- Применение производной при решении прикладных задач (2 урока)
  - *(Интегрированные уроки)*

- урок №1 повторительно-обобщающий
- Урок №2 урок-практикум

- *В математике следует помнить не формулы, а процессы мышления*.
- В.П. Ермаков

Урок № 1 повторительно-обобщающий

Производная и ее применение при решении задач

Цели урока:

- ***Образовательные:***
- Углубление понимания сущности производной путем применения ее для получения новых знаний;
- Установление межпредметных связей;

- ***Воспитательные:***
- Воспитание познавательного интереса к учебному предмету
- Воспитание у учащихся культуры мышления;

- ***Развивающие :***
- Формирование умений строить логическую цепочку рассуждений;
- Формирование умений проводить обобщение, переносить знания в новую ситуацию;
- Развитие монологической речи в ходе объяснений, обоснований выполняемых действий

План урока:

- 1. Сведения из истории математики.
- 2. Применение производной к исследованию функции.
- *3.* Применение производной в решении прикладных задач.
- 4. Применение производной в решении задач на уроках физики.

1	2	3	4	5	6	7
	п					
	р					
	о					
к	и				у	
а	з		н		с	
с	в		е		к	
а	о		п		о	с
т	д	а	р		р	л
е	н	р	е	м	е	о
л	а	г	р	а	н	ж
ь	я	у	ы	к	и	н
н		м	в	с	е	а
а		е	н	и		я
я		н	а	м		
		т	я	у		
				м		

Лагранж Жозеф Луи
(1736 – 1813)

План исследования функции:

- 1) Область определения функции;
- 2) Четность или нечетность функции, периодичность;
- 3) Точки пересечения графика с осями координат;
- 4) Промежутки знакопостоянства;

- 5) Промежутки возрастания и убывания;
- 6) Точки экстремума и значения; функции в этих точках;
- 7) Исследуют поведение функции в окрестностях «особых» точек и при больших по модулю *x*;
- 8) Построение графика функции.

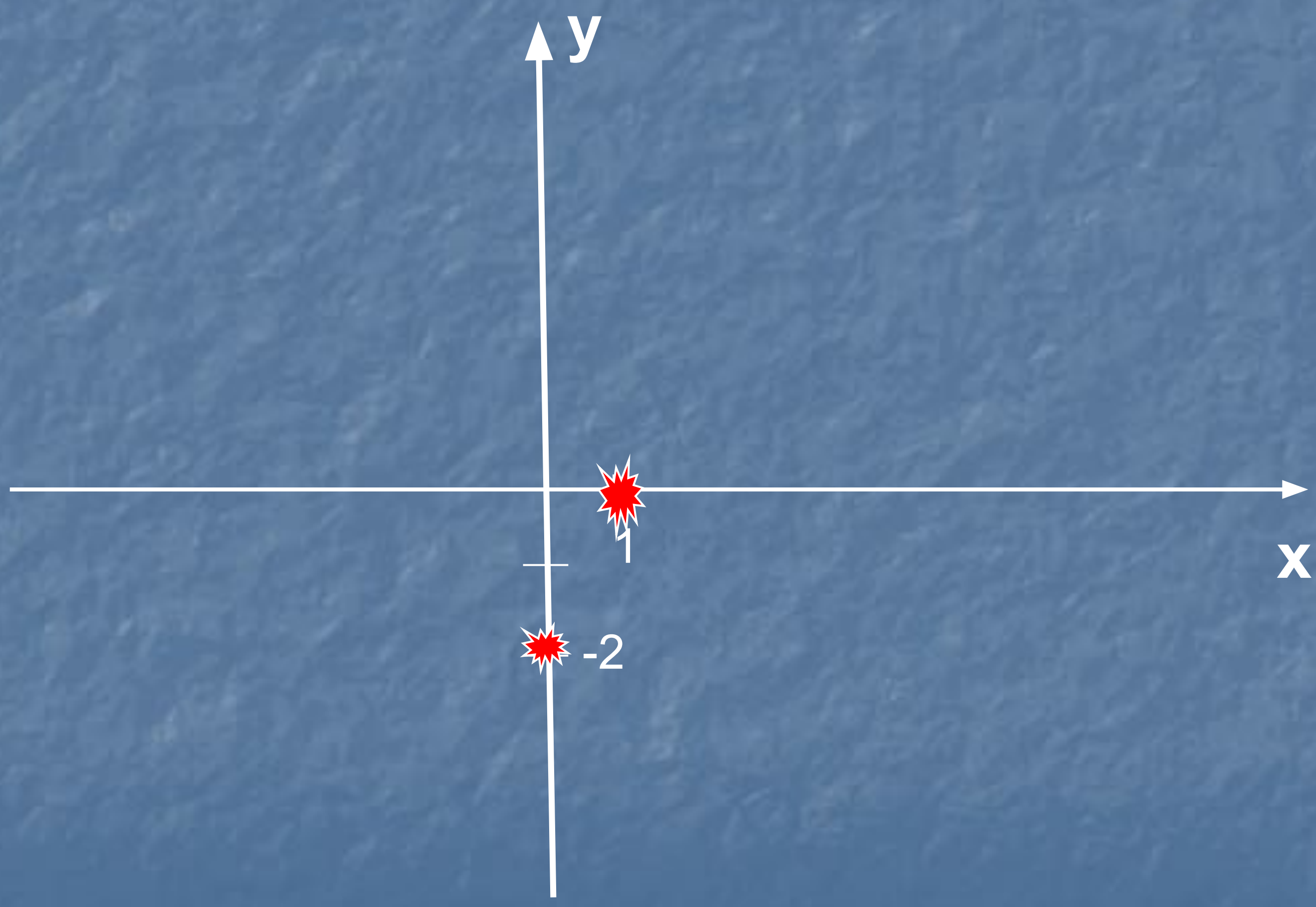
Исследование функции

Задача

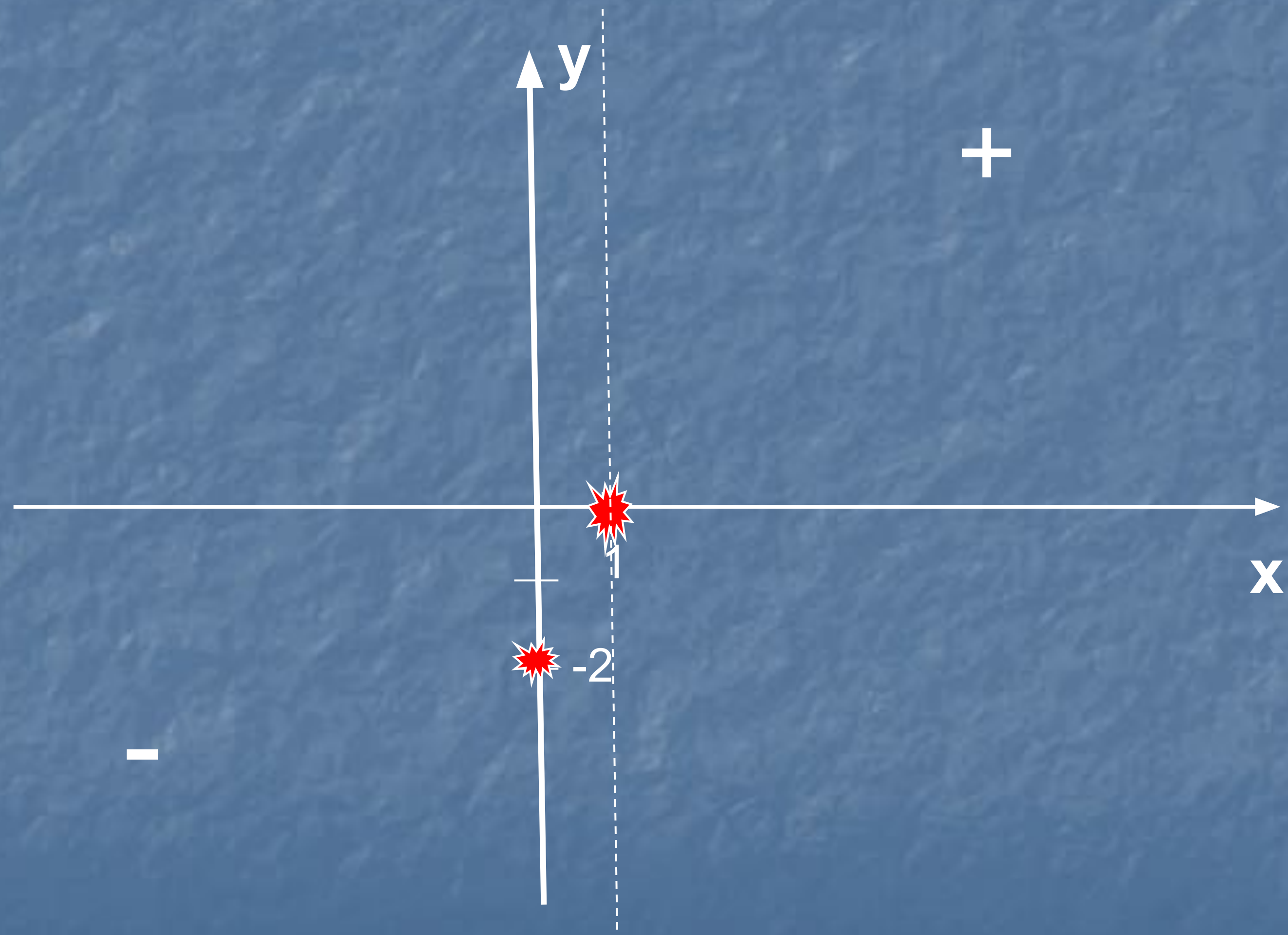
Исследуйте функцию и постройте её график:

$$f(x)=\frac{6(x-1)}{x^2+3}$$

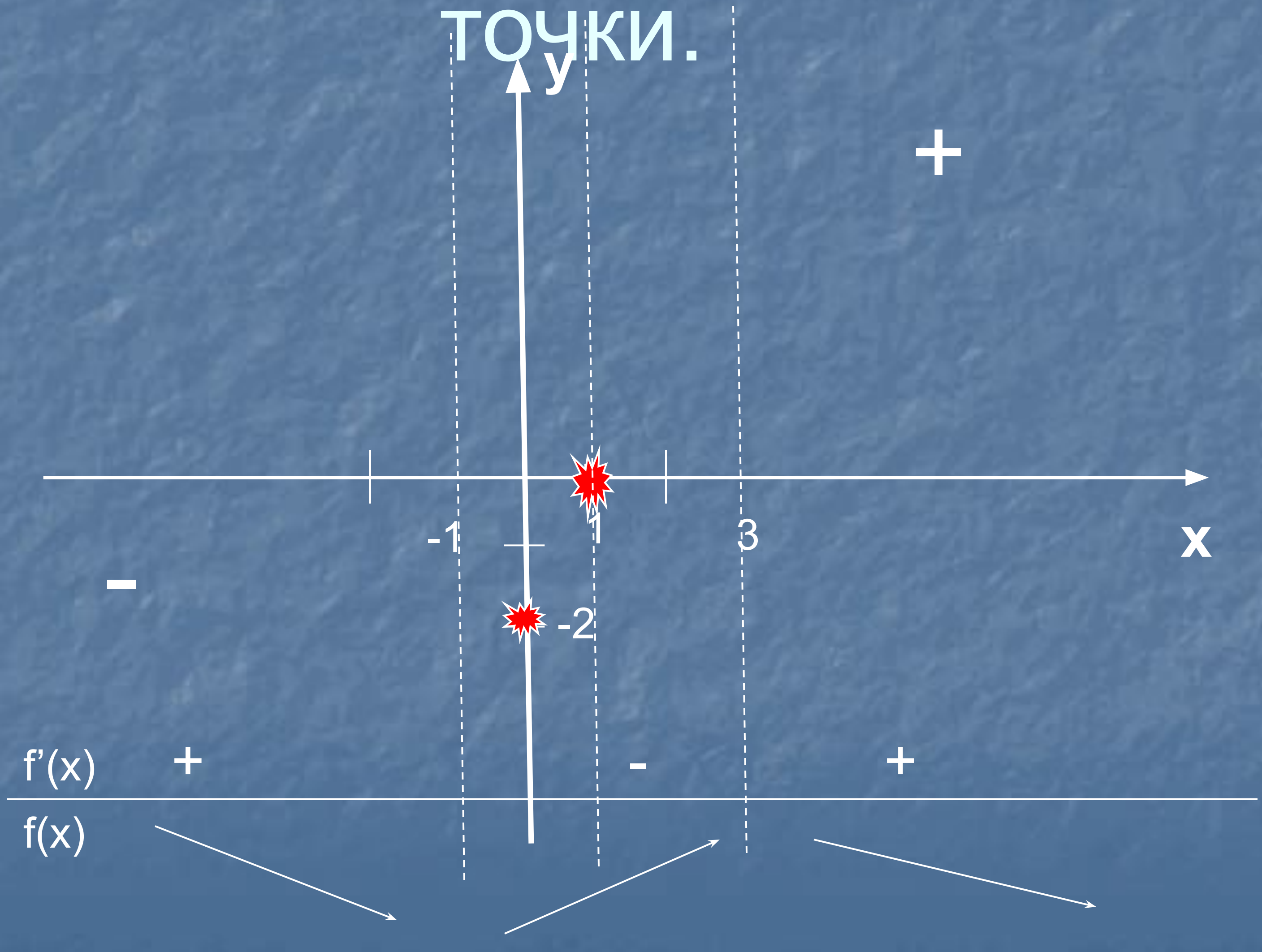
Нули функции



Промежутки знакопостоянства



Промежутки возрастания (убывания) функции, критические точки.



x	(-∞;-1)	-1	(-1;3)	3	(3;∞)
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$
		min		max	

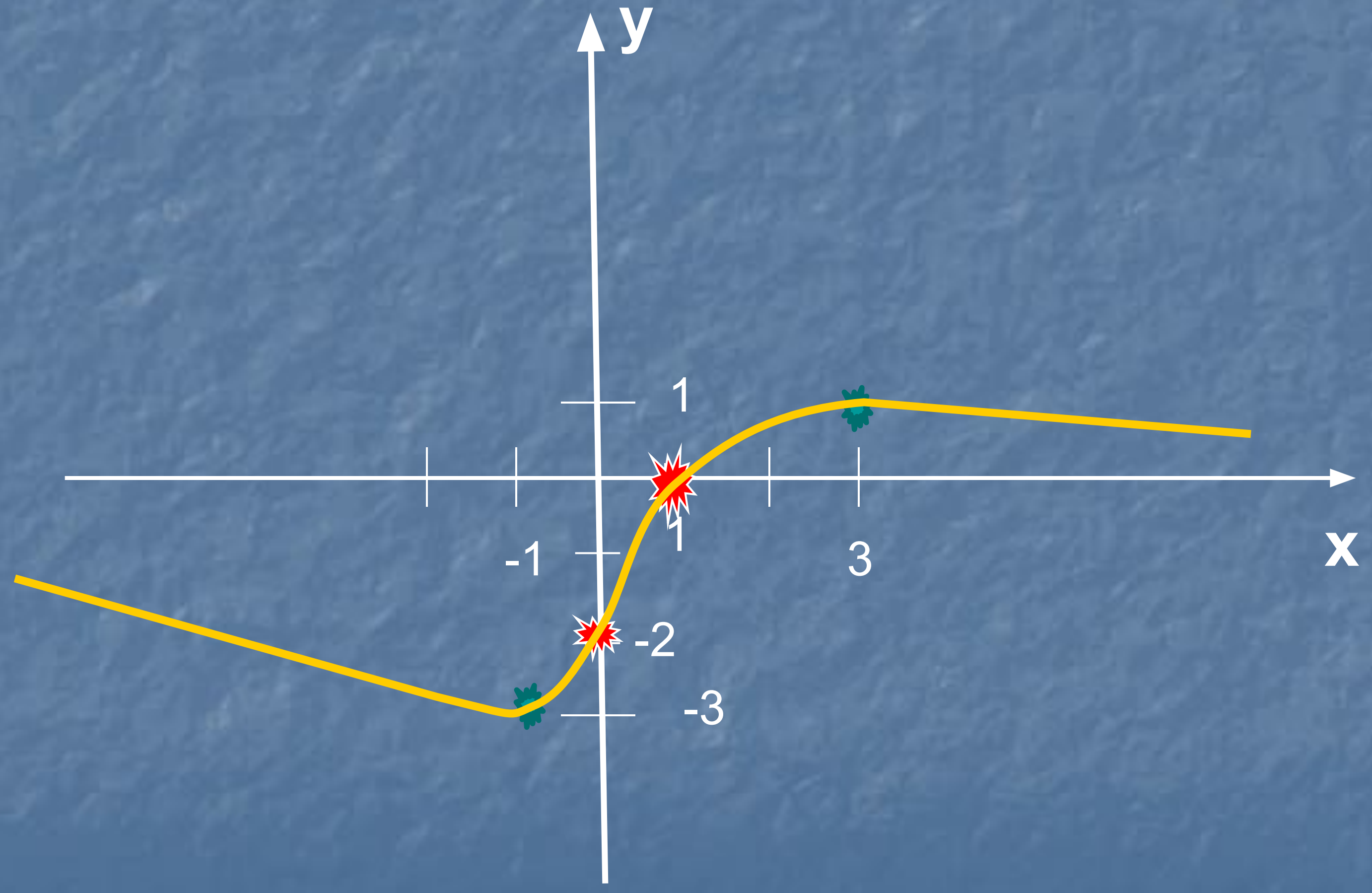

y
x
1
-1
1
3
-2
-3

Схема
применения метода поиска наибольших и наименьших значений функции при решении прикладных задач:

- 1) Задача «переводится» на язык функций;
- 2)Средствами анализа ищется наибольшее или наименьшее значение этой функции на некотором промежутке;

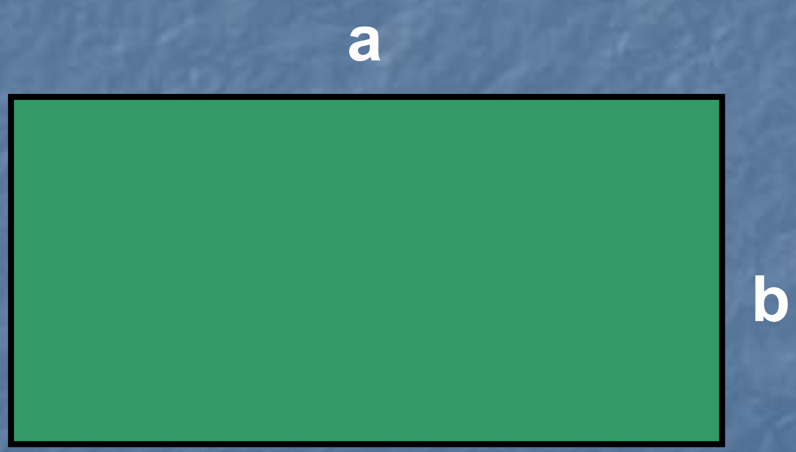
- 3) Выясняется, какой практический смысл(в терминах первоначальной задачи) имеет полученный результат (на языке функций).

Задача .

Площадь прямоугольника 64 см^2.

Какую длину должны иметь его стороны, чтобы периметр был наименьшим?

$S=64см^2$



P- наименьший

Найти:

a и b?

Применение производной в физике

- Механическое движение

Уравнение, описывающее движение тела

$$X = x_0 + {}_0\upsilon t + at^2/2$$

Производная от координаты по времени есть <u>скорость.</u>

$$\upsilon(t) = x'(t)$$

Производная от скорости по времени есть <u>ускорение</u>

$$a = \upsilon'(t) = x''(t)$$

(т.е вторая производная от координаты по времени).

Задача №1

Дано:

$x(t) = -270 + 12t$

Найти: $\upsilon(t)$; $a(t)$-?

Решение:

1. $\upsilon(t) = x' = (-270+12t)' =$

$(-270)' + (12t)' = 0 + 12 = 12$ *м/с*

2. $a(t) = \upsilon' = x' = (12)' = 0$ *м/с*

Задача №2

Дано: $x(t) = -5t^3 + 2t^2 + 5t$

Найти: $\upsilon = \upsilon(t)$;

$a = a(t)$

Решение:

1. $\upsilon(t)=x'=(-5t^3)'+(2t^2)'+(5t)'=$
   $-15t^2+2*2t+5*1 =>$
   $\upsilon(t)=-15t^2+4t+5$
   (*уравнение, описывающее скорость движения тела*).

Если $t=0$, то $5=(0)\upsilon$ м/с
$t=1$с, то
$9-=15+4+5-=(1)\upsilon$ м/с

2. $a(t)=\upsilon'=(-5t^2)'+(4t)'+(5)'=$

$-30t+4$

$a(t)=-30t+4$

(*уравнение, описывающее ускорение тела*)

Если $t=0$ с, то $a(0)=4$ м/с^2

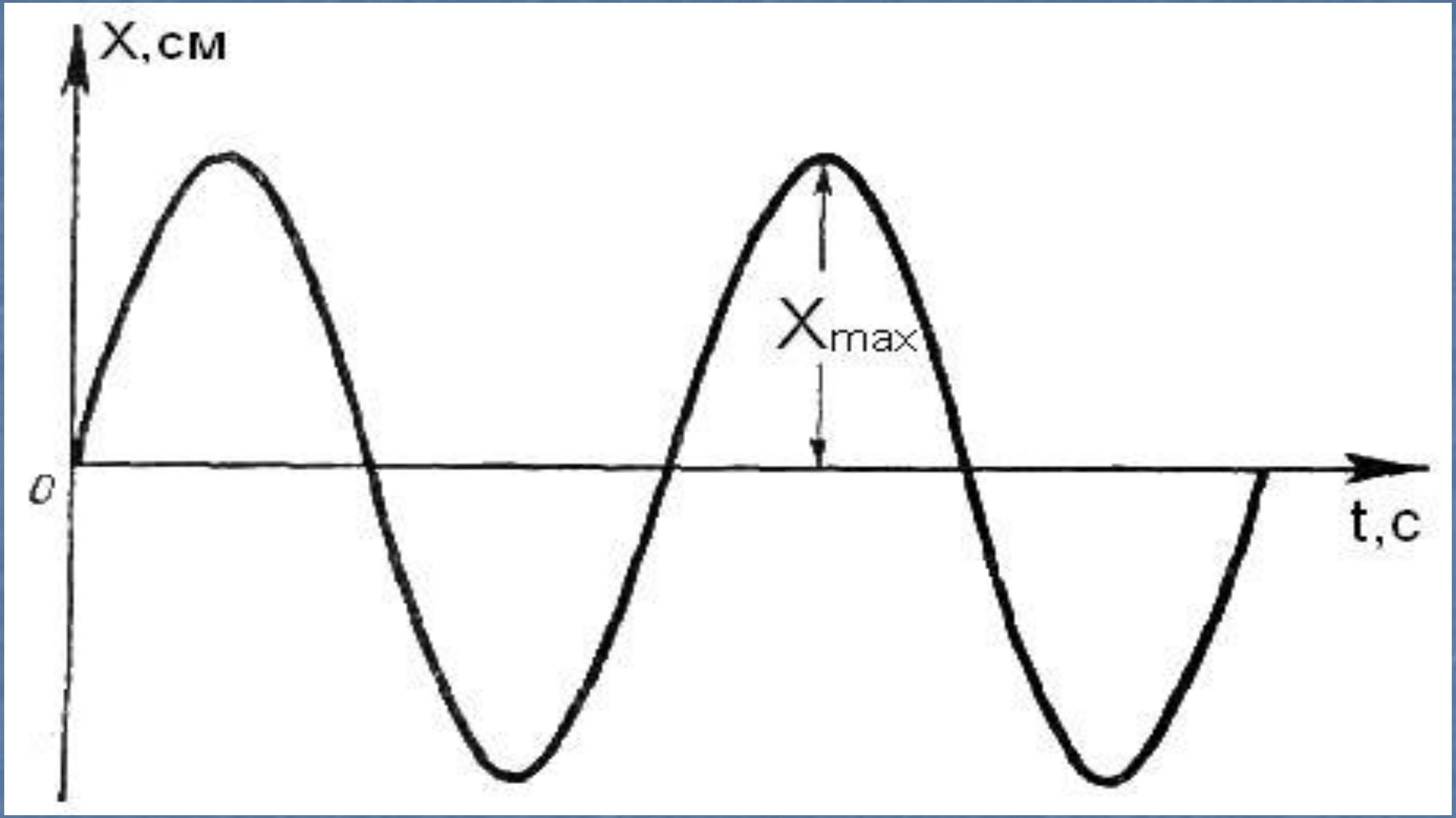
$t=1$ с, то

$a(1)=-30+4=-26$ м/с^2

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Гармонические колебания

-это колебания, происходящие по закону sin или cos.



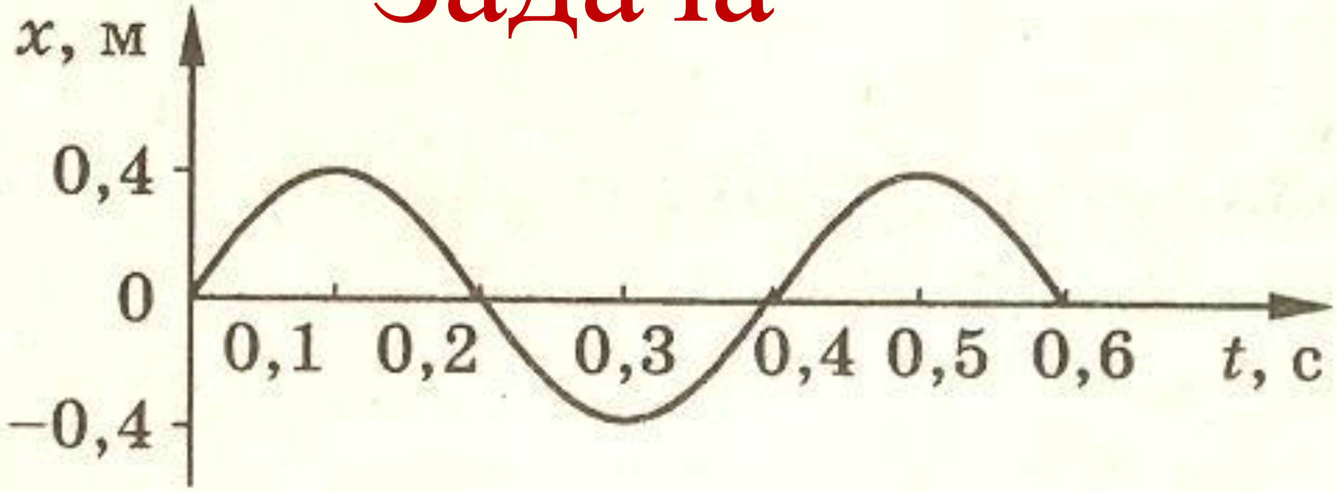
$$X(t)= x_{max} * \sin(w*t+\varphi_0)$$

Общий вид гармонических колебаний

$X(t)= x_{max} * \sin(w*t+\varphi_0)$

- x_{max} –амплитуда колебаний,[м]
- φ - начальная фаза колебаний[1цикл=2п рад.=360 °]
- ω- циклическая частота[Гц]
- φ_0 –начальная фаза колебаний
- t- время колебаний[с]
  - П ≈ 3,14
- T-период колебаний[с]

Задача



Определить по графику период, амплитуду и частоту колебаний. Найти максимальную силу, действующую на тело массой 150г.

Решение

Из графика:

x_{max}= 0,4(м); T=0,4(c); φ_0=0.

$\nu = 1/T = 1/0,4 = 2,5(c^{-1})$

$X = 0,4\sin(2\pi * 2,5t) = 0,4\sin 5\pi t$

$V = x' = (0,4\sin 5\pi t)' = 2\pi \cos 5\pi t$,

где $V_{max} = 2\pi = 6,28$ (м/с)

$a = V' = (2\pi\cos 5\pi t)' =$
$= -2\pi 5\pi \sin 5\pi t = -98{,}6\sin 5\pi t$

где $a_{max} = -98{,}6$ м/с^2-амплитуда ускорения

$F = m \cdot a_{max}$
$F = 0{,}15*(-98{,}6) = -14{,}8$ [Н]

Ответ: $x_{max} = 0{,}4$(м); Т=0,4(с); $\nu = 2{,}5\,c^{-1}$; $F = -14{,}8$ [Н].

Формулы из физики и экономики, где используется производная:

$u(t) = x'(t)$ – скорость

$a(t) = u'(t)$ - ускорение

$J(t) = q'(t)$ - сила тока

$C(t) = Q'(t)$ - теплоемкость

$d(l) = m'(l)$ - линейная плотность

$K(t) = l'(t)$ - коэффициент линейного расширения

$\omega(t) = \varphi'(t)$ - угловая скорость

$a(t) = \omega'(t)$ - угловое ускорение

$N(t) = A'(t)$ - мощность

$\Pi(t) = u'(t)$ - производительность труда,

где $u(t)$ - объем продукции

$J(x) = y'(x)$ - предельные издержки производства,

где y – издержки производства в зависимости от объема выпускаемой продукции x.

- Домашнее задание:
- 1) 296 (в)
- 2)№ 307, 309
- 3) № 301 (в)*; 317*