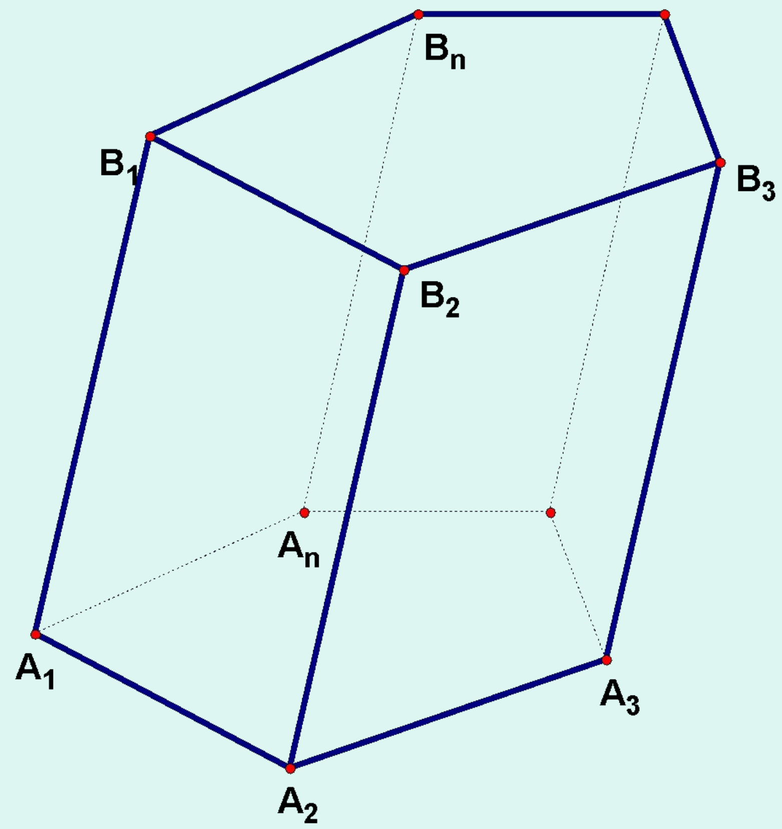
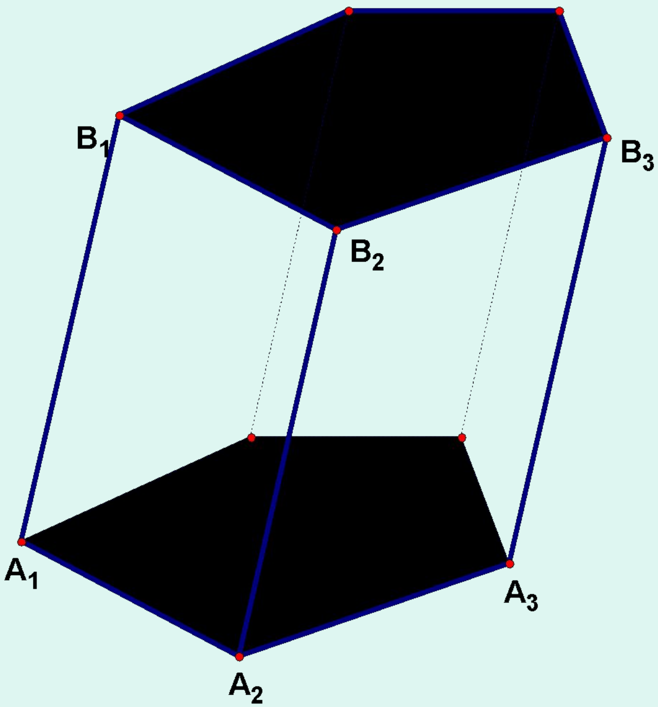
Призма

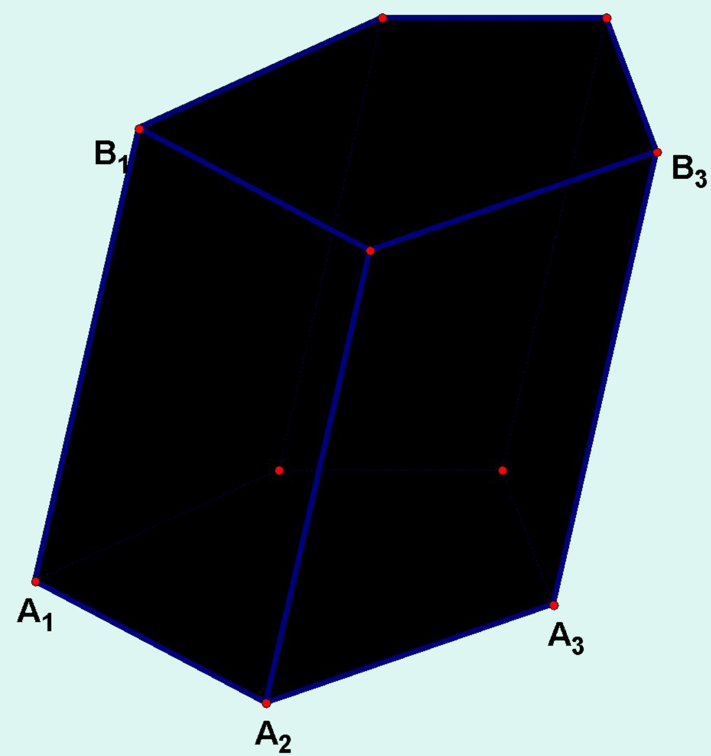
- *Многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1A_2\ldots A_n$ и $B_1B_2\ldots B_n$, расположенных в параллельных плоскостях, и **n** параллелограммов, называется* ***призмой***





- *Многоугольники $A_1A_2…A_n$ и $B_1B_2…B_n$ называются* ***основаниями*** *призмы,*

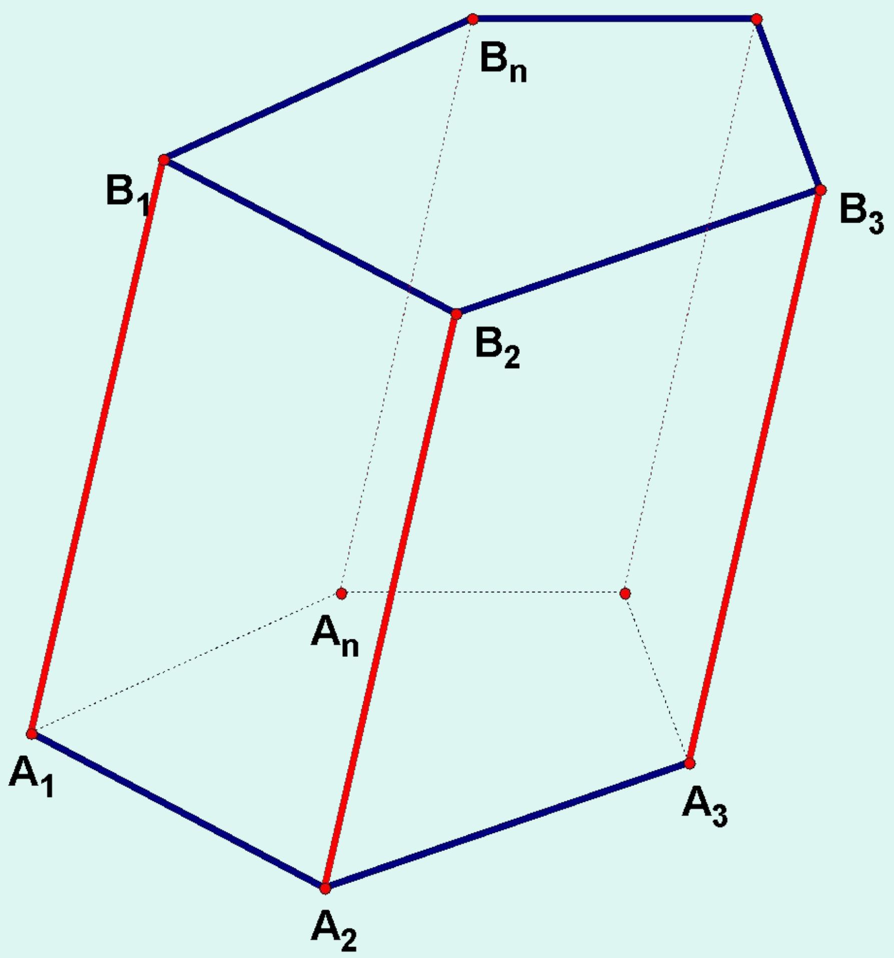
а параллелограммы – ***боковыми гранями*** *призмы*



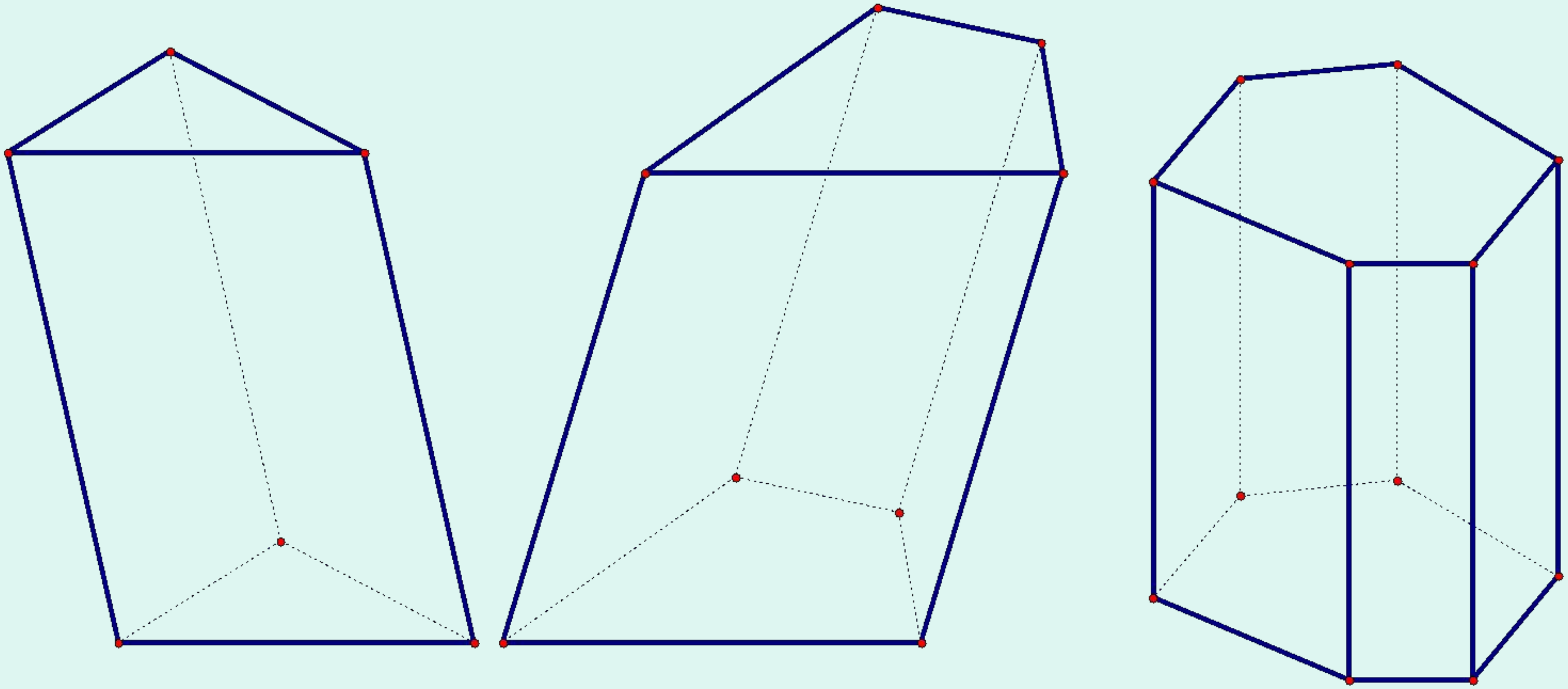
Боковые ребра призмы

- *Отрезки A_1B_1, A_2B_2, … , A_nB_n называются* **боковыми ребрами** призмы

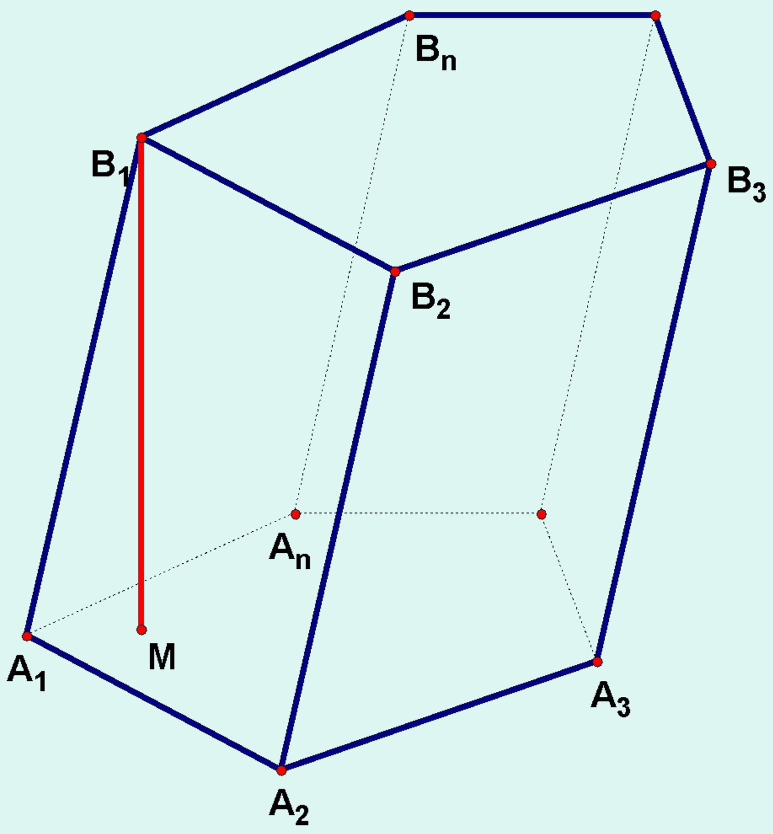
- Боковые ребра призмы **равны и параллельны**



- *Призму с основаниями $A_1A_2\ldots A_n$ и $B_1B_2\ldots B_n$ обозначают $A_1A_2\ldots A_nB_1B_2\ldots B_n$ и называют* ***n-угольной призмой***



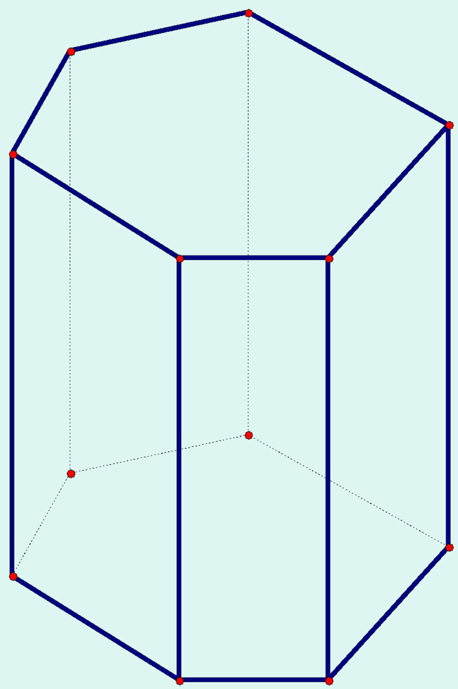
Высота призмы

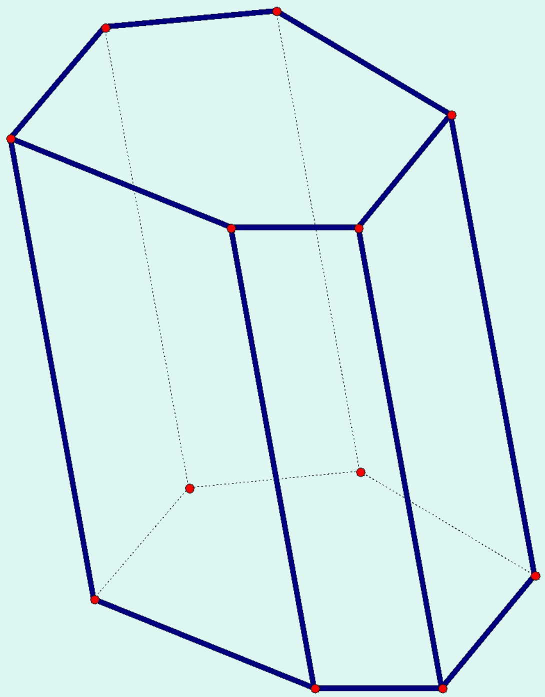


- *Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется* ***высотой*** *призмы*

$$B_1M \perp (A_1A_2A_3)$$

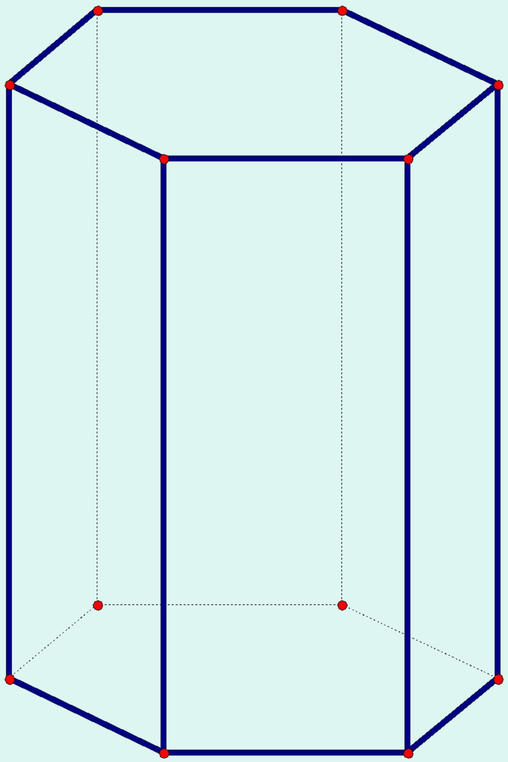
Прямая и наклонная призмы





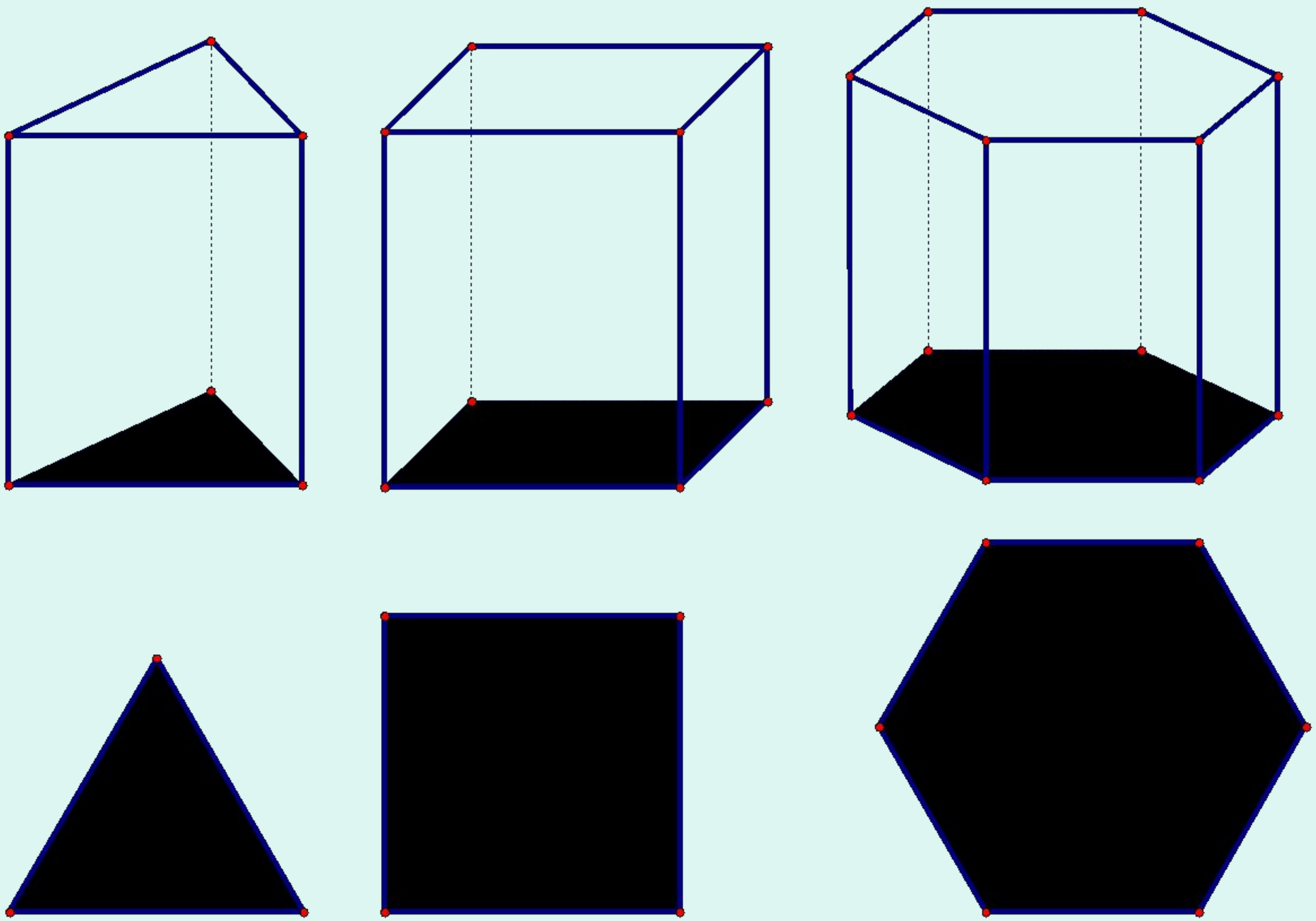
- *Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется* ***прямой****,*
- *в противном случае –* ***наклонной***
- *Высота прямой призмы равна её боковому ребру*

Правильная призма



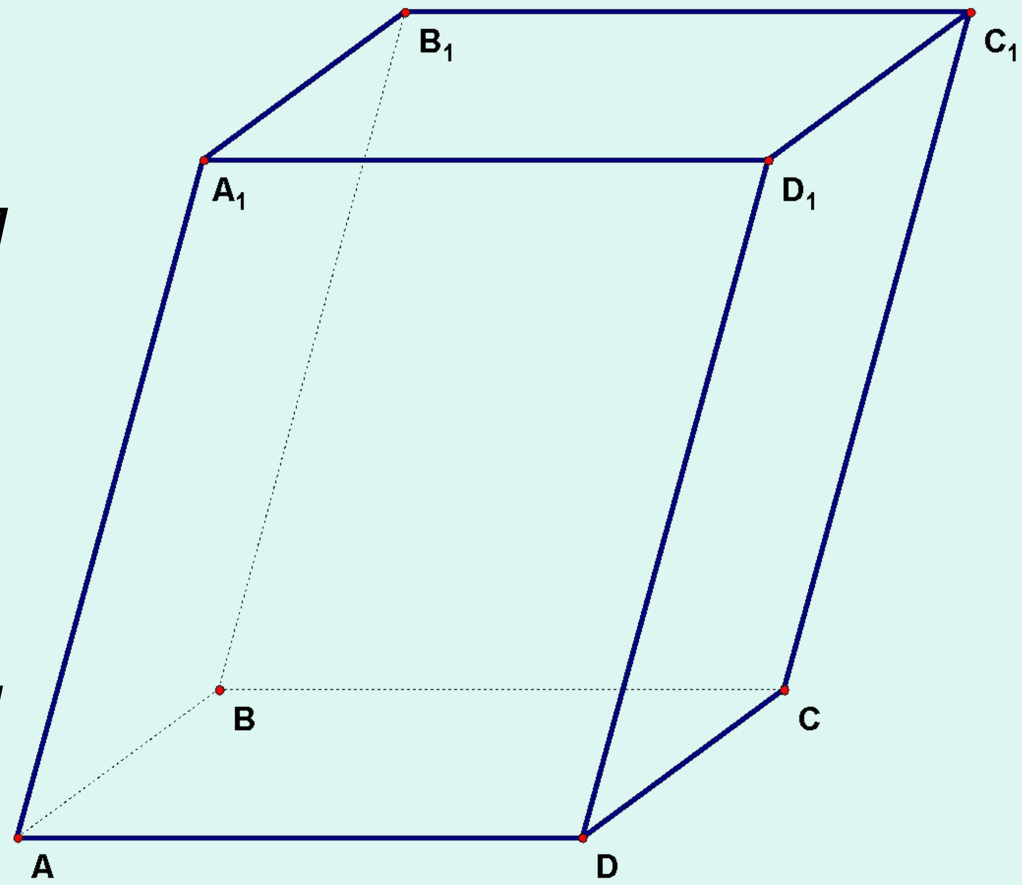
- Прямая призма называется **правильной**, если её основания – правильные многоугольники
- У правильной призмы все боковые грани – равные прямоугольники

Правильные призмы

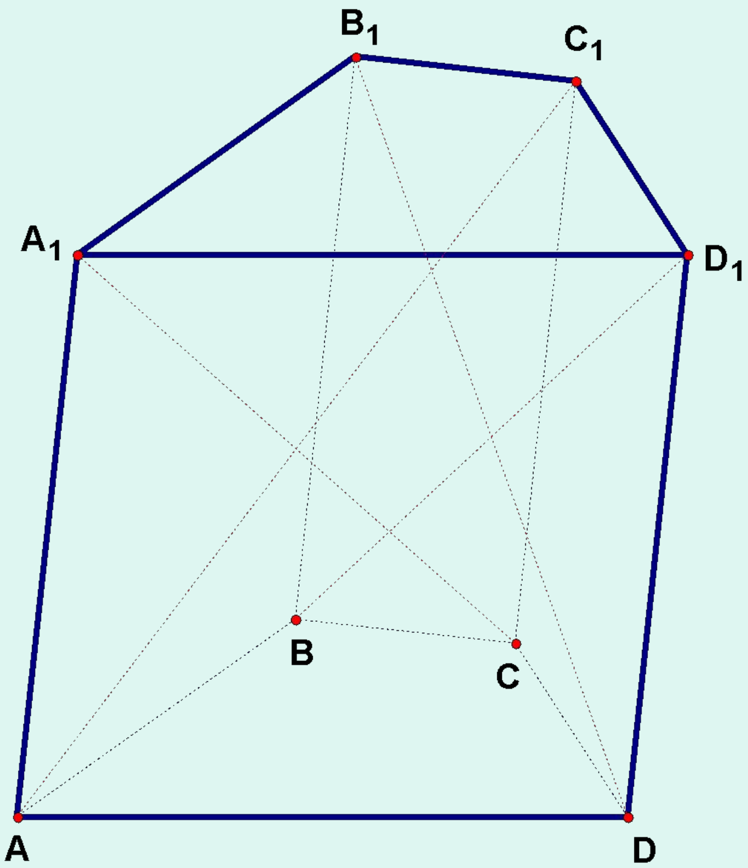


Параллелепипед

- *Если основания призмы - параллелограммы, то призма является* ***параллелепипедом***
- *В параллелепипеде все грани являются параллелограммами*

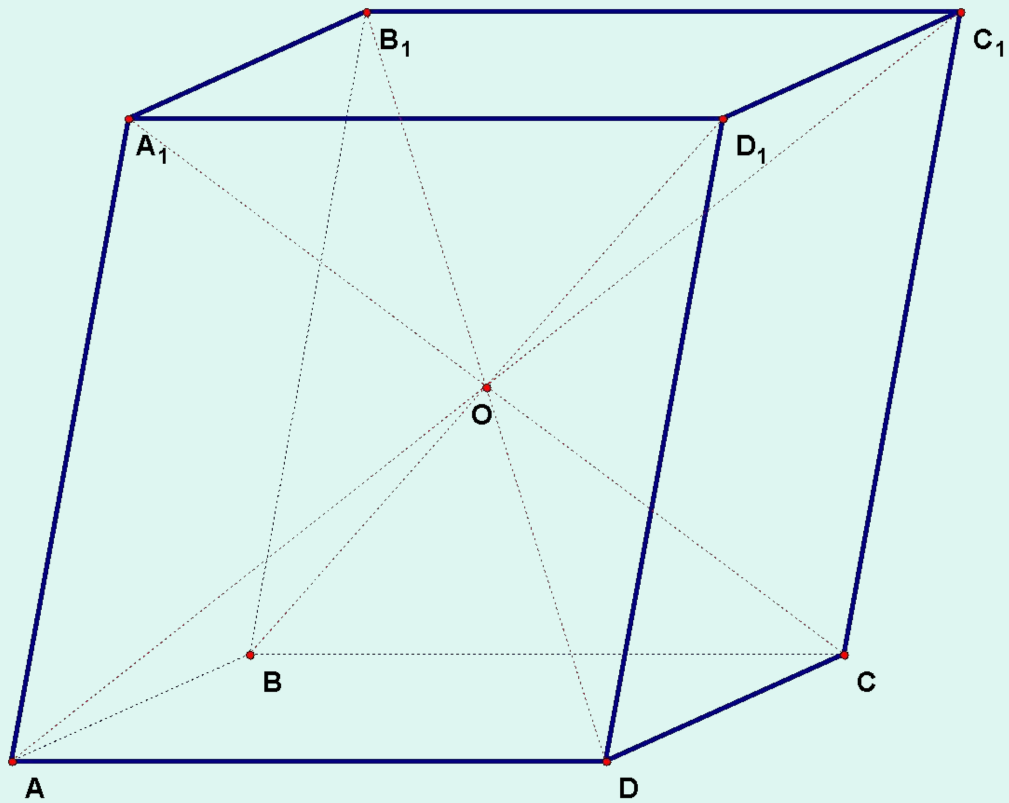


Диагонали призмы



- ***Диагональю*** *призмы называется отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани*

Диагонали параллелепипеда

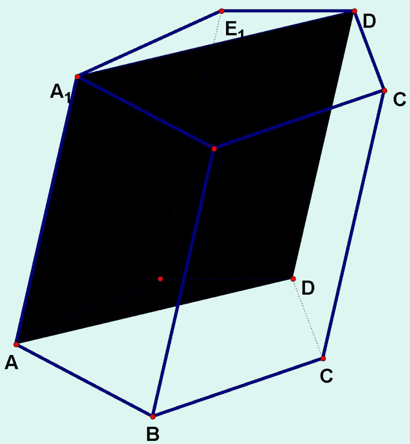


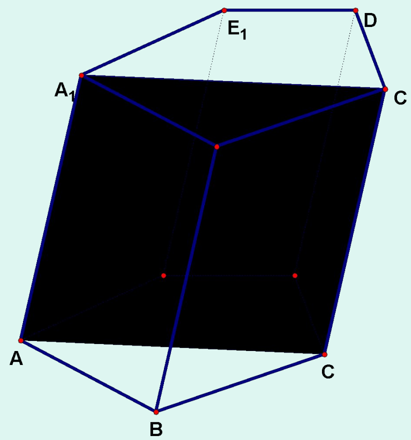
- Диагонали параллелепипеда пересекаются в **одной точке** и делятся этой точкой **пополам**

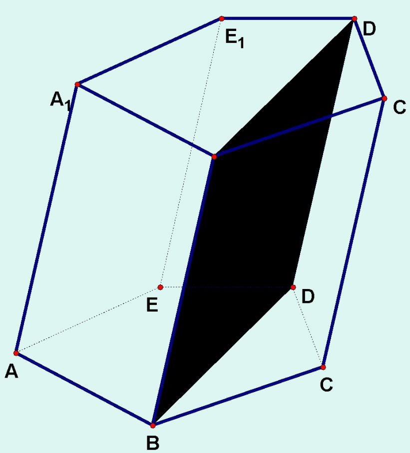
$$AO = OC_1$$
$$A_1O = OC$$
$$BO = OD_1$$
$$B_1O = OD$$

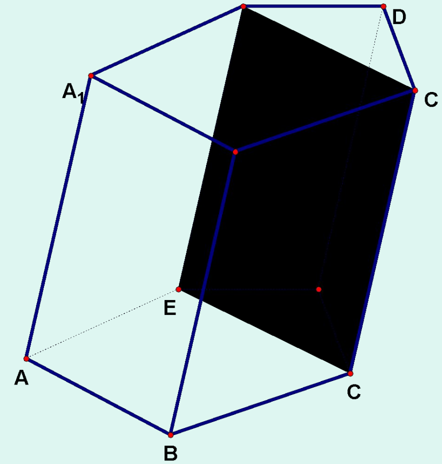
Диагональные сечения призмы

- Сечения призмы плоскостями, проходящими через два боковых ребра, не принадлежащих одной грани, называются **диагональными сечениями**
- Диагональные сечения призмы являются **параллелограммами**

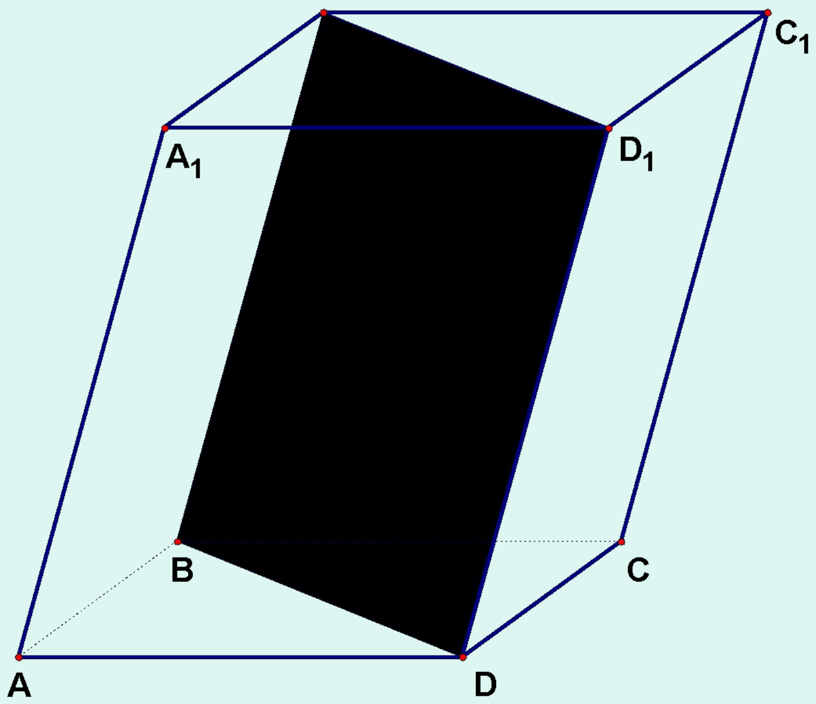


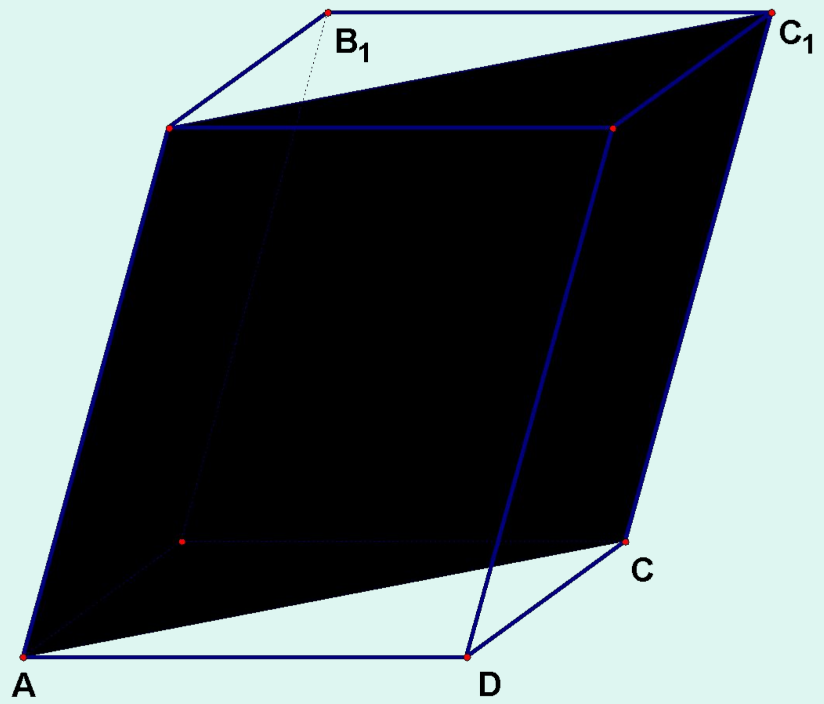






Диагональные сечения параллелепипеда





Площадь поверхности призмы

- Площадью **полной поверхности** призмы называется сумма площадей всех её граней $\left(S_{полн}\right)$
- Площадью **боковой поверхности** призмы называется сумма площадей её боковых граней $\left(S_{бок}\right)$

$$S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн}$$

Теорема о площади боковой поверхности прямой призмы

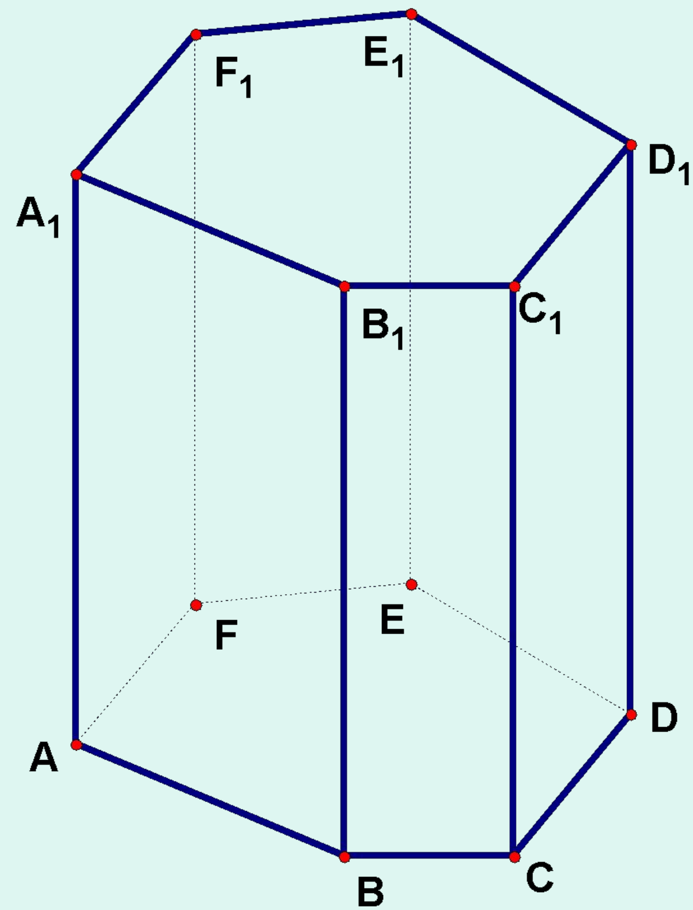
Теорема.

Площадь **боковой поверхности** прямой призмы равна произведению **периметра основания** на **высоту** призмы

$$S_{бок} = P_{осн} \cdot H$$

Доказательство теоремы

- Боковые грани прямой призмы – прямоугольники, основания которых – стороны основания призмы, а высоты равны высоте **H** призмы. Площадь боковой поверхности призмы равна сумме площадей указанных прямоугольников, т. е. равна сумме произведений сторон основания на высоту **H**. Вынося множитель **H** за скобки, получим в скобках сумму сторон основания, т.е. периметр **P**.



$$S_{бок} = S_{ABB_1A_1} + S_{BCC_1B_1} + S_{ACC_1A_1} =$$

$$= AB \cdot AA_1 + BC \cdot BB_1 + AC \cdot CC_1 =$$

$$= AB \cdot H + BC \cdot H + AC \cdot H =$$

$$= (AB + BC + AC) \cdot H =$$

$$= P_{\triangle ABC} \cdot H$$