

- Применение производной при решении прикладных задач (2 урока)
 - *(Интегрированные уроки)*
- урок №1 повторительно-обобщающий
- Урок №2 урок-практикум

- *В математике следует помнить не формулы, а процессы мышления.*

■ В.П. Ермаков

Урок № 1

повторительно-обобщающий

**Производная и ее
применение при решении
задач**

Цели урока:

- ***Образовательные:***
- Углубление понимания сущности производной путем применения ее для получения новых знаний;
- Установление межпредметных связей;

- ***Воспитательные:***
- Воспитание познавательного интереса к учебному предмету
- Воспитание у учащихся культуры мышления;

- *Развивающие :*
- Формирование умений строить логическую цепочку рассуждений;
- Формирование умений проводить обобщение, переносить знания в новую ситуацию;
- Развитие монологической речи в ходе объяснений, обоснований выполняемых действий

План урока:

- 1. Сведения из истории математики.
- 2. Применение производной к исследованию функции.
- 3. Применение производной в решении прикладных задач.
- 4. Применение производной в решении задач на уроках физики.

| | | | | | | |
|---|--|---|---|---|---|---|
| | | 2 | | | | |
| | | п | | | | |
| | | р | | | | |
| | | о | | | 6 | |
| 1 | | и | | 4 | у | |
| к | | з | | н | с | |
| а | | в | | е | к | 7 |
| с | | о | 3 | п | о | с |
| а | | д | а | р | р | л |
| т | | н | р | е | м | е |
| е | | р | г | а | н | о |
| л | | а | р | а | ж | н |
| ь | | я | у | ы | к | и |
| н | | | м | в | с | е |
| а | | | е | н | и | а |
| я | | | н | а | м | я |
| | | | т | я | у | |
| | | | | м | | |

Лагранж Жозеф Луи (1736 – 1813)



План исследования функции:

- 1) Область определения функции;
- 2) Четность или нечетность функции, периодичность;
- 3) Точки пересечения графика с осями координат;
- 4) Промежутки знакопостоянства;

- 5) Промежутки возрастания и убывания;
- 6) Точки экстремума и значения функции в этих точках;
- 7) Исследуют поведение функции в окрестностях «особых» точек и при больших по модулю X ;
- 8) Построение графика функции.

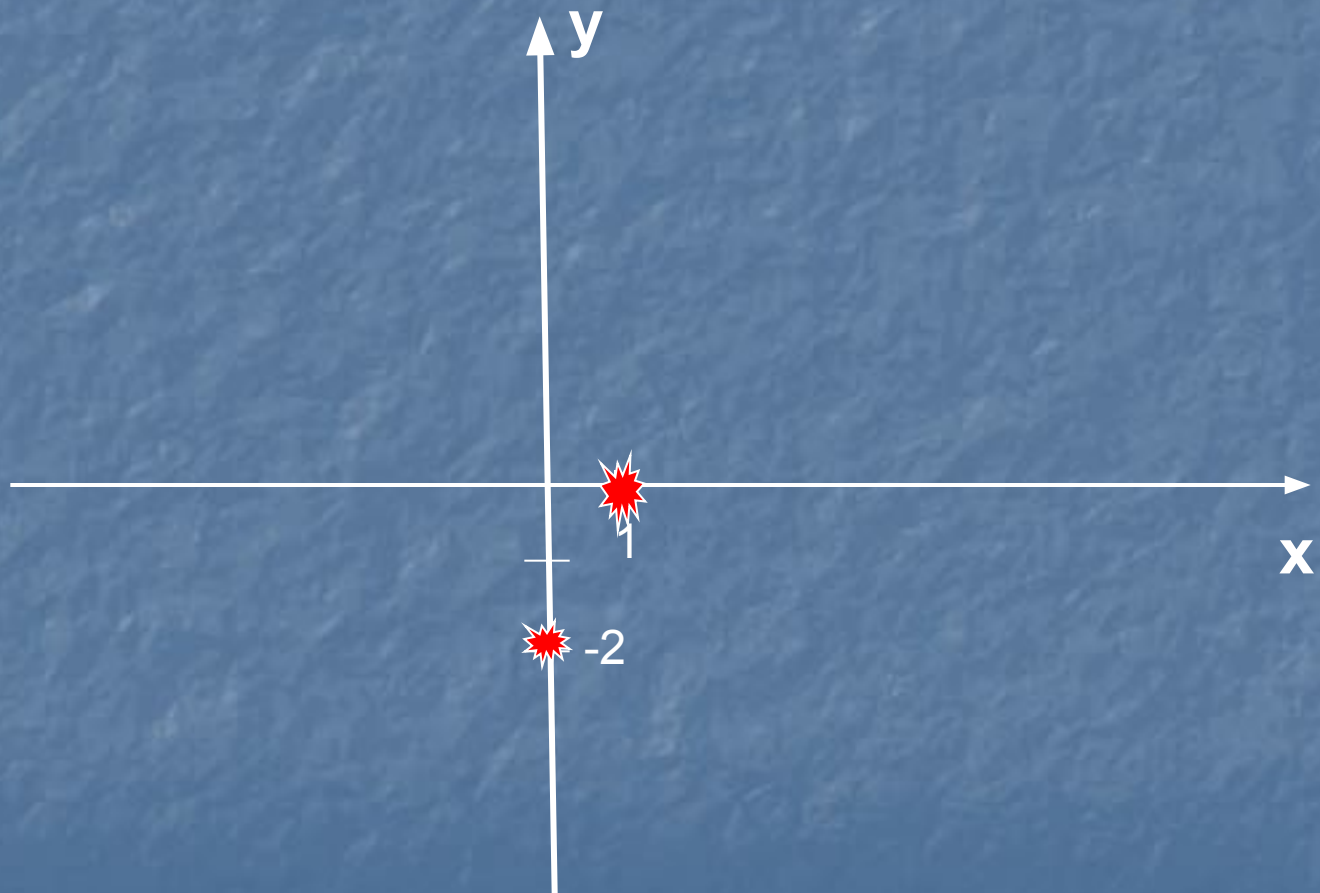
Исследование функции

Задача

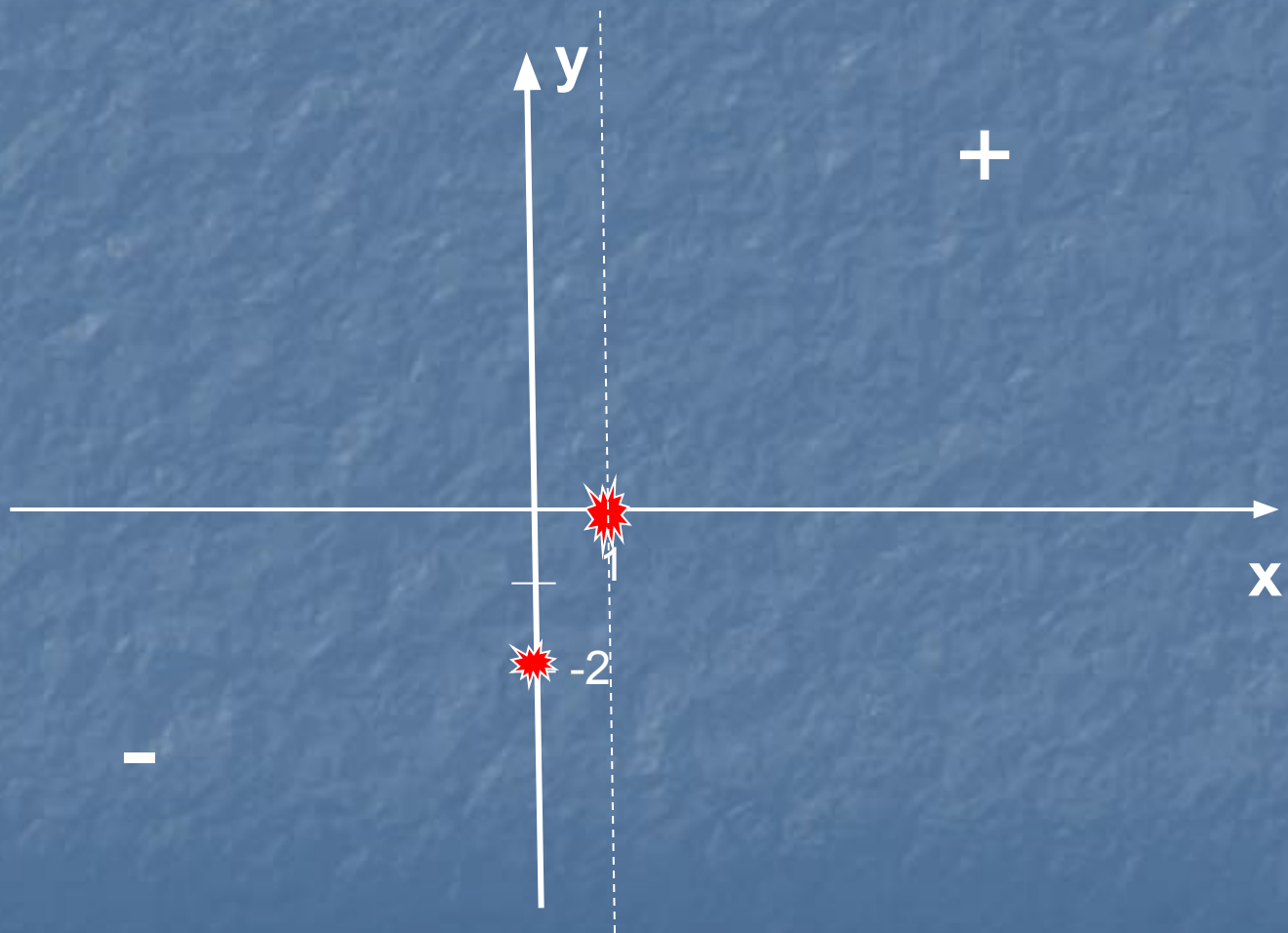
Исследуйте функцию и постройте её график:

$$f(x) = \frac{6(x-1)}{x^2 + 3}$$

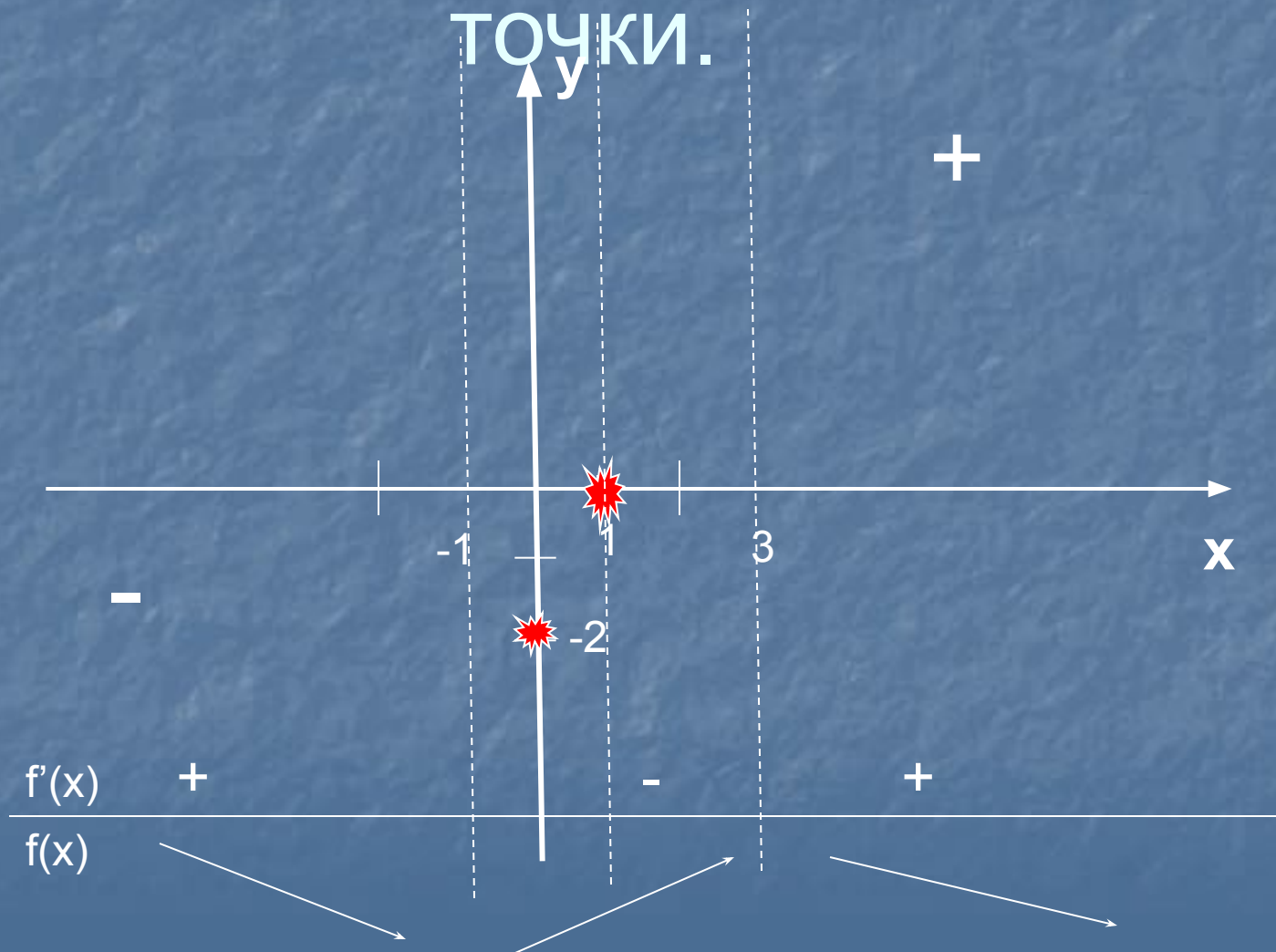
Нули функции



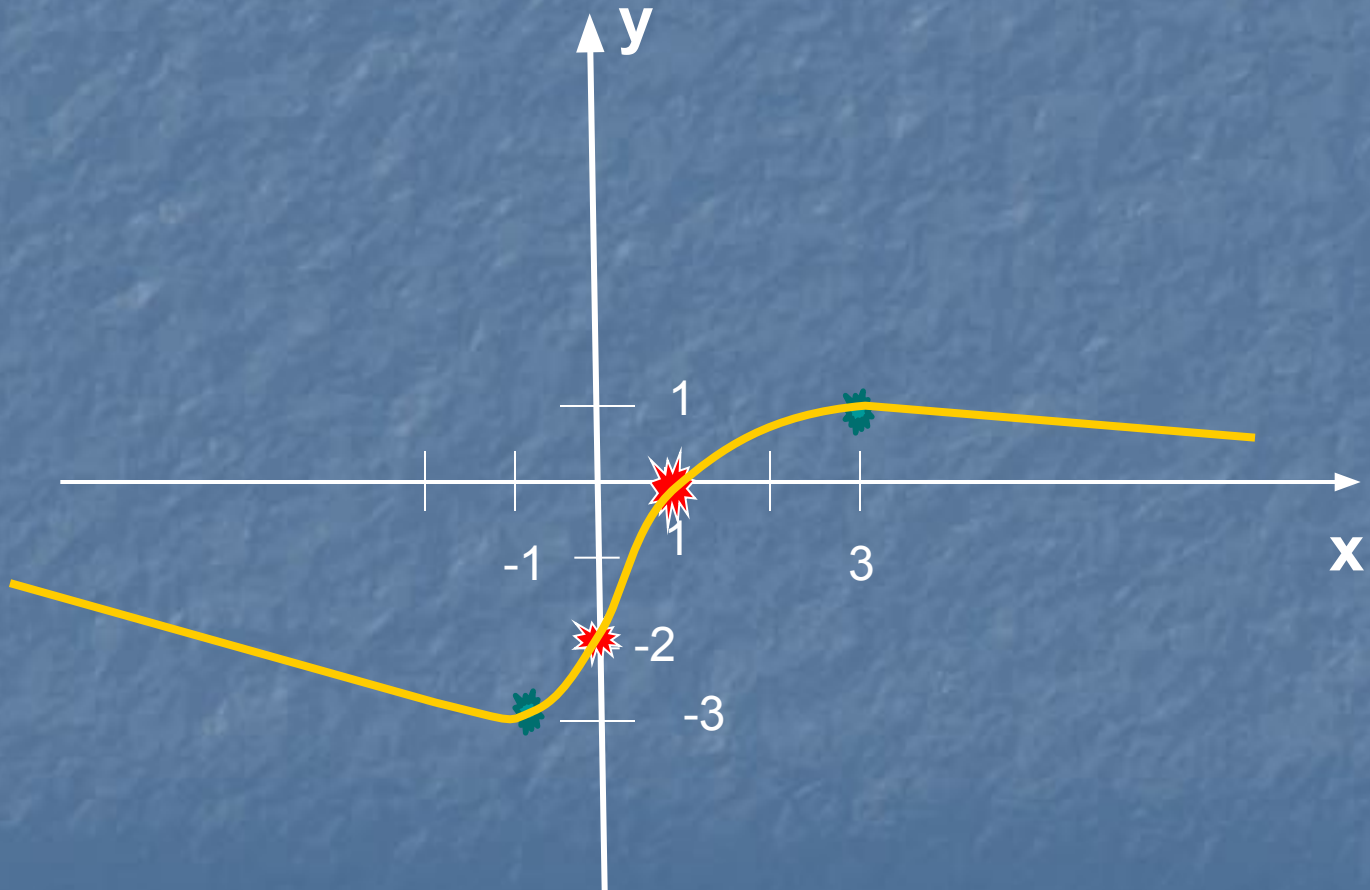
Промежутки знакопостоянства



Промежутки возрастания (убывания) функции, критические



| | | | | | |
|---------|-----------------|------------|------------|------------|---------------|
| x | $(-\infty; -1)$ | -1 | $(-1; 3)$ | 3 | $(3; \infty)$ |
| $f'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| $f(x)$ | \searrow | -3 | \nearrow | 1 | \searrow |
| | | min | | max | |



Схема

применения метода поиска наибольших и наименьших значений функции при решении прикладных задач:

- 1) Задача «переводится» на язык функций;
- 2) Средствами анализа ищется наибольшее или наименьшее значение этой функции на некотором промежутке;

- 3) Выясняется, какой практический смысл(в терминах первоначальной задачи) имеет полученный результат (на языке функций).

Задача .

Площадь прямоугольника 64 см^2 .

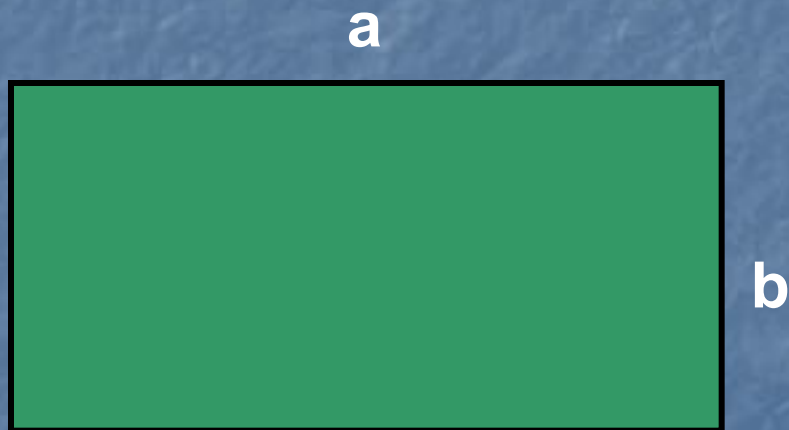
Какую длину должны иметь его стороны, чтобы периметр был наименьшим?

$$S=64\text{см}^2$$

P - наименьший

Найти:

a и b ?



Применение производной в физике

■ Механическое движение

Уравнение, описывающее движение тела

$$X = x_0 + v_0 t + at^2/2$$

Производная от координаты по времени есть скорость.

$$v(t) = X'(t)$$

Производная от скорости по времени есть ускорение

$$a = v'(t) = x''(t)$$

(т.е вторая производная от координаты по времени).

Задача №1

Дано:

$$x(t) = -270 + 12t$$

Найти: $v(t)$; $a(t)$ -?

Решение:

1. $U(t) = x' = (-270 + 12t)' =$
 $(-270)' + (12t)' = 0 + 12 = 12 \text{ м/с}$

2. $a(t) = U' = x'' = (12)' = 0 \text{ м/с}$

Задача №2

Дано: $x(t) = -5t^3 + 2t^2 + 5t$

Найти: $v = v(t);$

$a = a(t)$

Решение:

1. $v(t) = x' = (-5t^3)' + (2t^2)' + (5t)' =$
 $-15t^2 + 2 * 2t + 5 * 1 \Rightarrow$

$$v(t) = -15t^2 + 4t + 5$$

*(уравнение, описывающее
скорость движения тела).*

Если $t=0$, то $5 = (0)v$ м/с

$t=1$ с, то

$9 = 15 + 4 + 5 = (1)v$ м/с

2. $a(t) = v' = (-5t^2)' + (4t)' + (5)' =$
 $-30t + 4$

$$a(t) = -30t + 4$$

*(уравнение, описывающее
ускорение тела)*

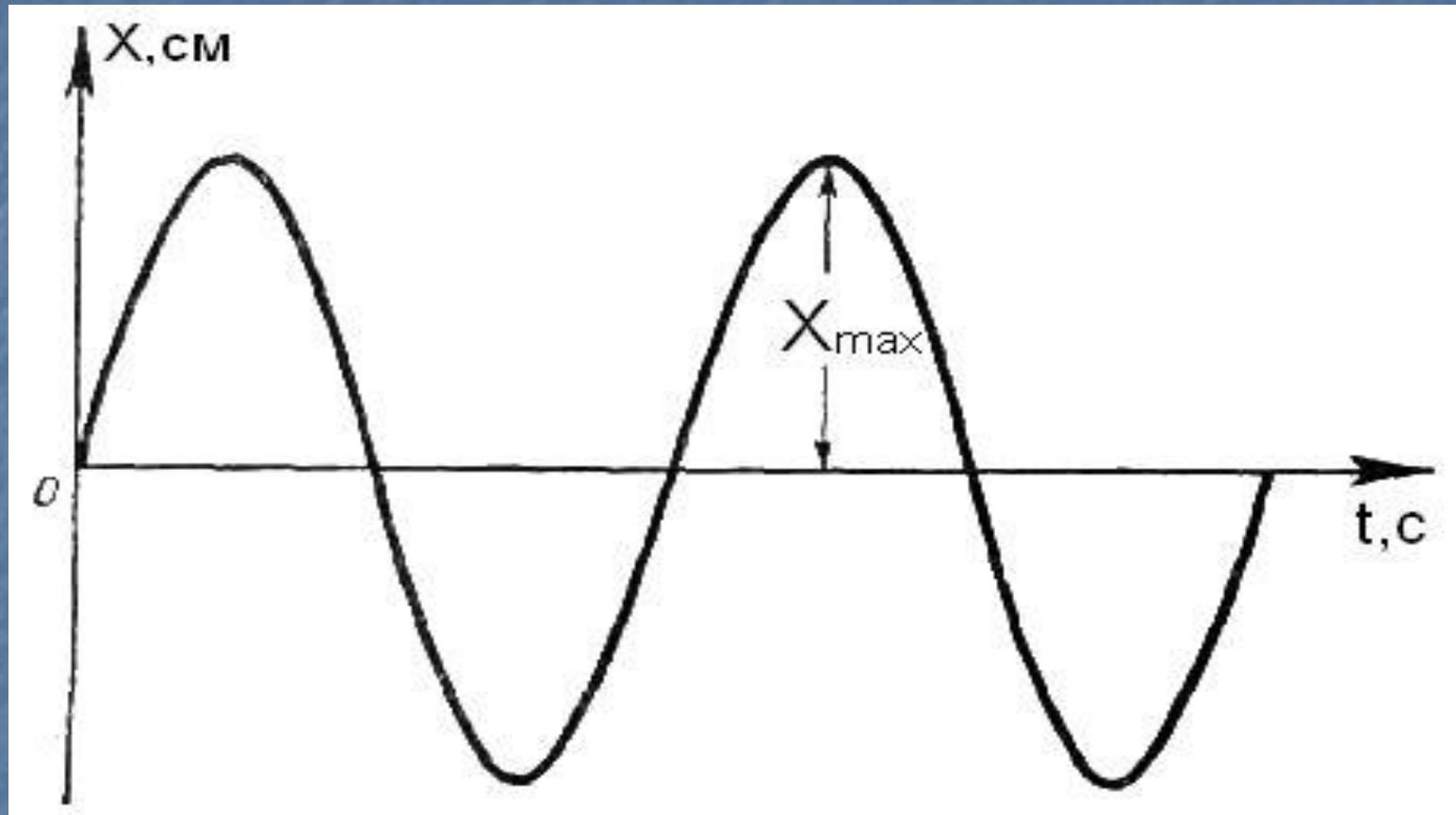
Если $t = 0$ с, то $a(0) = 4$ м/с²

$t = 1$ с, то

$$a(1) = -30 + 4 = -26 \text{ м/с}^2$$

Гармонические колебания

-это колебания,
происходящие по закону
 \sin ИЛИ \cos .



$$X(t) = x_{\text{max}} * \sin(\omega * t + \varphi_0)$$

Общий вид гармонических колебаний

$$X(t) = X_{\max} * \sin(\omega * t + \varphi_0)$$

X_{\max} – амплитуда колебаний, [м]

φ - начальная фаза колебаний [1цикл=2π
рад.=360 °]

ω - циклическая частота [Гц]

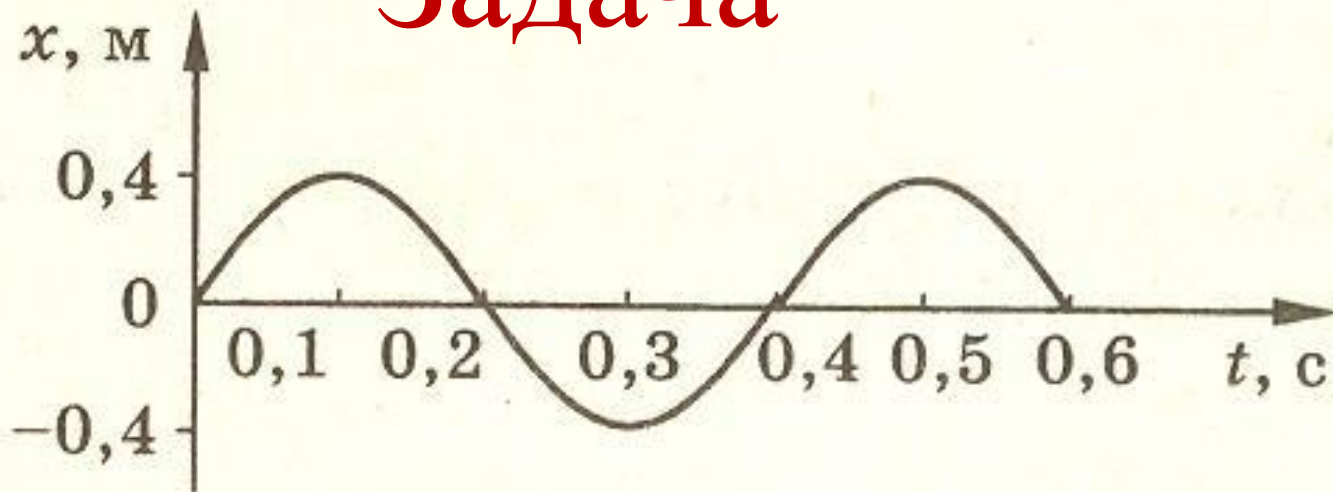
φ_0 – начальная фаза колебаний

t - время колебаний [с]

$$\pi \approx 3,14$$

T -период колебаний [с]

Задача



Определить по графику период, амплитуду и частоту колебаний.

Найти максимальную силу, действующую на тело массой 150 г .

Решение

Из графика:

$$x_{\max} = 0,4(\text{м}); T = 0,4(\text{с}); \varphi_0 = 0.$$

$$\nu = 1/T = 1/0,4 = 2,5(\text{с}^{-1})$$

$$X = 0,4\sin(2\pi * 2,5t) = 0,4\sin 5\pi t$$

$$V = x' = (0,4\sin 5\pi t)' = 2\pi \cos 5\pi t,$$

$$\text{где } V_{\max} = 2\pi = 6,28 (\text{м/с})$$

$$\begin{aligned} a &= V' = (2\pi \cos 5\pi t)' = \\ &= -2\pi 5\pi \sin 5\pi t = -98,6 \sin 5\pi t \end{aligned}$$

где $a_{\max} = -98,6 \text{ м/с}^2$ -амплитуда ускорения

$$\begin{aligned} F &= m \cdot a_{\max} \\ F &= 0,15 * (-98,6) = -14,8 \text{ [Н]} \end{aligned}$$

Ответ: $x_{\max} = 0,4 \text{ (м)}$; $T = 0,4 \text{ (с)}$;
 $v = 2,5 \text{ с}^{-1}$; $F = -14,8 \text{ [Н]}$.

Формулы из физики и экономики,
где используется производная:

$u(t) = x'(t)$ – скорость

$a(t) = u'(t)$ - ускорение

$J(t) = q'(t)$ - сила тока

$C(t) = Q'(t)$ - теплоемкость

$d(l) = m'(l)$ - линейная плотность

$K(t) = l'(t)$ - коэффициент линейного
расширения

$\omega(t) = \varphi'(t)$ - угловая скорость

$a(t) = \omega'(t)$ - угловое ускорение

$N(t) = A'(t)$ - мощность

$\Pi(t) = u'(t)$ - производительность труда,
где $u(t)$ - объем продукции

$J(x) = y'(x)$ - предельные издержки
производства,

где y – издержки производства в
зависимости от объема выпускаемой
продукции x .

- Домашнее задание:
- 1) 296 (в)
- 2) № 307, 309
- 3) № 301 (в)*; 317*