Применение свойств квадратичной функции

<u>Алексеевский Сергей</u>

МБОУ «СОШ № 2 ст. Архонская»

Задачи на определение числа корней квадратного уравнения.

- П р и м е р 1. Имеет ли корни уравнение

$$1716x^2 – 5321x + 3248 = 0?$$

Решение.

$D = 5321^2 – 4 \cdot 1716 \cdot 3248 > 5000 \cdot 5000 – 4 \cdot 1750 \cdot 3250 = 5000 \cdot 5000 – 2 \cdot 1750 \cdot 2 \cdot 3250 =$
$= 25\,000\,000 – 3500 \cdot 6500 =$
$= 25\,000\,000 – 22\,750\,000 > 0.$

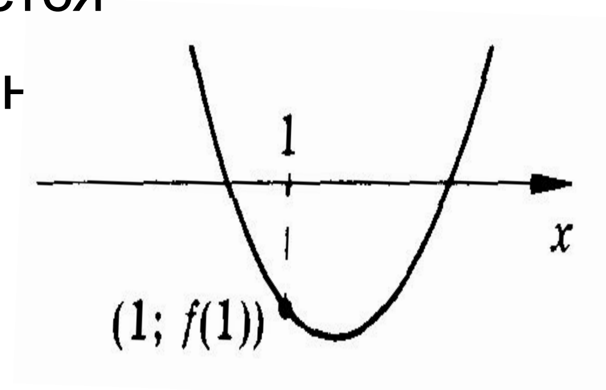
Так как дискриминант положителен, имеет два корня.

Рассмотрим функцию $f(x) = 1716x^2 – 5321x + 3248$.

Пусть $x = 1$, тогда

$f(1) = 1716 – 5321 + 3248 < 1800 + 3300 – 5321 < 0.$

Это означает, что парабола опускается ниже оси x. Поэтому она пересекает ось x в двух точках, а значит, данное уравнение имеет два корня.



Задачи на определение числа корней квадратного уравнения.

- П р и м е р 2. Сколько корней имеет уравнение

$(x - 100)(x - 101) + (x - 101)(x - 102) + (x - 102)(x - 100) = 0$?

Решение. Раскроем скобки в левой части и представим её в виде квадратного трехчлена с положительным коэффициентом при x^2. Обозначим этот трехчлен через f(x). Найдем f(101):

$$f(101) = 0 + 0 - 1 < 0.$$

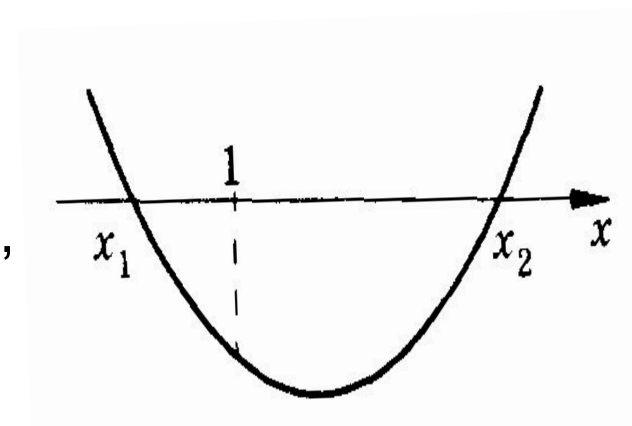
Таким образом, трехчлен f(x) может принимать отрицательные значения. Так как коэффициент при x^2 положителен, то ветви параболы направлены вверх. Значит, парабола пересекает ось x в двух точках, т. е. данное уравнение имеет два корня.

Примеры на определение местонахождения корней квадратного уравнения на числовой прямой.

- П р и м е р 3. Докажем, что один из корней уравнения $52x^2 - 70x + 15 = 0$ больше 1, а другой меньше 1.

Решение. Докажем, что число 1 лежит между корнями данного уравнения. Возьмем функцию $f(x) = 52x^2 - 70x + 15$ и найдем $f(1)$:

$$f(1) = 52 - 70 + 15 < 0.$$



Функция $y = f(x)$ может принимать отрицательные значения. Таким образом, график функции $f(x)$ — парабола, ветви которой направлены вверх и которая опускается ниже оси x. Отрицательные значения эта функция принимает в промежутке между корнями. Так как $f(1) < 0$, то $x_1 < 1 < x_2$.

Примеры на определение местонахождения корней квадратного уравнения на числовой прямой.

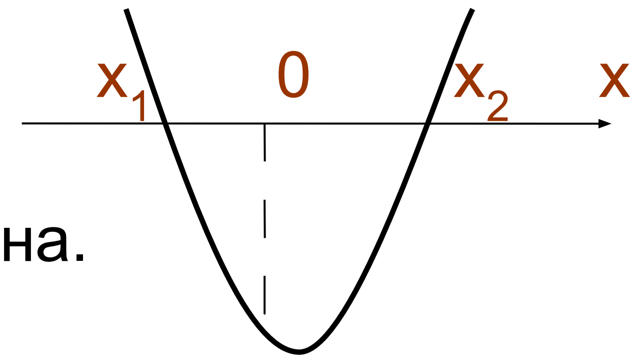
- П р и м е р 4. Установить, как на координатной оси расположены числа:

а) x_1, x_2, 0, 1, если x_1 и x_2 – корни квадратного трёхчлена $f(x) = 10x^2 – 18x – 17$ и $x_1 < x_2$.

Р е ш е н и е. а) Очевидно, что $f(0) = – 17 < 0$, ветви параболы направлены вверх.

Так как $f(1) < 0$, то число 1 так же, как и число 0, расположено между корнями квадратного трехчлена.

Таким образом, $x_1 < 0 < 1 < x_2$.



Примеры на определение местонахождения корней квадратного уравнения на числовой прямой.

- П р и м е р 4. Установить, как на координатной оси расположены числа:

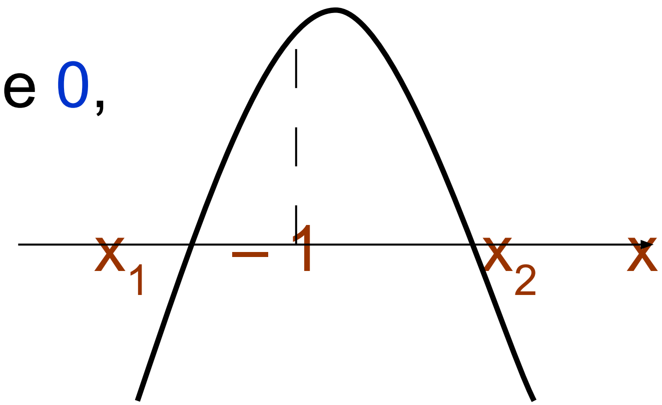
б) $x_1, x_2, -10, -1$, если x_1, x_2 – корни квадратного трёхчлена

$f(x) = -12x^2 - 23x + 27$ и $x_1 < x_2$.

Р е ш е н и е. б) Число $f(-1)$ больше 0, ветви параболы направлены вниз,

$f(10) = -943 < 0$, значит,

число -10 расположено левее меньшего корня.



Итак, $-10 < x_1 < -1 < x_2$.

Решение физических задач с применением свойств квадратичной функции.

- П р и м е р 5. Мяч подброшен вертикально вверх. Зависимость высоты мяча над землей h (м) от времени полета t (с) выражается формулой $h = -5t^2 + 10t + 1{,}5$. На какую максимальную высоту поднимется мяч?

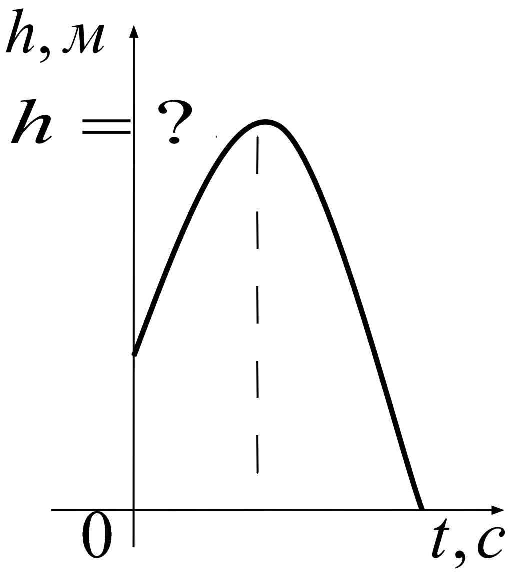
Р е ш е н и е.

Траектория полёта представляет собой параболу, ветви которой направлены вниз, своего наибольшего значения она достигнет в вершине параболы,

т. е. решение задачи свелось к нахождению координат вершины параболы:

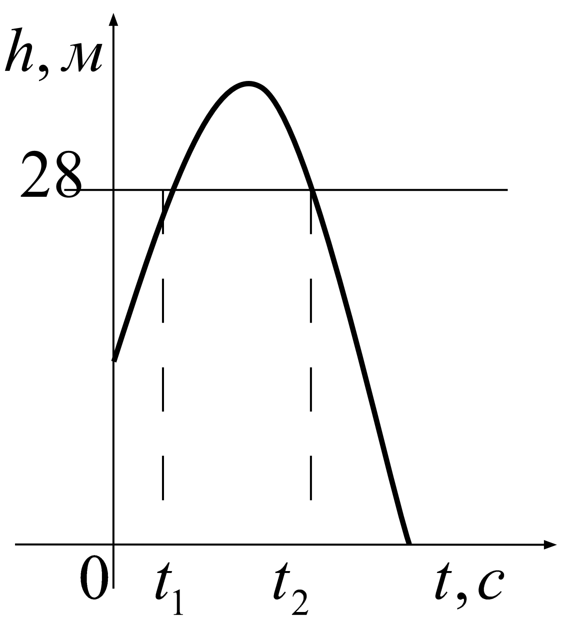
$t =$ (с), $h = -5 + 10 + 1{,}5 = 6{,}5$ (м).

О т в е т: 6,5 метра.



Решение физических задач с применением свойств квадратичной функции.

- П р и м е р 6. Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(t) = -5t^2 + 39t$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Найдите, сколько секунд камень находился на высоте не менее 28 м.



Р е ш е н и е:
Решим неравенство: $-5t^2 + 39t \geq 28$,
$5t^2 + 39t - 28 \leq 0$, $D = 961$, $t_1 = 0{,}8$, $t_2 = 7$.
На высоте не менее 28 метров, камень находился $7 - 0{,}8 = 6{,}2$ секунды.
О т в е т: 6,2 с.

Решение физических задач с применением свойств квадратичной функции.

- **П р и м е р 7. Брандспойт, закреплённый под определённым углом на пожарной машине, выстреливает струю воды с постоянной начальной скоростью. Высота струи воды описывается формулой *y = ax²* + *bx* + *c*, где** $a = -\frac{1}{270}, \; b = \frac{2}{3}, \; c = \frac{7}{3}$ **постоянные параметры.**

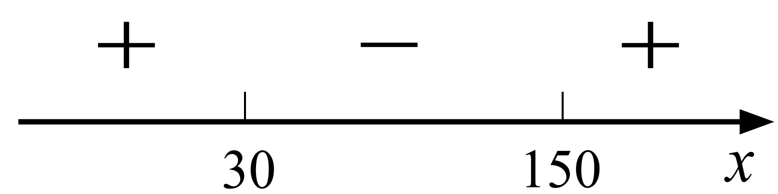
На каком максимальном расстоянии в метрах от забора нужно поставить машину, чтобы вода перелетала через верх? Высота забора равна 19 м.

Решение. Рассуждая аналогично, составим неравенство и решим его: $$-\frac{1}{270}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{7}{3} \geq 19,$$

$-x^2 + 180x + 630 \geq 5130,$

$x^2 - 180x + 4500 \leq 0,$

$(x - 30)(x - 150) \leq 0,$



$30 \leq x \leq 150.$ **Наибольшее расстояние равно 150 метров.**

О т в е т: 150 **м.**