 129

910 На рисунке 130 изображён график функции $y = f(x)$. Найти точки максимума и минимума этой функции.

911 На рисунке 131 изображён график функции $y = f(x)$. Найти критические точки этой функции.

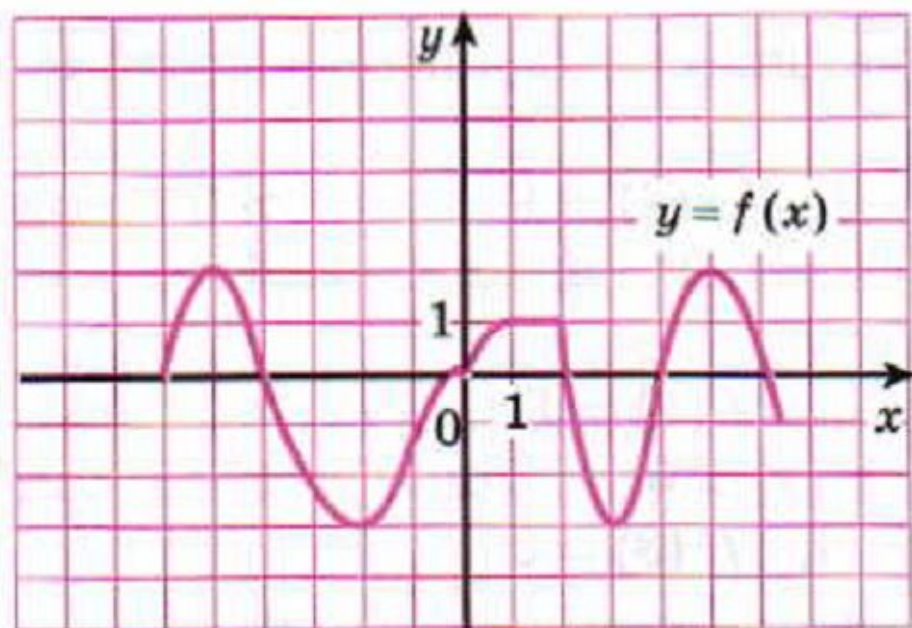


Рис. 130

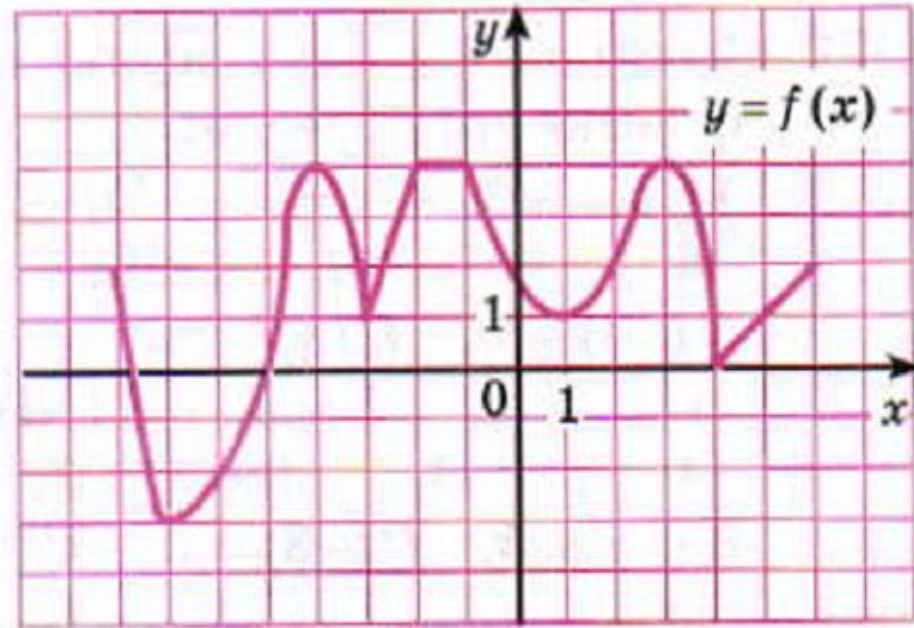


Рис. 131

912 Найти стационарные точки функции:

1) $y = \frac{x}{2} + \frac{8}{x}$;

3) $y = e^{2x} - 2e^x$;

2) $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x$;

4) $y = \sin x - \cos x$.

913 Найти стационарные точки функции:

1) $y = \frac{2 + x^2}{x}$; 2) $y = \frac{x^2 + 3}{2x}$; 3) $y = e^{x^2 - 1}$; 4) $y = 2^{x^2 + x}$.

914 Найти точки экстремума функции:

1) $y = 2x^2 - 20x + 1$; 2) $y = 3x^2 + 36x - 1$;

3) $y = \frac{x}{5} + \frac{5}{x}$; 4) $y = \frac{4}{x} + \frac{x}{16}$.

915 Найти точки экстремума и значения функции в этих точках:

1) $y = x^3 - 3x^2$; 2) $y = x^4 - 8x^2 + 3$;

3) $y = x + \sin x$; 4) $y = 2 \cos x + x$.

Домашнее задание № 39
по ситуации решенных задач на уроке