Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Гимназия №53»

Приёмы устного решения квадратного уравнения

Бойко Т.А.
учитель математики

Цель:

устные
 приёмы эффективного
 решения квадратных уравнений.

$$1999\sin^2 x - 1997\sin x - 2 = 0;$$

$$319x^2 + 1988x + 1669 = 0$$

$$3\sin^2 6x - 4\sin 6x + 1 = 0$$

$$(5-4x)^2 = (9-21x)(4x-5)$$
$$D = 19881$$

$$3tg^2\frac{x}{2} - 4tg\frac{x}{2} + 1 = 0$$

$$5\cdot 25^x - 3\cdot 10^x = 2\cdot 4^x$$

$$\begin{cases} \log_{0,9}(2y-3x+1)=0 \\ 0{,}5\log_2(3y-x-1{,}5)+\log_4(8x)=0 \end{cases}$$

Алгоритм

Извлечения квадратного корня
Из натурального числа

у
с
т
н
о

$$\sqrt{9216} = 96$$

92 *16 =96

81

186 | 1116

6 | 1116

$$\sqrt{324} = 18$$

3*24 = 18

1

28 | 224

8 | 224

$$\sqrt{19881} = 141$$

$$ax^2+bx+c=0$$

Приём «Коэффициентов»:

1) Если а+в+с=0, то $x_1=1, x_2=\frac{c}{a}.$

2) Если в = а + с, то $x_1=-1, x_2=\frac{-c}{a}.$

3) Если $a\,\square\, b+c\neq 0$, то приём «Переброски»

Используя приёмы 1) -3) можно придумывать уравнения с рациональными корнями.

4) $ax^2 + (a^2+1)\cdot x + a = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -a \\ x_2 = -\dfrac{1}{a} \end{array}\right.$

Например: $6x^2 + 37x + 6 = 0,\ \begin{array}{l} x_1 = -6 \\ x_2 = -\dfrac{1}{6} \end{array}$

5)

$$ax^2 - (a^2+1)\cdot x + a = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = a \\ x_2 = \dfrac{1}{a} \end{array}\right.$$

Например:

$$15x^2 - 226\cdot x + 15 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 15 \\ x_2 = \dfrac{1}{15} \end{array}\right.$$

6)

$$ax^2+(a^2-1)\cdot x-a=0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} x_1&=-a \\ x_2&=\frac{1}{a}\end{aligned}\right.$$

Например:

$$17x^2+288x-17=0, \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} x_1&=-17 \\ x_2&=\frac{1}{17}\end{aligned}\right.$$

- 7)

$$ax^2-(a^2-1)\cdot x-a=0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} x_1&=a \\ x_2&=-\frac{1}{a}\end{aligned}\right.$$

Например:

$$10x^2-99\cdot x-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} x_1&=10 \\ x_2&=-\frac{1}{10}\end{aligned}\right.$$

Урок - презентация

МОУ «Гимназия №53»

Учитель Бойко Т.А.

Квадратные уравнения

8класс

Приобретать знания - храбрость
Приумножать их - мудрость
А умело применять великое искусство

- Квадратные уравнения – это фундамент, на котором покоится величественное здание алгебры. Квадратные уравнения находят широкое применение при решении тригонометрических,
- показательных , иррациональных уравнений и неравенств.
- В школьном курсе математики изучаются формулы корней квадратных уравнений, с помощью которых можно решать любые квадратные уравнения.
- Однако имеются и другие приёмы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и рационально решать квадратные уравнения.

Приёмы устного решения квадратного уравнения

1) 2) приём «коэффициентов»

3) приём «переброски»

Цели урока:

- ***Обобщить и систематизировать изученный материал по теме: «Квадратные уравнения».***

- ***Научить учащихся приёмам устного решения квадратных уравнений.***

- ***Развивать внимание и логическое мышление.***

- ***Воспитывать культуру поведения .***

$ax^2+bx+c=0$ $\qquad a \neq 0$

b=o **c=0**	**b=0** **c≠0**	**b≠0** **c=0**
$ax^2=0$	$ax^2+c=0$	$ax^2+bx=0$
1 корень: x = 0	2корня, если: а и с имеют разные знаки Нет корней, если: а и с имеют одинаковые знаки	2корня $x(ax+b)=0,$ $x_1=0$ $x_2=\frac{-b}{a}$

$a = 1$

$b \neq 0, c \neq 0$

$x^2 + px + g = 0$

D >0 — 2корня

D =0 — 1корень

D<0 — Нет корней

Формулы корней:

1

$$x_{1,2} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - g};$$

2

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

3

при b=2k;

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

Теоремы

Виета	Обратная
----------------------------------	----------------------------------
Дано	Дано
$x_1, x_2 - корни$ $уравнения$ $x^2 + px + g = 0$	Для чисел $x_{1,} x_2, p, g$ $имеем:$ $x_1 + x_2 = -p$ $x_1 \cdot x_2 = g$
$Доказать$	$Доказать$
$x_1 + x_2 = -p$ $x_1 \cdot x_2 = g$	$x_1, x_2 - корни$ $уравнения$ $x^2 + px + g = 0$

У Р А В Н Е Н И Е

К какому типу относится уравнение

$$2x^2 + x - 3 = 0$$

Решите его

Ответ: $1; -\frac{3}{2}$

ЗАДАЧА

Найти наиболее рациональным способом корни уравнения

$$1978x^2 - 1984x + 6 = 0$$

$$x_1 = 1;$$

$$x_2 = \frac{6}{1978}$$

Свойства коэффициентов квадратного уравнения

- **Пусть дано квадратное уравнение**

$$ax^2+bx+c=0,$$ где $a \neq 0$

1.Если a + b + c=0 (т.е сумма коэффициентов равна нулю), то

$$x_1=1, x_2=\frac{c}{a}.$$

Доказательство. Разделим обе части уравнения на $a \neq 0$ **получим приведённое квадратное уравнение** $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0.$

По теореме Виета $\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}. \end{cases}$

По условию a + b +c =0, откуда b= - a – c. Значит, $\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{-a-c}{a}=1+\frac{c}{a} \\ x_1 \cdot x_2=1\cdot\frac{c}{a}. \end{cases}$

Получаем $x_1=1, x_2=\frac{c}{a},$ что и требовалось доказать.

Приёмы устного решения решения квадратных уравнений

Приём №1

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Если $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$

Например:

$$4x^2 - 13x + 9 = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{9}{4}$$

$$1999x^2 + 2000x + 1 = 0$$

Приём №2

приём №2

- Если b = a + c, то

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a}$$

Например:

$$4x^2 + 11x + 7 = 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{-7}{4}$$

Решить уравнение

$$319x^2 + 1988x + 1669 = 0$$

$$x_1 = -1;$$

$$x_2 = -\frac{1669}{319}.$$

Квадратные уравнения с большими коэффициентами

1. $313x^2 + 326x + 13 = 0$

$-1; \frac{-13}{313}$

2. $839x^2 - 448x - 391 = 0$

$1; -\frac{391}{839}$

3. $345x^2 - 137x - 208 = 0$

$1; -\frac{208}{345}$

4. $939x^2 + 978x + 39 = 0$

$-1; \frac{-39}{939}$

$$a \square b + c \neq 0$$

Приём №3

$$2x^2 - 11x + 5 = 0$$

Решаем устно $x^2 - 11x + 10 = 0$

Его корни 10 и 1, и делим на 2.

Ответ: 5; $\frac{1}{2}$

Приём "переброски"

$$6x^2 - 7x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x - 18 = 0$$

Корни 9 и (-2).

Делим числа 9 и (-2) на 6:

$$x_1 = \frac{9}{6}, x_2 = -\frac{2}{6}$$

Ответ: $\frac{3}{2}; -\frac{1}{3}$

Уравнения с рациональными корнями

Используя приёмы решения 1) – 3),вы можете придумывать уравнения с рациональными корнями. Например, возьмём уравнение $x^2-5x+6=0$

(Корни 2 и 3), 6 делится на 1,2,3,6

6=1*6
6=6*1
6=2*3
6=3*2 Отсюда уравнения:

1) $6x^2-5x+1=0$
2) $2x^2-5x+3=0$
3) $3x^2-5x+2=0$
4) $x^2+5x+6=0$
5) $6x^2+5x+1=0$
6) $2x^2+5x+3=0$
7) $3x^2+5x+2=0$

Одно уравнение дало ещё 7 уравнений с рациональными корнями.

$1)\ \frac{1}{3};\frac{1}{2}$

$2)\ 1;\frac{3}{2}$

$3)\ 1;\frac{2}{3}$

$4)\ -2;-3$

$5)\ \frac{-1}{3};\frac{-1}{2}$

$6)\ -1;\frac{-3}{2}$

$7)\ -1;\frac{-2}{3}$

Это интересно

Когда уравненье решаешь дружок, Ты должен найти у него корешок. Значение буквы проверить несложно. Поставь в уравненье его осторожно. Коль верное равенство выйдет у вас, То корнем значенье зовите тотчас.	$ax^2 + bx + c = 0$ По праву достойна в стихах быть воспета свойствах корней теорема Виета. Что лучше, скажи, постоянства такого: Умножишь ты корни – и дробь уж готова? В числителе с , в знаменателе а. А сумма корней тоже дроби равна. Хоть с минусом дробь, что за беда. В числителе в, в знаменателе а.	$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

Задание

Найти №№ 505 – 573

квадратные уравнения, которые можно решить устно, используя изученные приёмы.

Выводы:

- данные приёмы решения заслуживают внимания, поскольку они не отражены в школьных учебниках математики;
- овладение данными приёмами поможет учащимся экономить время и эффективно решать уравнения;
- потребность в быстром решении обусловлена применением тестовой системы вступительных экзаменов;
- владение алгоритмом извлечения квадратного корня из натурального числа.