ГОУ СПО «Димитровградский технический колледж»

Тема: “Призма и ее свойства”

Автор: Тихонов Никита Евгеньевич

Руководитель: Кузьмина В. В.

2007 г.

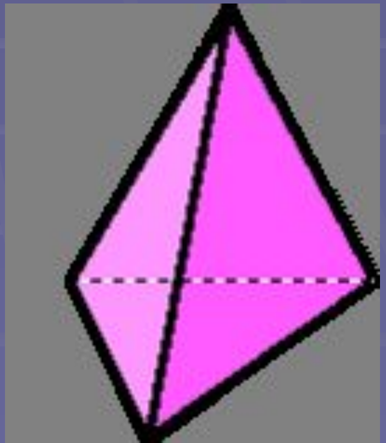
Содержание

- Историческая справка
- Призма и ее свойства
- Решение задач
- Задачи для самостоятельной работы
- Литература

Историческая справка

Ещё в древности существовали два пути определения геометрических понятий. Первый вел от фигур высшего порядка к фигурам низшего. Такой точки зрения придерживался, в частности, Евклид, определяющий поверхность как ***границу тела***, линию – как ***границу поверхности***, концы же линии – как ***точки***.

определения геометрических понятий. Первый вел от фигур высшего порядка к фигурам низшего. Такой точки зрения придерживался, в частности, Евклид, определяющий поверхность как ***границу тела***, линию – как ***границу поверхности***, концы же линии – как ***точки***.



Историческая справка

Второй путь ведет, наоборот, от фигур низшего измерения к фигурам высшего: движением точки образуется ***линия***, аналогично из линий составляется поверхность и т. д.

Одним из первых, который соединил обе эти точки зрения, был Герон Александрийский, писавший, что ***тело ограничивается поверхностью и вместе с этим мо быть рассмотрено как образованн движением поверхности.***

Историческая справка

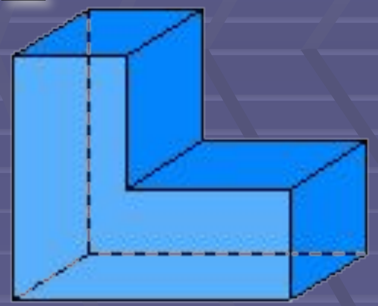
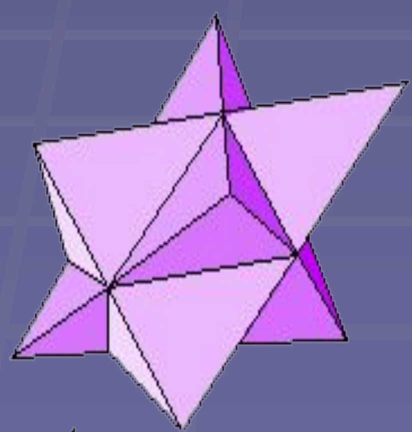


рис.3

В появившихся позже на протяжении веков учебниках геометрии принималась за основу то одна, то другая, а иногда и обе вместе точки зрения.

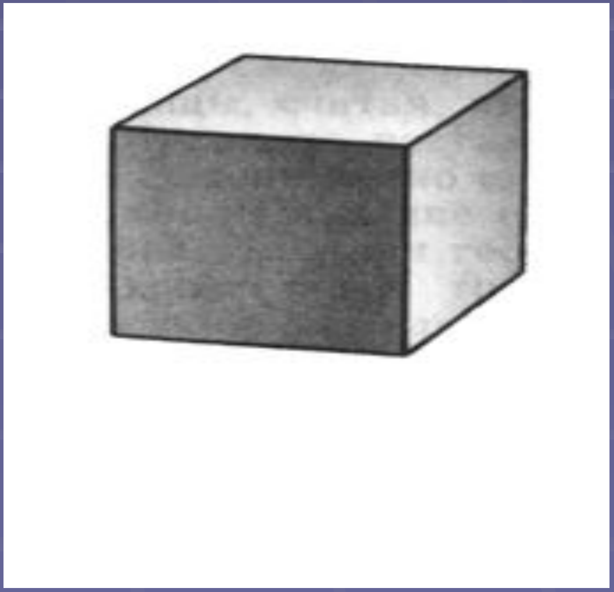


Историческая справка

Евклид употребляет термин «***плоскость***» как в широком смысле (Рассматривая ее ее неограниченно продолженной во все направления), так и в смысле конечной, ограниченной ее части, в частности грани, аналогично применению им термина «***прямая***» (в широком смысле - бесконечная прямая и в узком – отрезок).

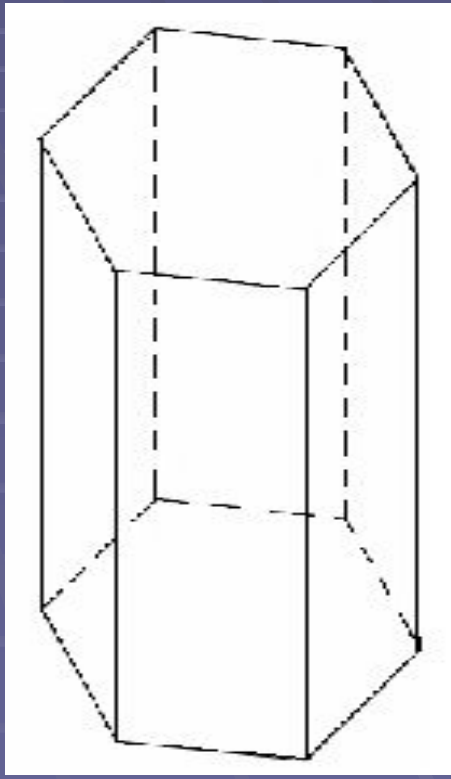
Историческая справка

В XVIII в. Тейлор дал такое определение призмы: это многогранник, у которого все грани, кроме двух, параллельны одной прямой.

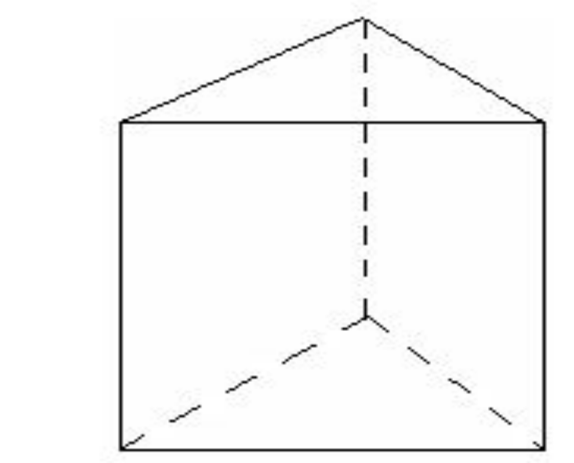


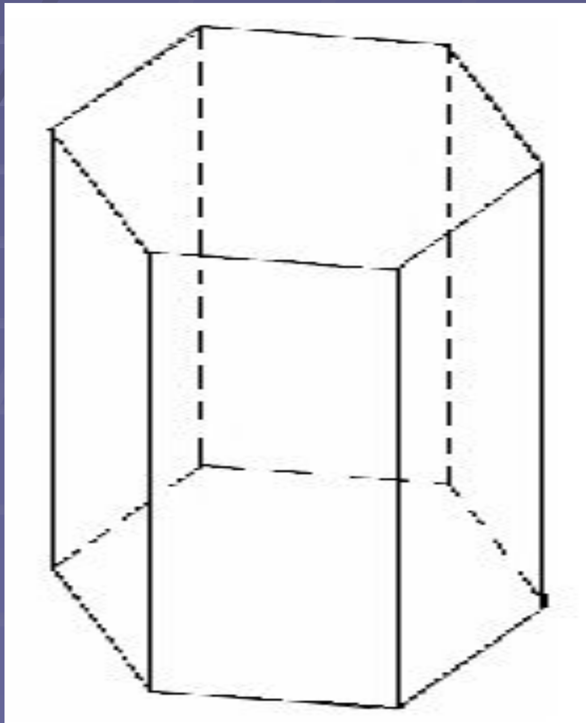
Историческая справка

В настоящее время геометрия тесно переплетается со многими другими разделами математики. Одним из источников развития и образования новых понятий в геометрии, как и в других областях математики, являются современные задачи естествознания, физики и техники.



ПризмА

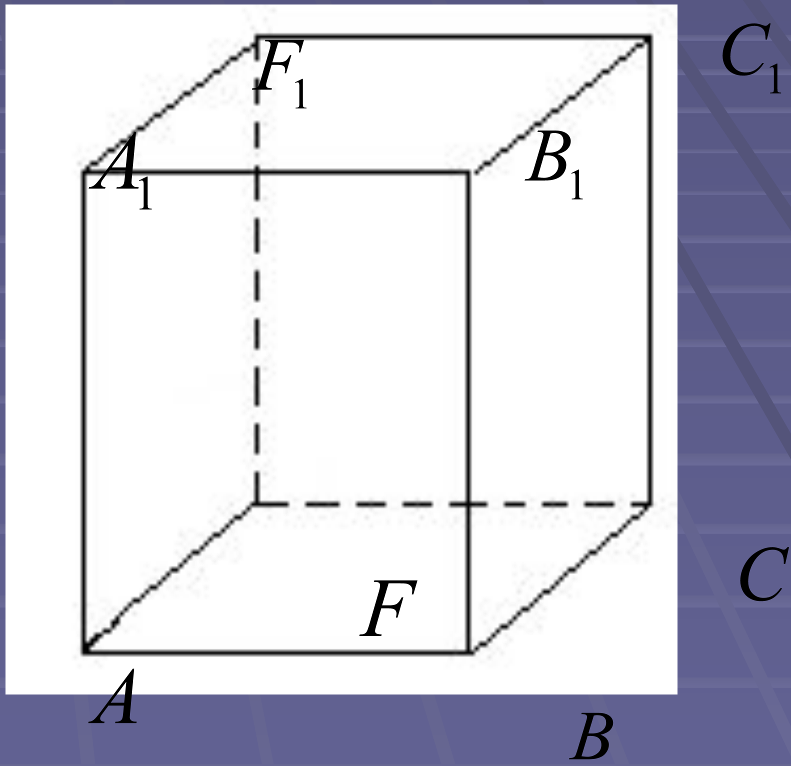




Термин “призма” греческого происхождения и буквально означает “отпиленное”

Призма

- Призма – это тело, ограниченное многогранной поверхностью, две грани которой n – угольники, а остальные n – параллелограммы.



β

ПризмА

Рассмотрим два равных многоугольника $A_1A_2...A_n$ и $B_1B_2...B_n$, расположенных в параллельных плоскостях α и β так, что отрезки A_1B_1, A_2B_2, …, A_nB_n, соединяющие соответственные вершины многоугольников, параллельны (рис. 1).

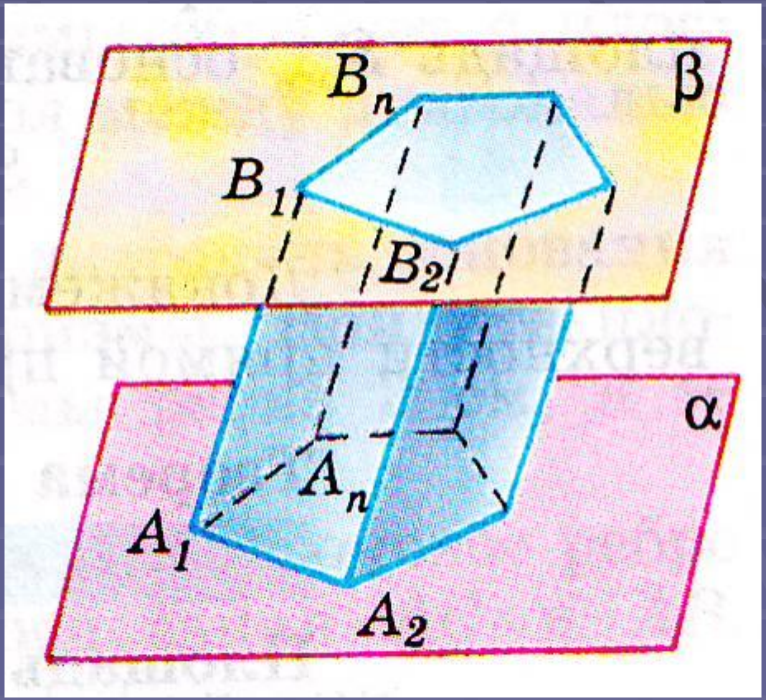


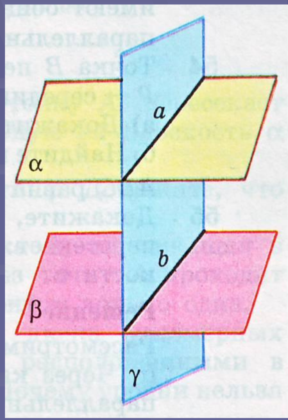
*рис.*1

ПризмА

Каждый из n четырехугольников

$$A_1A_2B_2B_1,\ A_2A_3B_3B_2, \ldots \quad A_nA_1B_1B_n$$

является параллелограммов, так как имеет попарно параллельные противоположные стороны. Например, в четырехугольнике $A_1A_2B_2B_1$ стороны A_1B_1 и A_2B_2 параллельны по условию, а стороны A_1A_2 и B_1B_2 - по свойству параллельных плоскостей, пересеченных третьей плоскостью (рис. 2).



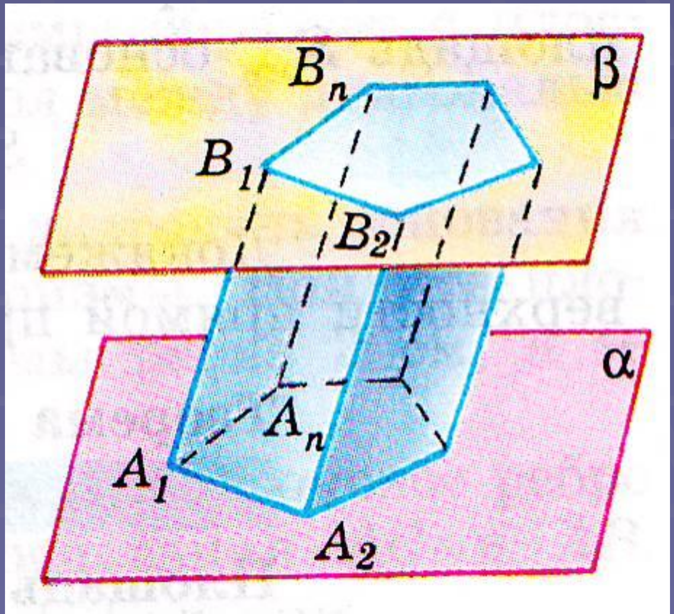
(*ри* .2)

(рис. 3)

ПризмА

Многоугольники $A_1A_2...A_n$ и $B_1B_2...B_n$ называются основаниями, а параллелограммы – боковыми гранями. Отрезки A_1B_1, $A_2B_2, ..., A_nB_n$ называются боковыми ребрами призмы.

Призму с основаниями $A_1A_2...A_n$ и $B_1B_2...B_n$ n - угольной призмой.

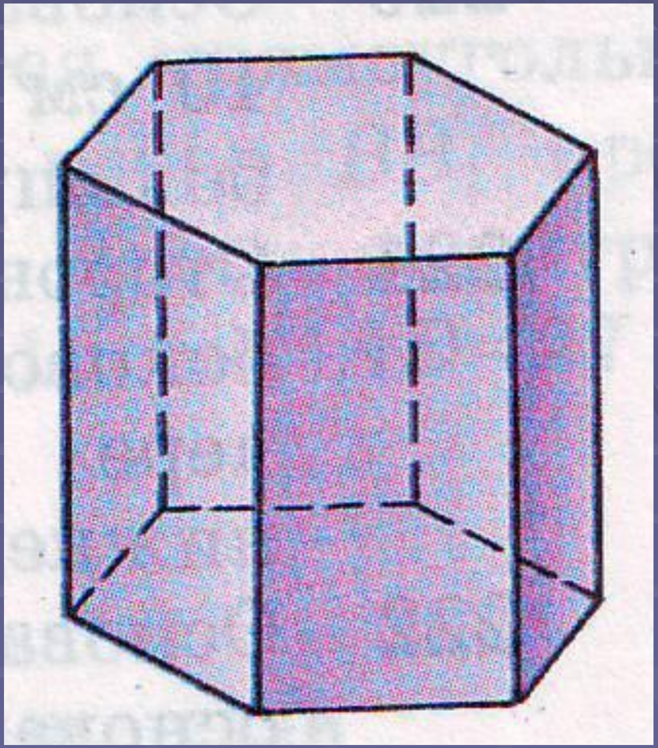


(рис. 3)

(рис. 4)

Определение призмы

Призма называется правильной, если ее основания – правильные многоугольники. У такой призмы все боковые грани – равные прямоугольники. На рисунке 4 изображена правильная шестиугольная призма.



(рис. 4)

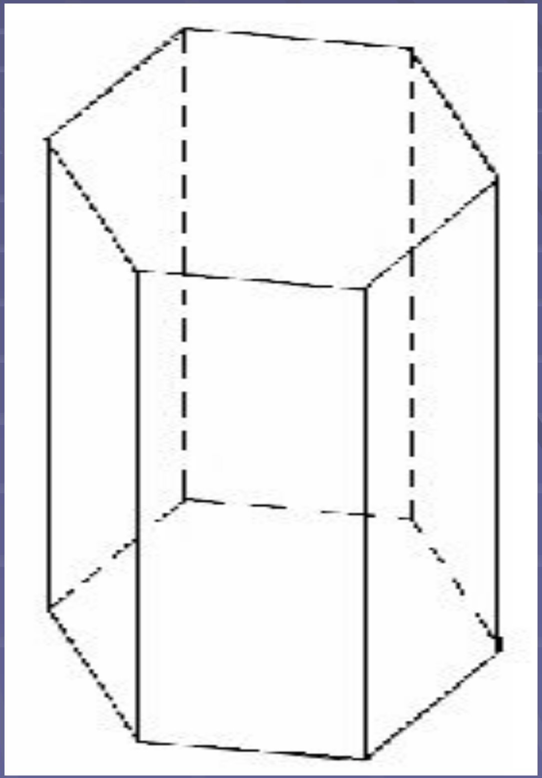
ПризмА

Поверхность призмы, таким образом, состоит из двух равных многоугольников (оснований) и параллелограммов (боковых граней). Различают призмы треугольные, четырехугольные, пятиугольные и т.д., в зависимости от числа вершин основания.

пр

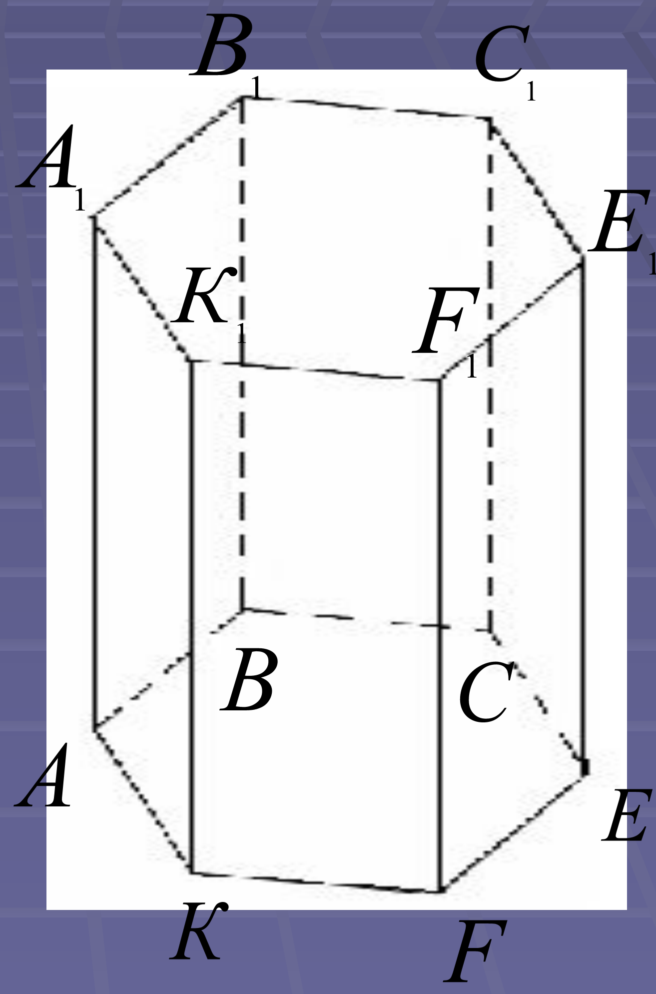
Площадь поверхности призмы

Поверхность многогранника состоит из конечного числа многоугольников. Площадь поверхности многогранника есть сумма площадей всех его граней. Площадь поверхности призм ($S_{пр}$) равна сумме площадей ее боковых граней (площади боковой поверхности) ($S_{бок}$) и площадей двух оснований ($2S_{осн}$) - равных многоугольников: $S_{пр} = S_{бок} + 2S_{осн}$



Площадь поверхности призмы

- **Теорема.** Площадь поверхности призмы равна удвоенной площади основания, сложенной с произведением длины бокового ребра на периметр перпендикулярного сечения этой призмы.



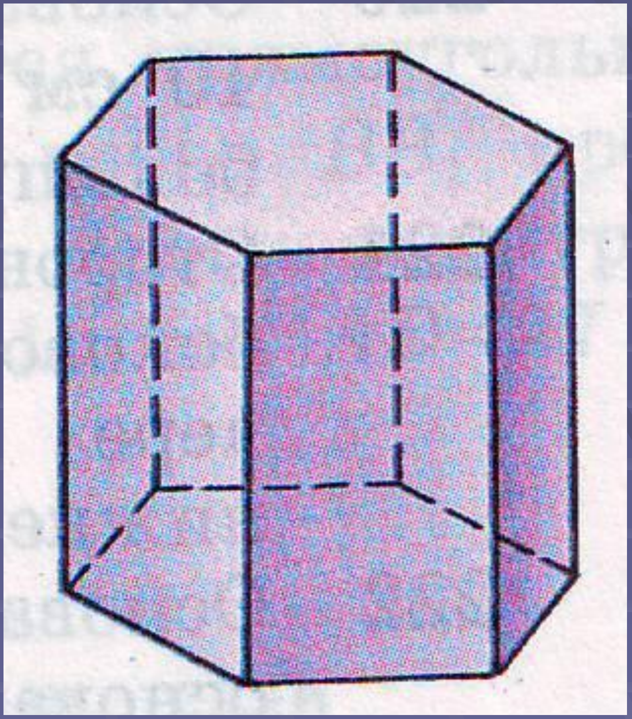
Доказательство

Боковые грани прямой призмы – прямоугольники, основания которых – стороны призмы, а высоты равны высоте h призмы.

Площадь боковой поверхности призмы равна сумме произведений сторон основания на высоту h. Вынося множитель h за скобки, получим в скобках сумму сторон основания призмы, т.е. его периметр P.

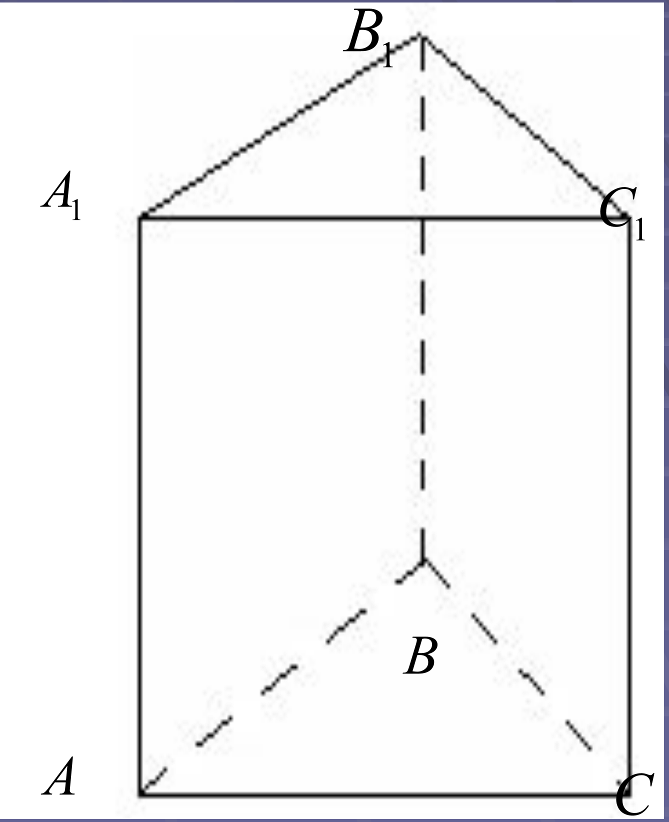
Итак, Sбок=Ph.

Теорема доказана.



Задача на нахождение $S_{полн}$ призмы.

- Вычислить площадь полной поверхности, если высота равна 12см, сторон основания равна 7см.
- **Дано: $ABCA_1B_1C_1$** - правильная треугольная призма; высота; H=12см;
- AC=7см
- Найти: $S_{полн.}$



Решение:

$$S_{бок} = P_{осн} H$$

$$S_{полн} = 2S_{ос} + S_{бок}$$

$$S_{осн} = \frac{\alpha^2_н \sqrt{3}}{4}$$

$$S = \frac{1\ \sqrt{3}}{4\ 4} = 5{,}9\ 5\ (см^2)$$

$$S_{бок} = 168\ (с\ м^2)$$

$$S_{полн} = 11{,}9 + 168 = 179{,}9(см^2)$$

Ответ: $S_{полн} = 11{,}9 + 168 = 179{,}9(см^2)$

Решение задач

Решение задач

(рис. 5)

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма, AB =8 см, AA_1 =6 см

Найти: $S_{A_1B_1C} - ?$

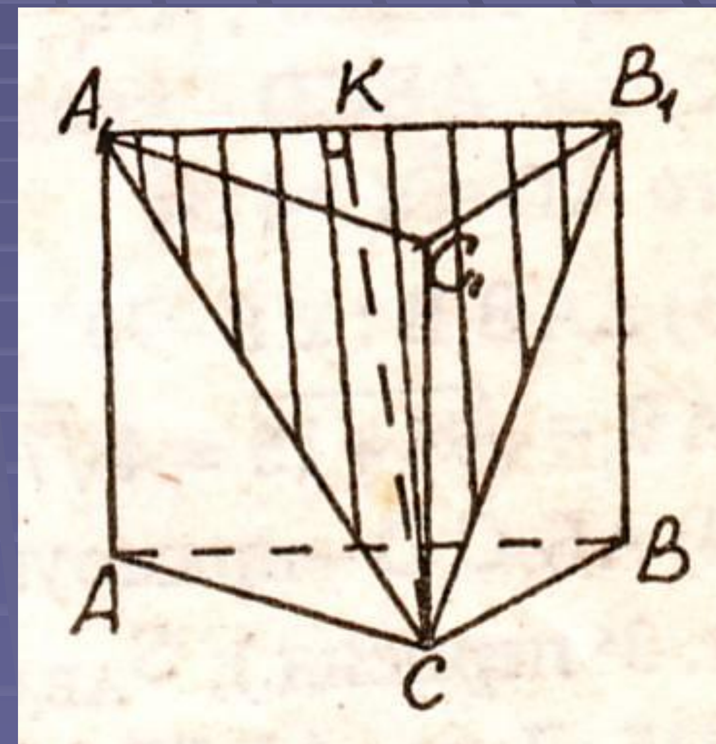
Решение: 1) Т.к. призма правильная, то $A_1C = B_1C$

$A_1C = \sqrt{A_1A^2 + AC^2} = \sqrt{36+64} = 10\,см$

2) $S_{A_1B_1C} = \frac{1}{2} A_1B_1 \cdot CK$

$CK = \sqrt{A_1C^2 - A_1K^2} = \sqrt{100-16} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}\,см$

Отсюда: $S_{A_1B_1C} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2\sqrt{21}\,см^2$



(рис. 5)

(рис. 6)

Решение задач

Решение задач

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ – призма

ΔABC - правильный

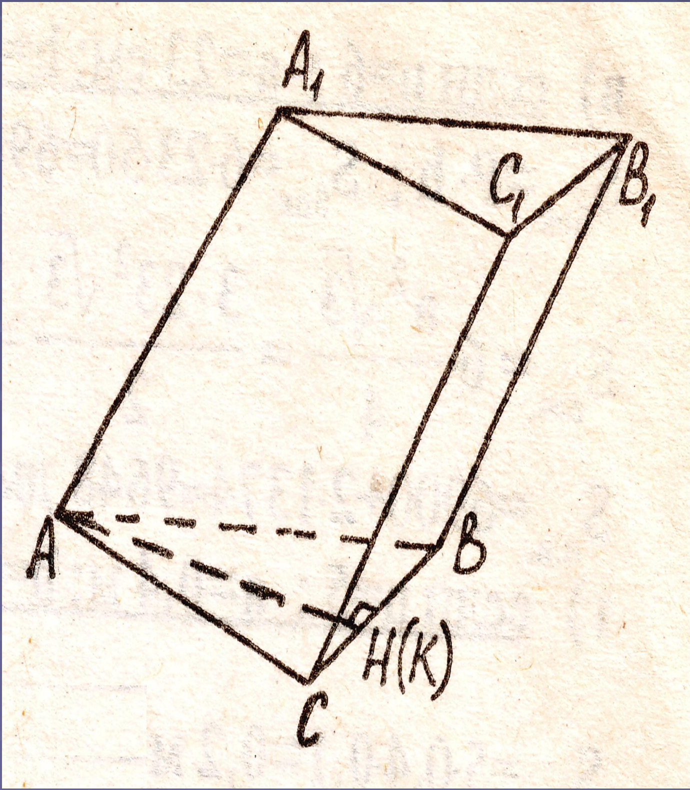
Доказать: а) $BC \perp AA_1$ б) CC_1B_1B прямоугольник

Доказательство:

1) Т.к. $\angle A_1AC = \angle A_1AB$, то AH - биссектриса $\angle CAB$

ΔABC - равносторонний, значит по свойству биссектрисы $AH \perp BC$

$AH = пр_{(ABC)} AA_1$ и $AH \perp BC$, значит $AA_1 \perp CB$



(рис. 6)

Решение задач

Решение задач

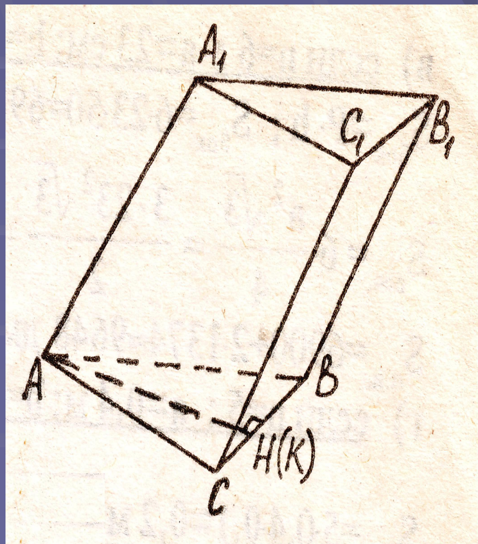
C

$AA_1 \parallel CC_1 \parallel BB_1$ (определение призмы)

$AA_1 \perp BC \rightarrow CC_1 \perp CB$ и $BB_1 \perp BC_1$,

значит CC_1BB_1 – прямоугольник

C



Задачи для самостоятельной работы

Докажите, что:

а) у прямой призмы все боковые грани – прямоугольники;

б) у правильной призмы все боковые грани – равные прямоугольники.

Сторона правильной треугольной призмы равна 8 см, боковое ребро равно 6 см. Найдете площадь сечения, проходящего через сторону верхнего основания и противолежащую вершину нижнего основания.

Задачи для самостоятельной работы

Основаниями прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 25 см и 9 см и высотой 8 см. Найдите двухгранные углы при боковых ребрах призмы.

Диагональ правильной четырехугольной призмы образует с плоскостью боковой грани угол 30\`. Найдите угол между диагональю и плоскостью основания.

Список используемой лит-ры

- Дадаян А. А. Математика: Учебник - М.: ИНФРА - М, 2006
- Геометрия 10 - 11; Учеб. Для общеобразовательных учреждений под ред. А. Н. Тихонова - М.: Просвещение, 2001

- **Internet** ресурсы**:**
- www.5ballov.ru
- www.4students.ru