Приращение аргумента. Приращение функции.

При сравнении значения функции f в некоторой фиксированной точке x_0 со значениями этой функции в различных точках x, лежащих в окрестности x_0, удобно выражать разность $f(x) - f(x_0)$ через разность $x - x_0$, пользуясь понятиями «приращение аргумента» и «приращение функции».

Пусть x – произвольная точка, лежащая в некоторой окрестности фиксированной точки x_0. Разность $x - x_0$ называется приращением независимой переменной (или приращением аргумента) в точке x_0 и обозначается Δx. Таким образом,

$$\Delta x = x - x_0$$

откуда следует, что

$$x = x_0 + \Delta x.$$

Говорят также, что первоначальное значение аргумента x_0 получило приращение Δx. Вследствие этого значение функции f изменится на величину

$$f(x) - f(x_0) = f\,(x_0 + \Delta x) - f(x_0).$$

*Эта разность называется **приращением функции f в точке x_0**, соответствующим приращению Δx, и обозначается символом Δf (читается «дельта эф»), т.е. по определению*

$$\Delta f = f\,(x_0 + \Delta x) - f\,(x_0)$$

откуда

$$f\,(x) = f\,(x_0 + \Delta x) = f\,(x_0) + \Delta f.$$

При фиксированном x_0 приращение Δf есть функция от Δx. Δf называют также приращением зависимой переменной и обозначают через Δy для функции $y = f(x)$.

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

<u>Пример №1.</u>

Найти приращение функции функции $y = x^2$ при переходе от точки $x_0 = 1$ к точкам : а) $x = 1,1$; б) $x = 0,98$

<u>Решение:</u>

а) $f(1) = 1^2 = 1$; $f(1,1) = 1,1^2 = 1,21$;

$\Delta y = f(1,1) - f(1) = 1,21 - 1 = 0,21$

б) $f(1) = 1$; $f(0,98) = 0,98^2 = 0,9604$;

$\Delta y = f(0,98) - f(1) = 0,9604 - 1 = - 0,0396.$

Функция $y = f(x)$ непрерывна в точке $x = a$, если в точке $x = a$ выполняется следующее условие:

если $\Delta x \to 0$, то $\Delta y \to 0$.

Пример № 2.

Для функции $y = kx + m$ найти: а) приращение функции при переходе от фиксированной точки x к точке $x + \Delta x$; б) отношение приращения функции к приращению аргумента, при условии, что приращение аргумента стремится к нулю.

Решение.

Имеем:

$$f(x) = kx + m \qquad f(x + \Delta x) = k(x + \Delta x) + m$$

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = (k(x + \Delta x) + m) - (kx + m)$$

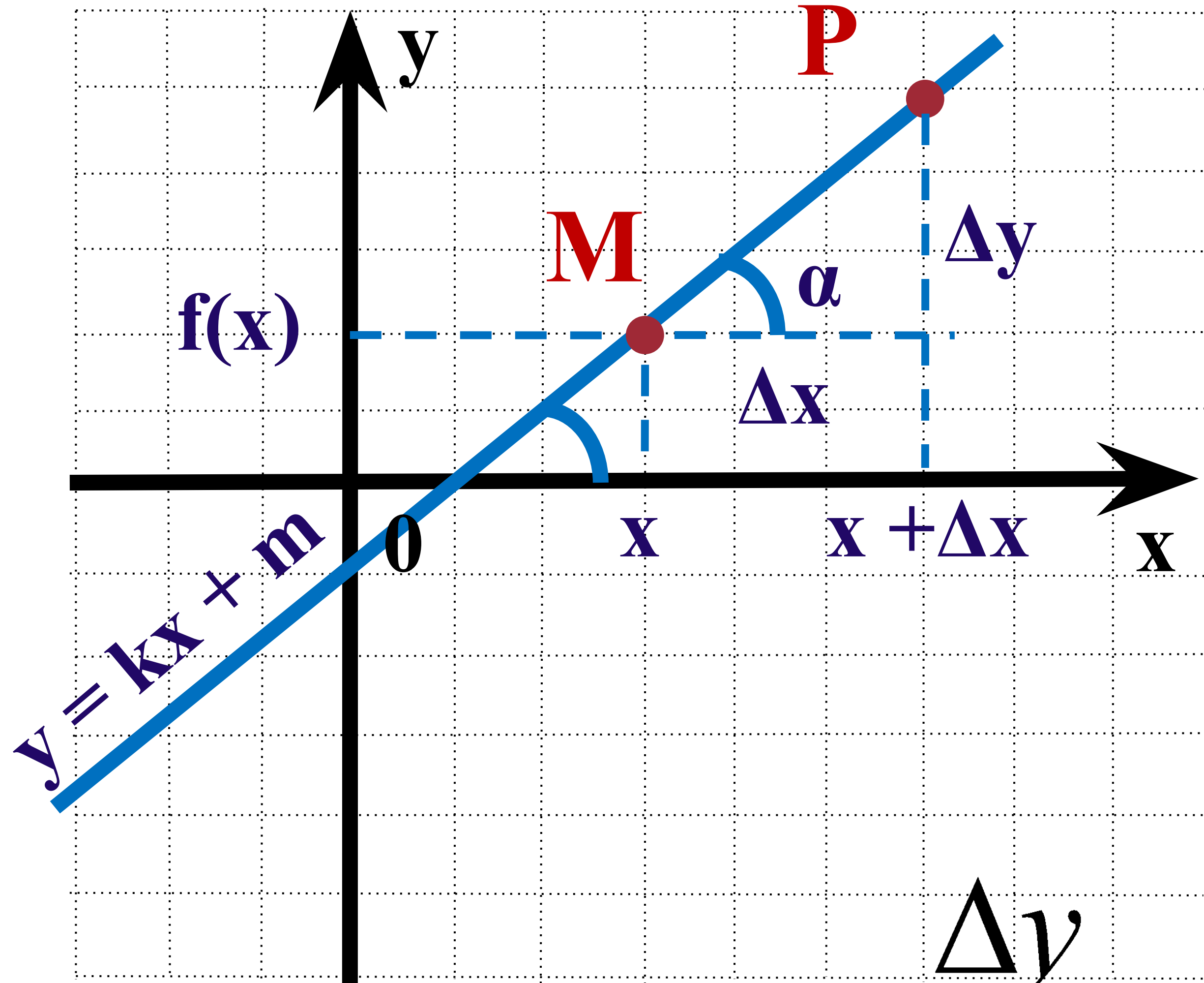
$$\Delta y = (kx + k\Delta x + m) - (kx + m) = k\cdot\Delta x.$$

$$\Delta y = k\cdot\Delta x.$$

$${}_{\Delta x \to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = {}_{\Delta x \to 0}\frac{k \cdot \Delta x}{\Delta x} = k$$

Имеем:

$${}_{\Delta x \to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = k$$



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = k = tg\alpha$$