

---

# Применение свойств квадратичной функции

---

*Алексеевский Сергей*

МБОУ «СОШ № 2 ст. Архонская»

# Задачи на определение числа корней квадратного уравнения.

- П р и м е р 1. Имеет ли корни уравнение  $1716x^2 - 5321x + 3248 = 0$ ?

Решение.

Рассмотрим функцию  $f(x) = 1716x^2 - 5321x + 3248$ .

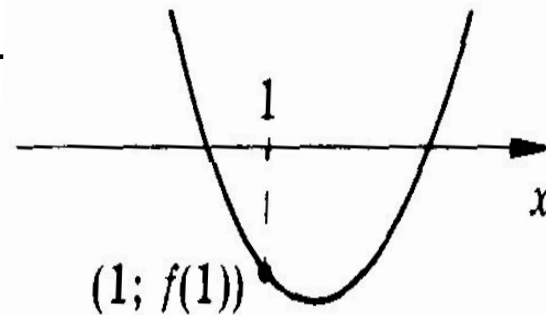
$$D = 5321^2 - 4 \cdot 1716 \cdot 3248 = 5000 \cdot 5000 - 2 \cdot 1750 \cdot 2 \cdot 3250 = 25000000 - 22750000 = 2250000 > 0.$$

Это означает, что парабола опускается

ниже оси  $x$ . Поэтому она пересекает

ось  $x$  в двух точках, а значит, данное

уравнение имеет два корня.



# Задачи на определение числа корней квадратного уравнения.

- П р и м е р 2. Сколько корней имеет уравнение  $(x - 100)(x - 101) + (x - 101)(x - 102) + (x - 102)(x - 100) = 0$ ?

Решение. Раскроем скобки в левой части и представим её в виде квадратного трехчлена с положительным коэффициентом при  $x^2$ . Обозначим этот трехчлен через  $f(x)$ . Найдем  $f(101)$ :

$$f(101) = 0 + 0 - 1 < 0.$$

Таким образом, трехчлен  $f(x)$  может принимать отрицательные значения. Так как коэффициент при  $x^2$  положителен, то ветви параболы направлены вверх. Значит, парабола пересекает ось  $x$  в двух точках, т. е. данное уравнение имеет два корня.

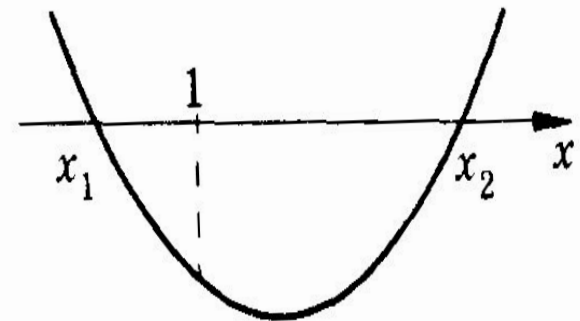
## Примеры на определение местонахождения корней квадратного уравнения на числовой прямой.

- П р и м е р 3. Докажем, что один из корней уравнения  $52x^2 - 70x + 15 = 0$  больше 1, а другой меньше 1.

Решение. Докажем, что число 1 лежит между корнями данного уравнения. Возьмем функцию  $f(x) = 52x^2 - 70x + 15$  и найдем  $f(1)$ :

$$f(1) = 52 - 70 + 15 < 0.$$

Функция  $y = f(x)$  может принимать отрицательные значения. Таким образом, график функции  $f(x)$  — парабола, ветви которой направлены вверх и которая опускается ниже оси  $x$ . Отрицательные значения эта функция принимает в промежутке между корнями. Так как  $f(1) < 0$ , то  $x_1 < 1 < x_2$ .



## Примеры на определение местонахождения корней квадратного уравнения на числовой прямой.

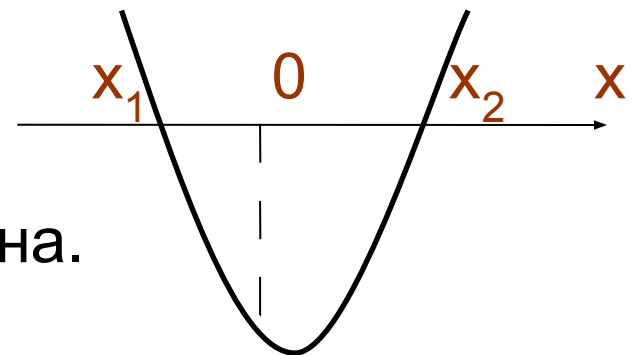
- П р и м е р 4. Установить, как на координатной оси расположены числа:

а)  $x_1, x_2, 0, 1$ , если  $x_1$  и  $x_2$  – корни квадратного трёхчлена  $f(x) = 10x^2 - 18x - 17$  и  $x_1 < x_2$ .

Р е ш е н и е. а) Очевидно, что  $f(0) = -17 < 0$ ,  
ветви параболы направлены вверх.

Так как  $f(1) < 0$ , то число 1  
так же, как и число 0, расположено  
между корнями квадратного трёхчлена.

Таким образом,  $x_1 < 0 < 1 < x_2$ .



## Примеры на определение местонахождения корней квадратного уравнения на числовой прямой.

- П р и м е р 4. Установить, как на координатной оси расположены числа:

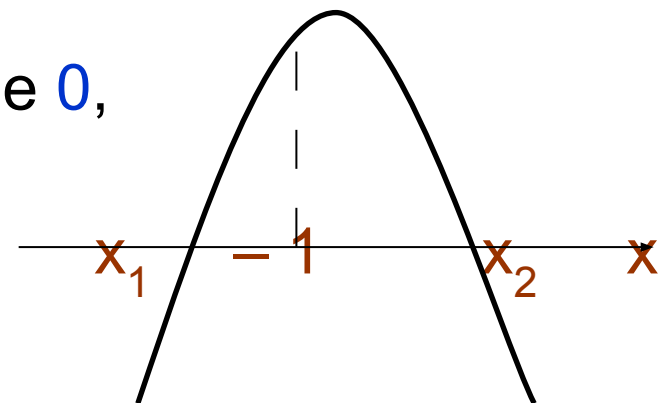
б)  $x_1, x_2, -10, -1$ , если  $x_1, x_2$  – корни квадратного трёхчлена

$$f(x) = -12x^2 - 23x + 27 \text{ и } x_1 < x_2.$$

Р е ш е н и е. б) Число  $f(-1)$  больше 0, ветви параболы направлены вниз,

$f(10) = -943 < 0$ , значит, число  $-10$  расположено левее меньшего корня.

Итак,  $-10 < x_1 < -1 < x_2$ .



# Решение физических задач с применением свойств квадратичной функции.

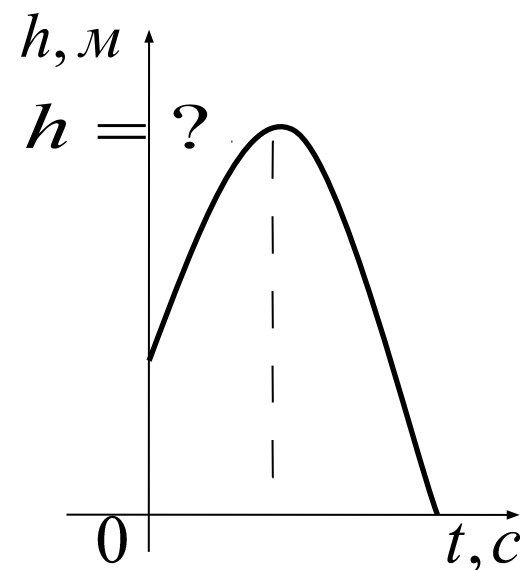
- П р и м е р 5. Мяч подброшен вертикально вверх. Зависимость высоты мяча над землей  $h$  (м) от времени полета  $t$  (с) выражается формулой  $h = -5t^2 + 10t + 1,5$ . На какую максимальную высоту поднимется мяч?

Р е ш е н и е.

Траектория полёта представляет собой параболу, ветви которой направлены вниз, своего наибольшего значения она достигнет в вершине параболы, т. е. решение задачи свелось к нахождению координат вершины параболы:

$$t = (с), \quad h = -5 + 10 + 1,5 = 6,5 \text{ (м)}.$$

О т в е т: 6,5 метра.



## Решение физических задач с применением свойств квадратичной функции.

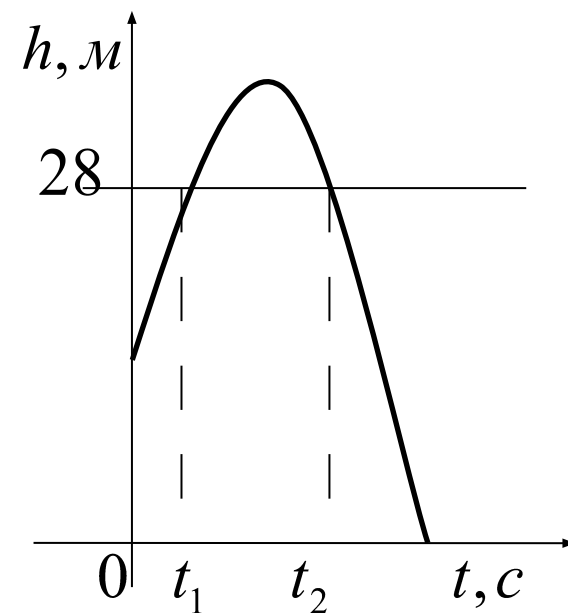
- П р и м е р 6. Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой  $h(t) = -5t^2 + 39t$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Найдите, сколько секунд камень находился на высоте не менее 28 м.

Р е ш е н и е:

Решим неравенство:  $-5t^2 + 39t \geq 28$ ,  
 $5t^2 + 39t - 28 \leq 0$ ,  $D = 961$ ,  $t_1 = 0,8$ ,  $t_2 = 7$ .

На высоте не менее 28 метров, камень находился  $7 - 0,8 = 6,2$  секунды.

О т в е т: 6,2 с.





# Решение физических задач с применением свойств квадратичной функции.

- **Пример 7.** Брандспойт, закреплённый под определённым углом на пожарной машине, выстреливает струю воды с постоянной начальной скоростью. Высота струи воды описывается формулой  $y = ax^2 + bx + c$ , где  $a = -\frac{1}{270}$ ,  $b = \frac{2}{3}$ ,  $c = \frac{7}{3}$  постоянные параметры.

На каком максимальном расстоянии в метрах от забора нужно поставить машину, чтобы вода перелетала через верх? Высота забора равна 19 м.

**Решение.** Рассуждая аналогично, составим неравенство и решим его:

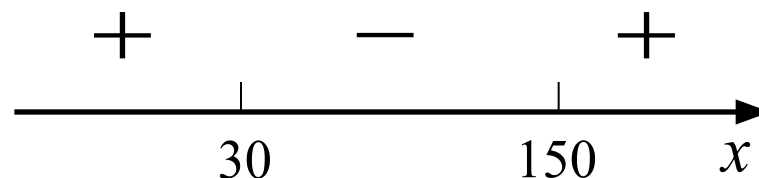
$$-\frac{1}{270}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{7}{3} \geq 19,$$

$$-x^2 + 180x + 630 \geq 5130,$$

$$x^2 - 180x + 4500 \leq 0,$$

$$(x - 30)(x - 150) \leq 0,$$

$$30 \leq x \leq 150. \text{ Наибольшее расстояние равно } 150 \text{ метров.}$$



**Ответ:** 150 м.