Перестановки. Размещения. Сочетания.

Урок решения
комбинаторных задач

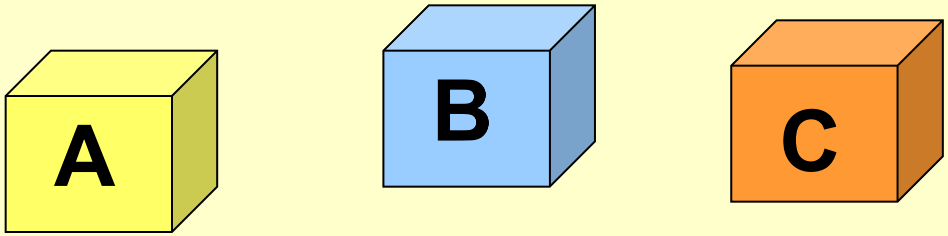
9 класс

Захарова Л.Г

МБОУ «ОСОШ №2», Устьянский район.

5klass.net

Пусть имеются три кубика с буквами А, В и С. Составьте всевозможные комбинации из этих букв.



ABC ACB

BCA BAC

CAB CBA

Эти комбинации отличаются друг от друга только расположением букв (перестановка букв).

Перестановки

Перестановки — это комбинации, составленные из одних и тех же элементов и отличающиеся порядком их следования.

Число всех возможных перестановок элементов обозначается P_n, и может быть вычислено по формуле:

Формула перестановки:

$$P_n=n!$$

При перестановке число объектов остается неизменными, меняется только их порядок

С ростом числа объектов количество перестановок очень быстро растет и изображать их наглядно становится затруднительно.

3 объекта

$P_n = n!$

$P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

количество перестановок 6

Задача 1. В турнире участвуют семь команд. Сколько вариантов распределения мест между ними возможно?

$P_7=7!=1*2*3*4*5*6*7=5040$

Ответ: 5040

Задача 2. Сколькими способами могут разместиться за круглым столом 10 человек?

$P_{10} =10! = = 1*2*3*4*5*6*7*8*9*10 = 3628800$

Ответ: 3628800

1. Вычислить: $a)\ 5!$

$$б)\ \frac{7!}{3!}$$

$$в)\ \frac{11!}{8!}$$

2. В среду в 9 классе 6 уроков: алгебра, русский язык, черчение, биология, химия, обществознание. Сколько вариантов расписания можно составить на среду?

Размещения

Пусть имеется *n* различных объектов.
Будем выбирать из них *m* объектов и переставлять всеми возможными способами между собой .

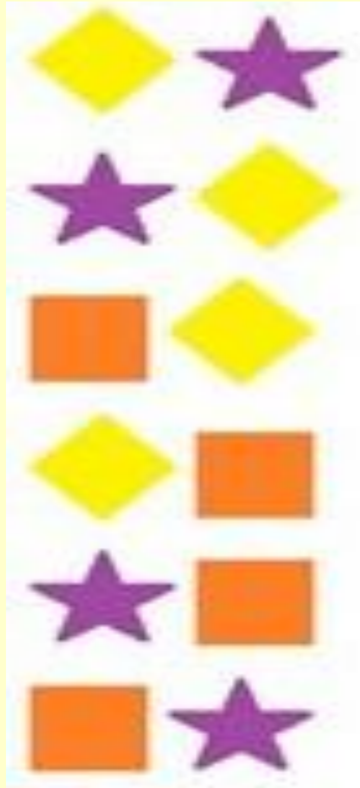
Получившиеся комбинации называются **размещениями** из *n* объектов по *m*, а их число равно:

Формула размещения:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

При размещениях меняется и состав выбранных объектов, и их порядок.

3 объекта



Размещение по 2 фигуры

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

n=3 - всего объектов (различных фигур)
m= 2 – выбор и перестановка объектов

$$A_3^2 = \frac{3!}{(\ 3-2\ )!} = \frac{6}{1} = 6$$

Сколькими способами можно расставить 5 томов на книжной полке, если выбирать их из имеющихся в наличии семи книг?

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

$$A_7^5 = \frac{7!}{(7-5)!} = \frac{7!}{2!} = \frac{2!\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7}{2!} = 2520$$

Ответ: 2520 способов

1. Вычислить:

$$a)\ A_6^2$$

$$б)\ \frac{A_{12}^4 - A_{11}^4}{A_{10}^3}$$

2. Найти количество трехзначных чисел с неповторяющимися цифрами, которые можно составить из цифр: 1, 2, 3, 4, 5.

$$A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

Ответ: 60 чисел

Сочетания

3 объекта

Пусть имеется *n* различных объектов.
Будем выбирать из них *m* объектов все возможными способами

Получившиеся комбинации называются **сочетаниями** из *n* объектов по *m*,

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!\cdot m!}$$

В сочетаниях меняется состав выбранных объектов, но порядок не важен

Задача: Сколькими способами можно распределить три путевки в один санаторий между пятью желающими?

Так как путевки предоставлены в один санаторий, то варианты распределения отличаются друг от друга хотя бы одним желающим. Поэтому число способов распределения

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!\cdot m!}$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)! * 3!} = \frac{5!}{2! * 3!} = \frac{3! * 4 * 5}{3! * 2!} = \frac{4 * 5}{2} = 10$$

Ответ: 10 способов.

Задача:
Группу из 20 студентов следует рассадить в аудитории по 2 человека за каждой партой. Порядок их размещения не имеет значения. Определить количество возможных вариантов сочетаний.

Ответ: 190

Задача: В цехе работают 12 человек: 5 женщин и 7 мужчин. Сколькими способами можно сформировать бригаду из 7 человек, чтобы в ней было 3 женщины?

Из пяти женщин необходимо выбирать по три, поэтому число способов отбора C_5^3

Так как требуется отобрать четырех мужчин из семи,

то число способов отбора мужчин C_7^4

$$C_5^3 * C_7^4 = \frac{5!}{3! * 2!} * \frac{7!}{4! * 3!} = \frac{3! * 4 * 5 * 4! * 5 * 6 * 7}{3! * 1 * 2 * 4! * 1 * 2 * 3} =$$

$$= \frac{4 * 5 * 5 * 6 * 7}{2 * 2 * 3} = 2 * 25 * 7 = 350$$

Ответ: 350