

# Проект по теме : Применения производной к исследованию функции

>>>Работа выполнена учениками 11Б  
класс МОУ Алексеевской СОШ

>>>Ласковым Станиславом и Васильевым  
Владиславом

>>>Под руководством учителя математики  
Плешаковой Ольги Владимировны

2010 год

# СОДЕРЖАНИЕ

(можно использовать как ссылки)

- Из истории
- Понятия производной
- Определение производной
- Правила дифференцирования и таблица производных
- Примеры применения производной к исследованию функций
- Точка максимума
- Точка минимума
- Экстремумы функции
- Пример
- Источники



# ИЗ ИСТОРИИ

Дифференциальное исчисление было создано Ньютоном и Лейбницем в конце 17 столетия на основе двух задач: 1) о разыскании касательной к произвольной линии 2) о разыскании скорости при произвольном законе движения. Еще раньше понятие производной встречалось в работах итальянского математика Тартальи (около 1500 - 1557 гг.) - здесь появилась касательная в ходе изучения вопроса об угле наклона орудия, при котором обеспечивается наибольшая дальность полета снаряда. В 17 веке на основе учения Г.Галилея о движении активно развивалась кинематическая концепция производной. Различные изложения стали встречаться в работах у Декарта, французского математика Роберваля, английского ученого Л. Грегори. Большой вклад в изучение дифференциального исчисления внесли Лопиталь, Бернулли, Лагранж, Эйлер, Гаусс.



# Понятие производной

- Пусть  $y = f(x)$  есть непрерывная функция аргумента  $x$ , определенная в промежутке  $(a; b)$ , и пусть  $x_0$  - произвольная точка этого промежутка. Дадим аргументу  $x$  приращение  $\Delta x$ , тогда функция  $y = f(x)$  получит приращение  $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ . Предел, к которому стремится отношение  $\Delta y / \Delta x$  при  $\Delta x \rightarrow 0$ , называется производной от функции  $f(x)$ .



# Определение производной

**Определение.** Производной функции  $f$  в точке  $x_0$  называется число, к которому стремится разностное отношение

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

при  $\Delta x$ , стремящемся к нулю.



# Правила дифференцирования и таблица производных

$$e' = 0$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$x' = 1$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(cu)' = cu'$$

$$(vx)' = \frac{1}{2vx}$$

$$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$(ax)' = ax$$

$$(ctgx)' = \frac{1}{\sin 2x}$$

$$\frac{\left(\frac{u}{v}\right)' = (u'v - uv')}{v^2} = \frac{1}{v(1-x^2)}$$

$$\frac{(\log ax)' = (\log ae)}{x(\arccos x)'} = \frac{-1}{v(1-x^2)}$$

$$(\ln x)' = 1$$



- Из пунктов Четные и нечетные функции, Построение графиков четных и нечетных функций и Периодические функции, что построение графика функции лучше начинать с ее исследования, которое состоит в том, что для данной функции:

- 1) находят ее область определения;

- 2) выясняют, является ли функция  $f$  четной или нечетной, является ли периодической.

Далее находят: 3) точки пересечения графика с осями координат;

- 4) промежутки знакопостоянства;

- 5) промежутки возрастания и убывания;

- 6) точки экстремума и значения  $f$  в этих точках

и 7) исследуют поведение функции в окрестности «особых» точек и при больших по модулю  $x$ .

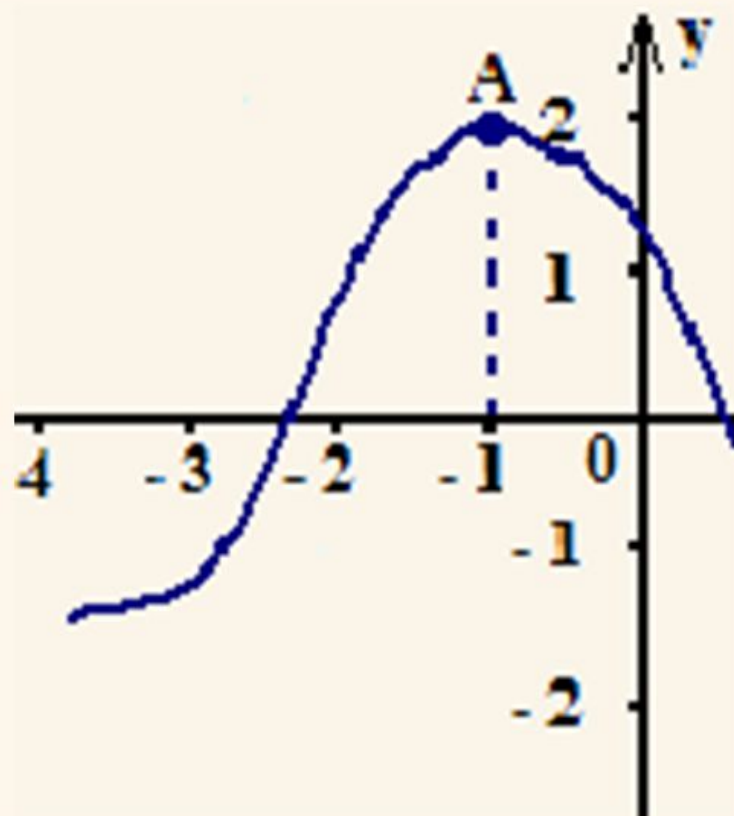
На основании такого исследования строится график функции.

Исследование функции на возрастание (убывание) и на экстремум удобно проводить с помощью производной. Для этого сначала находят производную функции  $f$  и ее критические точки, а затем выясняют, какие из них являются точками экстремума.



# Точка максимума

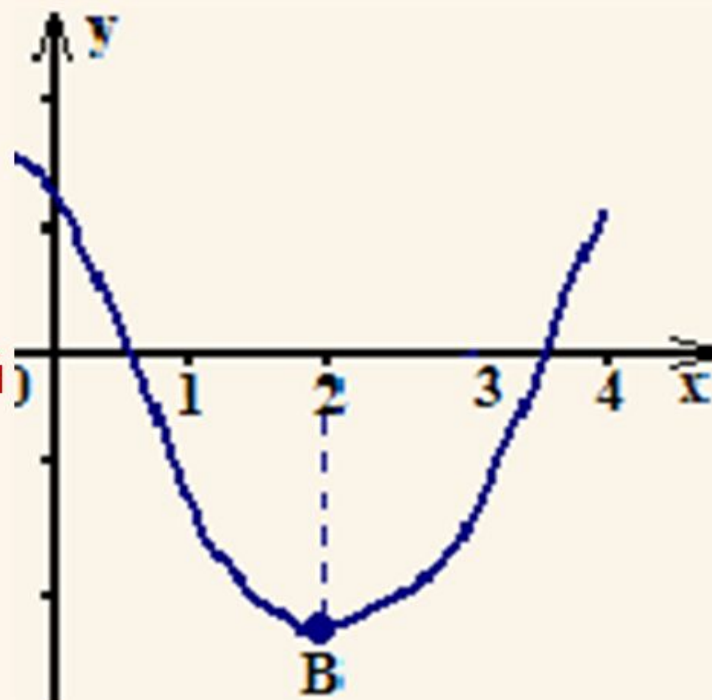
- Если взять точки из окрестности точки  $x = -1$ , то значения функции в этих точках будут меньше, чем значение функции в точке  $x = -1$ .
- Определение  
Точка  $x_0$  называется **точкой максимума** функции  $f(x)$ , если для всех  $x$  из некоторой окрестности  $x_0$  выполнено неравенство  $f(x) \leq f(x_0)$ .





# Точка минимума

- Рассмотрим точки из окрестности точки  $x = 2$ . Значения функции в этих точках будут больше, чем значение функции в точке  $x = 2$ .
- Точка  $x_0$  называется **точкой минимума** функции  $f(x)$ , если для всех  $x$  из некоторой окрестности  $x_0$  выполнено неравенство  $f(x) \geq f(x_0)$ .



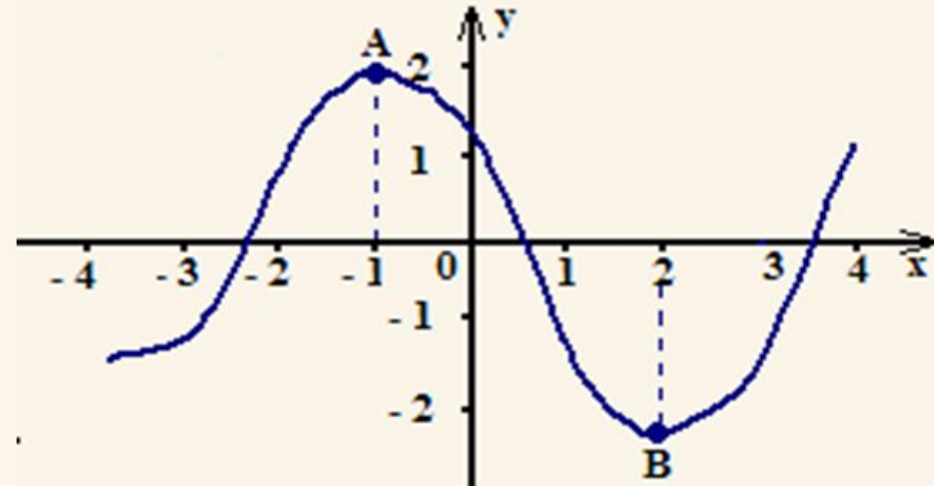
# Экстремумы функции

---

- Точки максимума и минимума называются **точками экстремума** функции и обозначаются:  
 **$x_{\max}$ ,  $x_{\min}$ .**
- Значения функции в этих точках называются **экстремумами функции** и обозначаются:  
 **$y_{\max} = f(x_{\max})$ ,  $y_{\min} = f(x_{\min})$ .**

# пример

- Рассмотрим график функции  $y=h(x)$ . Область определения функции  $h(x)$  - все действительные числа. Если двигаться вдоль графика функции  $h(x)$  слева направо, то до точки  $A$  ( $x = -1$ ) мы поднимаемся по кривой. Перейдя через эту точку и продолжая двигаться в том же направлении, мы будем уже спускаться. Спуск по кривой будет продолжаться, пока не дойдём до точки  $B$  ( $x = 2$ ). Перейдя через точку  $B$ , снова будем подниматься, двигаясь по кривой слева направо. В точке  $A$  функция меняет характер монотонности от возрастания к убыванию, а в точке  $B$  - от убывания к возрастанию. Точка  $x = -1$  называется **точкой максимума** функции  $h(x)$ , а точка  $x = 2$  - **точкой минимума**  $h(x)$ .



# ИСТОЧНИКИ

Учебник «Алгебра и начало анализа»

10-11 класса

(А.Н.Колмлгоров, А.М.Абрамов, Ю.П.Дудницын,  
Б.М.Ивлёв,С.И.Шварцбурд)

[www.sverdlovsk-school8.nm.ru](http://www.sverdlovsk-school8.nm.ru)

<http://www.kgafk.ru/kgufk/html/uchmat4.html>

[http://abc.vvsu.ru/Books/u\\_vyssh\\_m1/page0030.asp](http://abc.vvsu.ru/Books/u_vyssh_m1/page0030.asp)

И другие...

Оценивание  
работы

Щёлкнуть  
для  
перехода  
к  
содержанию



# Оцените нашу работу

ПЛОХО

УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬН  
О

хорошо

*отлично*

**Спасибо за ответ!**