Признак перпендикулярности плоскостей.

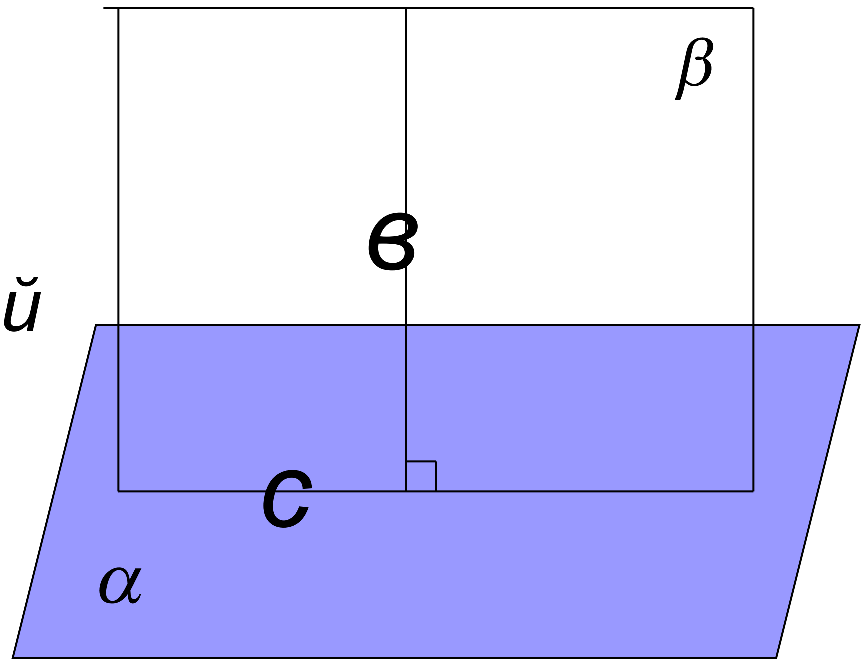
Определение

Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными, если ***третья*** *плоскость, перпендикулярная прямой пересечения этих плоскостей, пересекает их по перпендикулярным прямым.*

Теорема

Признак перпендикулярности плоскостей.

Если плоскость проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны.

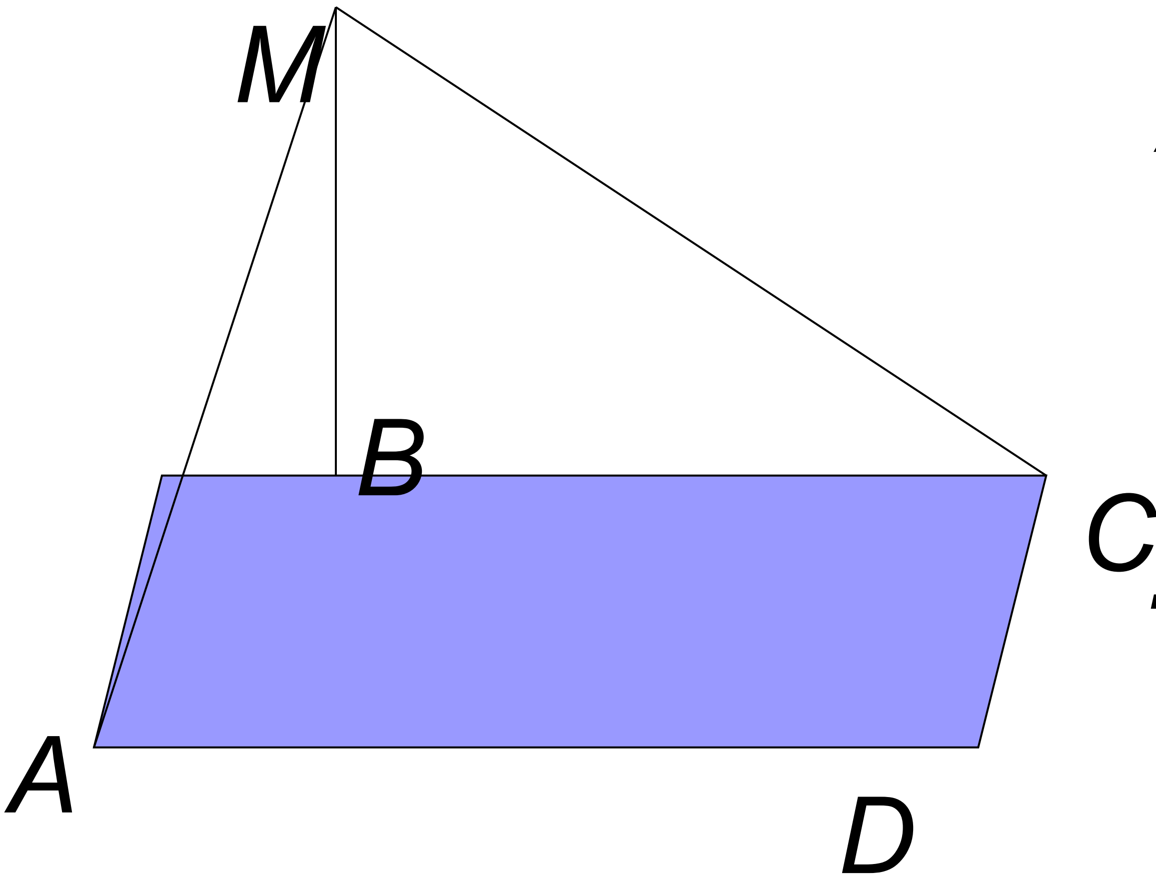


$$\alpha \perp b$$

$$b \in \beta$$

$$\alpha \cap \beta = c \Rightarrow \alpha \perp \beta$$

Устная задача

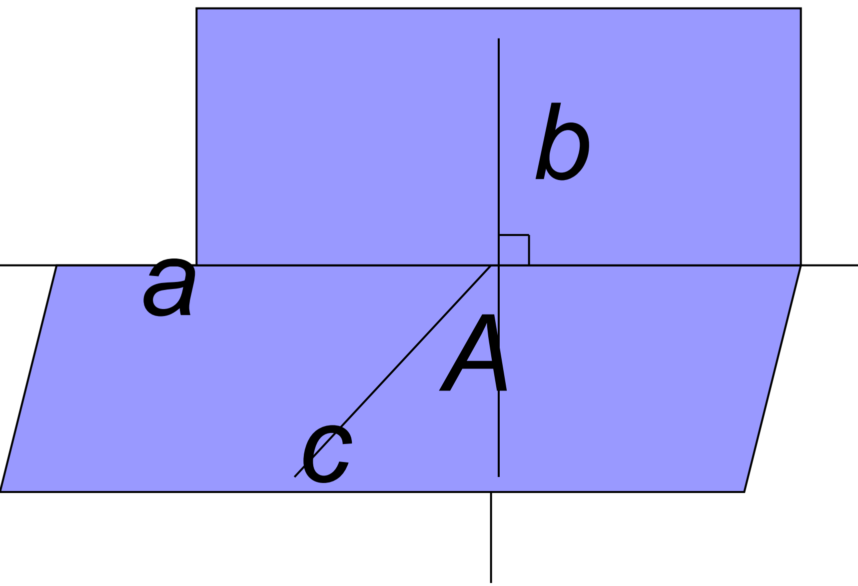


ABCD – прямоугольник

MB перпендикулярна плоскости прямоугольника

Доказать перпендикулярность плоскостей (ABM) и (MCB)

Задача



$Дано: \alpha \cap \beta = a, \alpha \perp \beta$

$b \in \beta, b \perp a$

$Доказать: b \perp \alpha$

$Доказательство: 1) b \cap \alpha = A$

$2) проведём\ c \in \alpha; c \perp \alpha; c \cap \alpha = A$

$3) т.к.\ b \cap c = A \Rightarrow \exists \gamma$

$4) \alpha \perp \gamma, т.к.\ c \perp \alpha\ и\ b \perp \alpha$

$\alpha \perp \beta,\ a \perp \gamma$

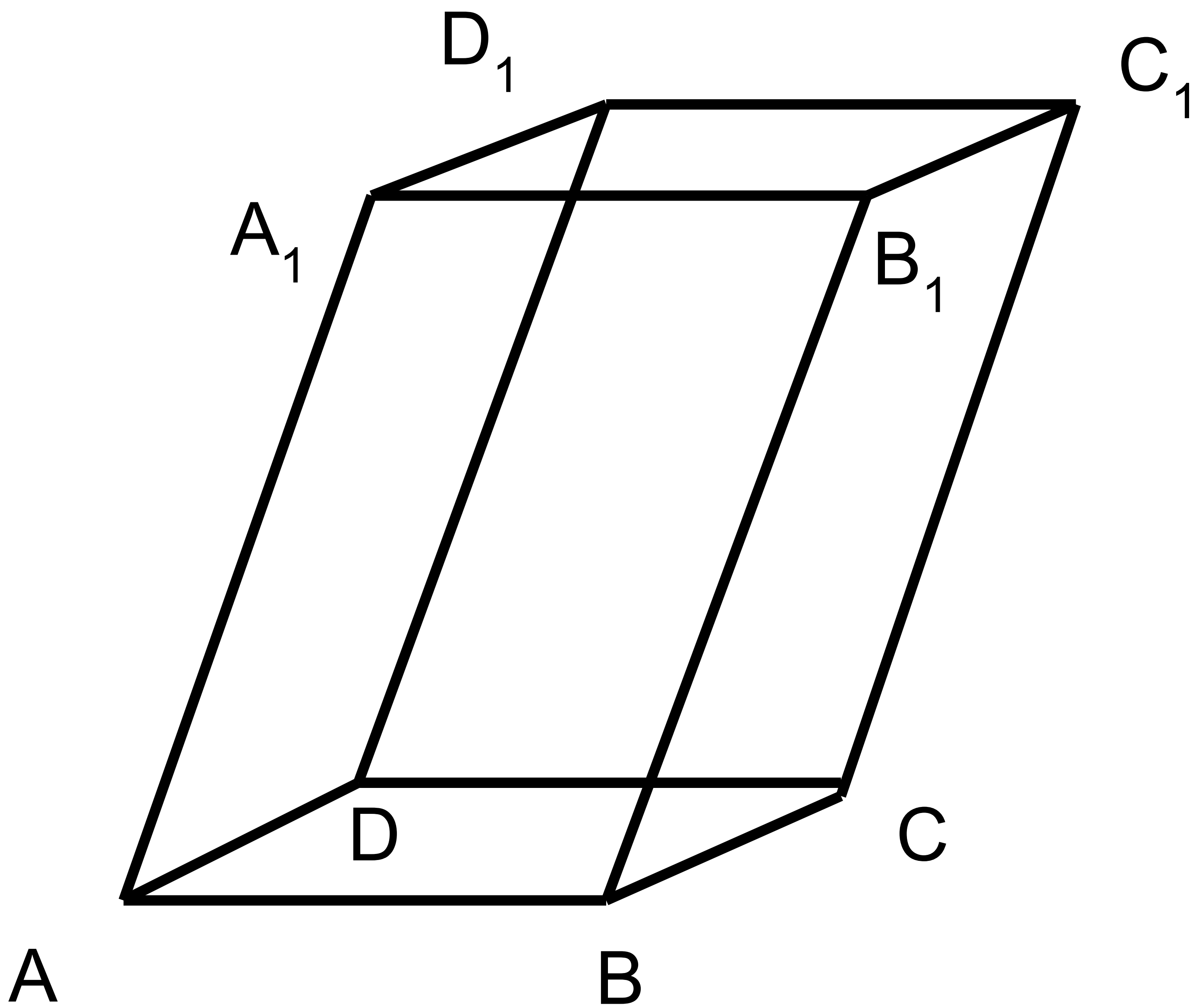
$5) \gamma \cap \alpha = c,\ \gamma \cap \beta = b\ \Rightarrow\ b \perp c$

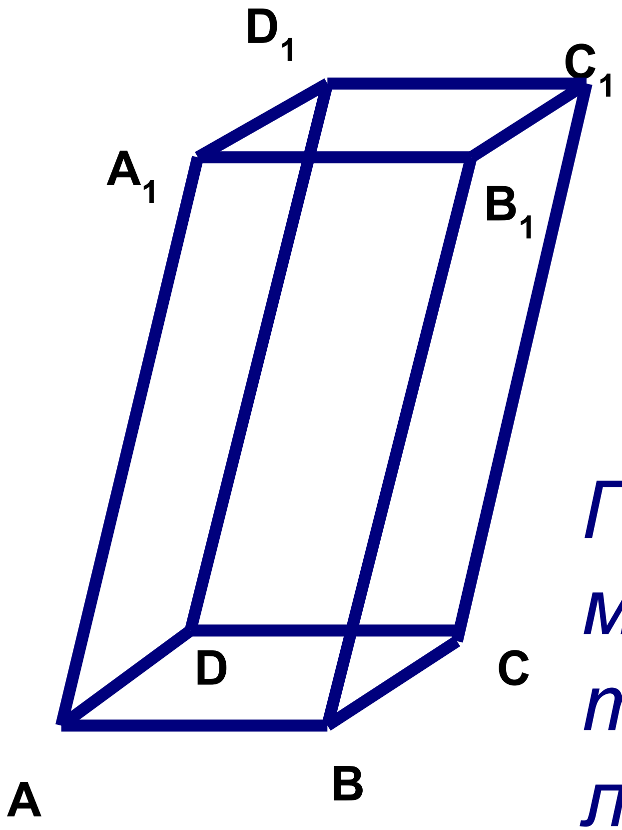
$6) b \perp a,\ b \perp c,\ a \cap c = A$

$a, c \in \alpha\ \Rightarrow\ b \perp \alpha$ (признак

перпендикулярности прямой и плоскости)

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД


D1
C1
A1
B1
D
C
A
B

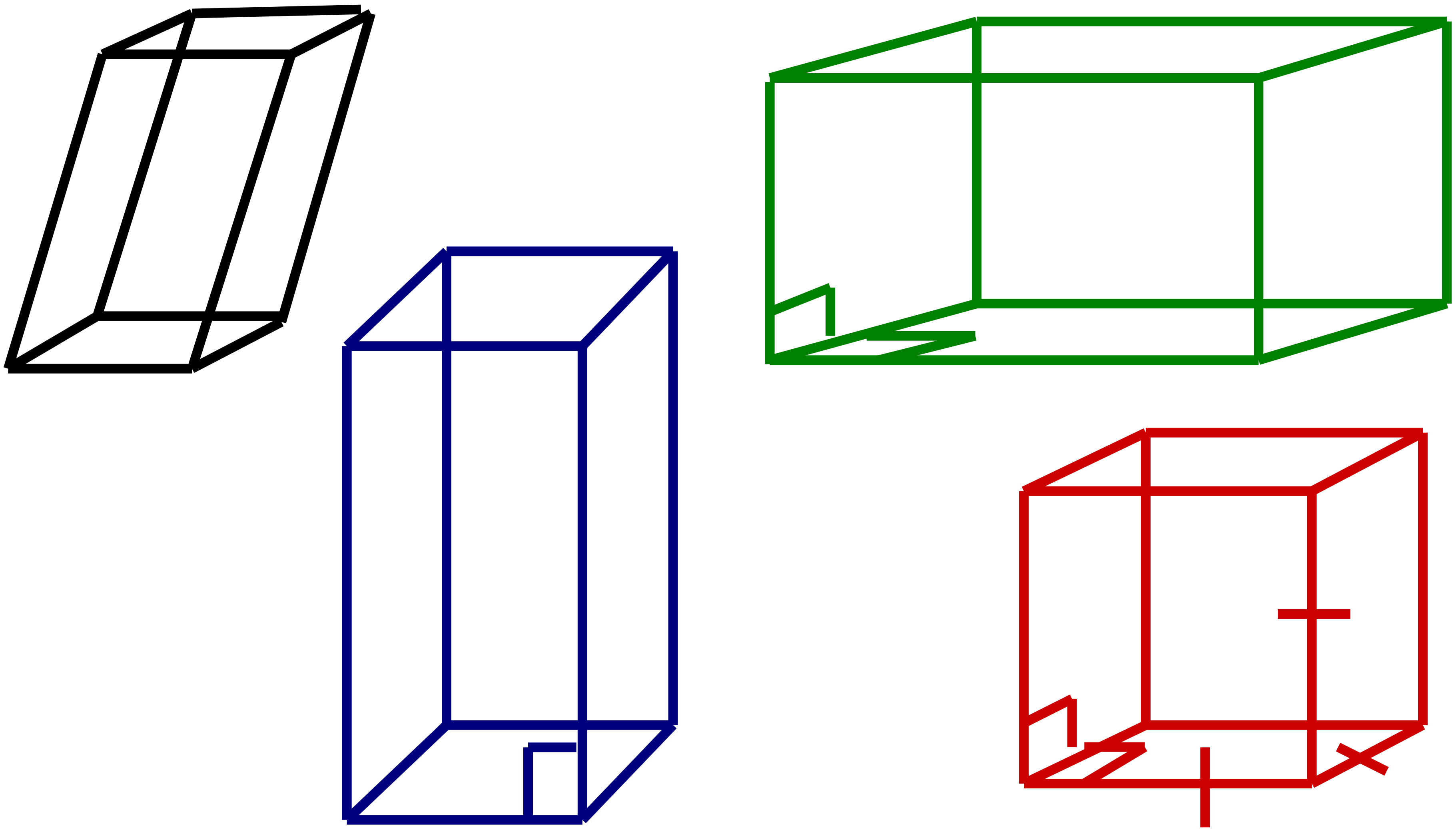


ОПРЕДЕЛЕНИЕ.

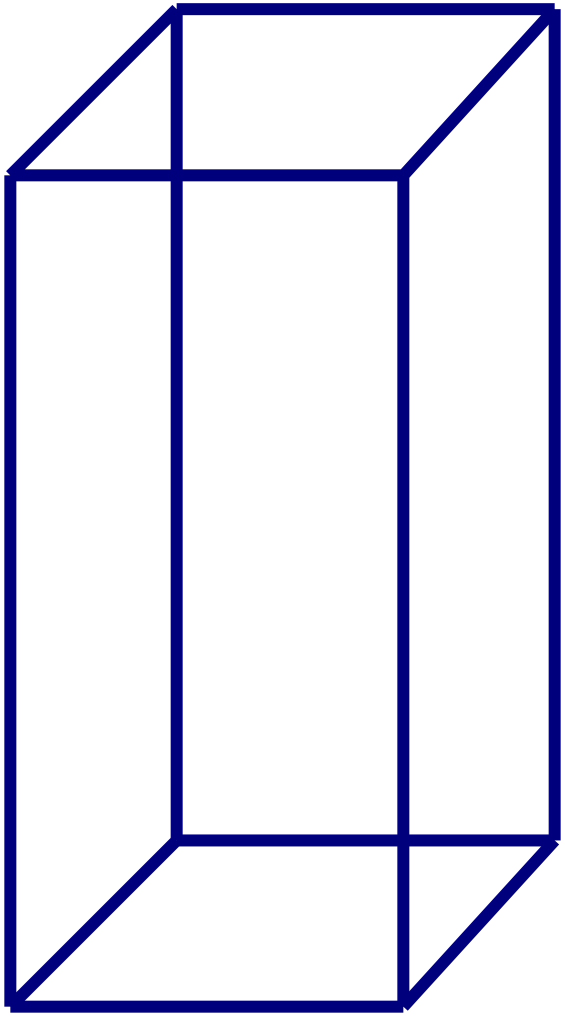
Геометрическое тело или многогранник, состоящий из трёх пар равных паралле-лограммов лежащих в парал-лельных плоскостях, называ-ется параллелепипедом

(Назвать вершины, рёбра, грани и их количество.)

ВИДЫ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

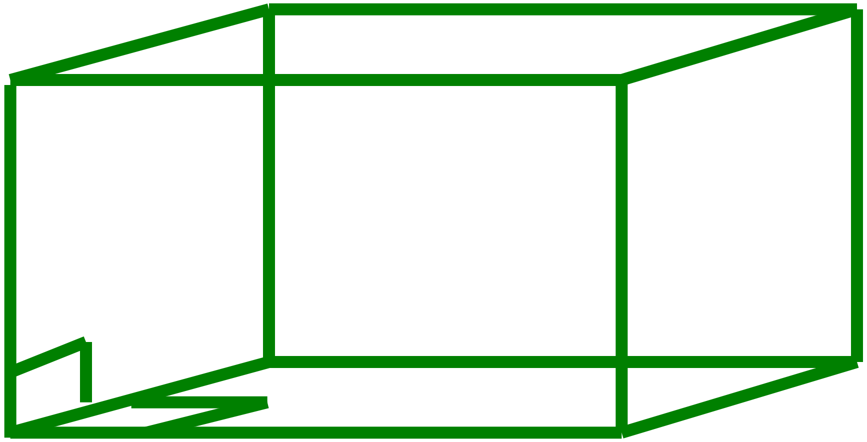


ПРЯМОЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД



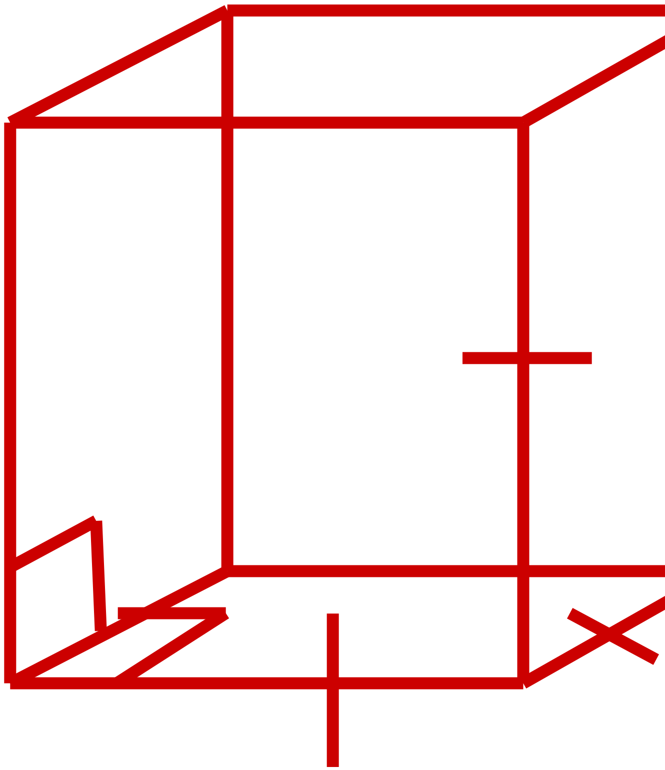
Параллелепипед,
у которого боковые
стороны перпендику-
лярны основанию,
называется прямым.

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД



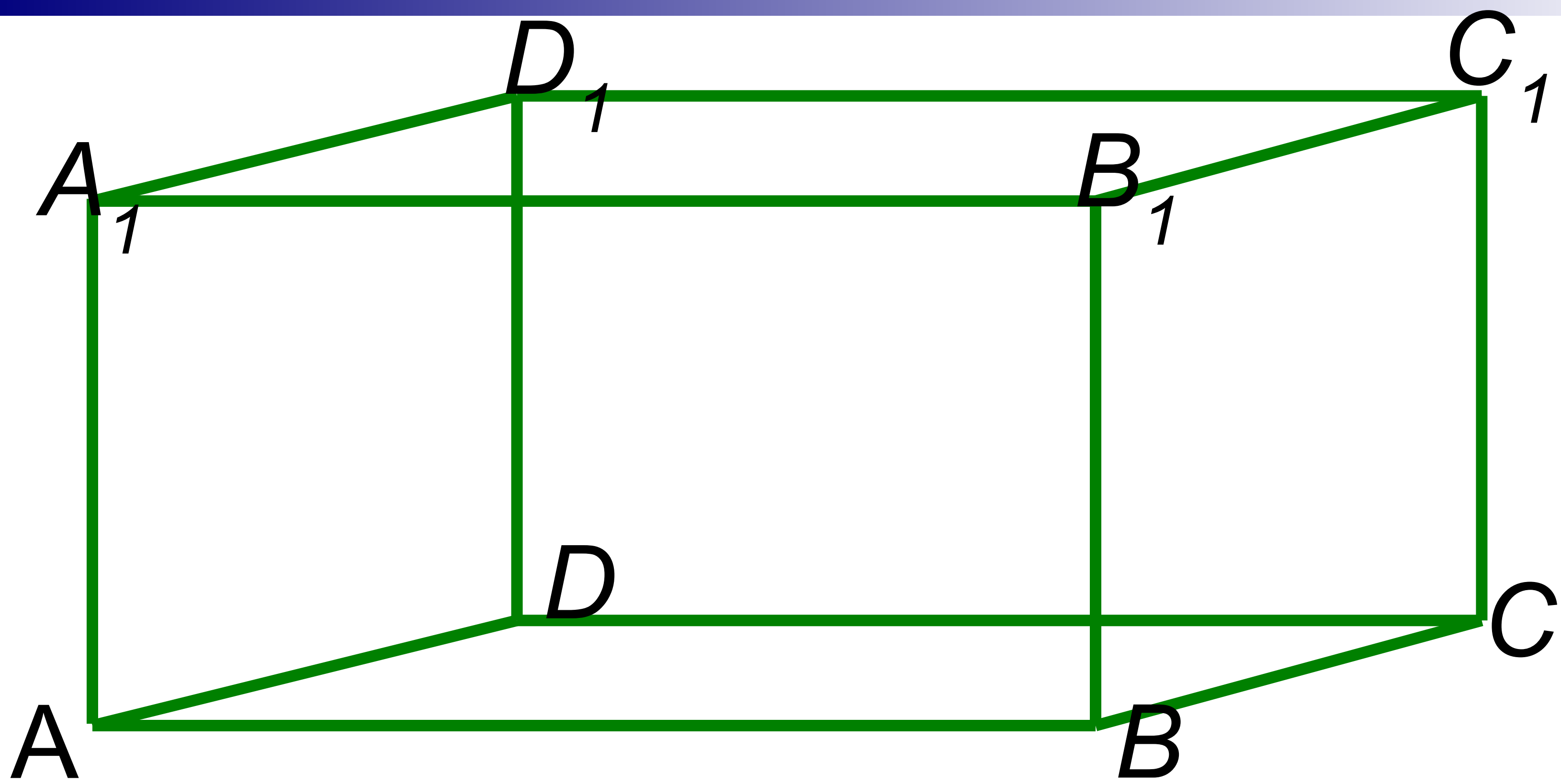
Параллелепипед называется прямо-угольным, если его боковые рёбра пер-пендикулярны к основанию, а основа-ния являются прямоугольниками.

ПРАВИЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

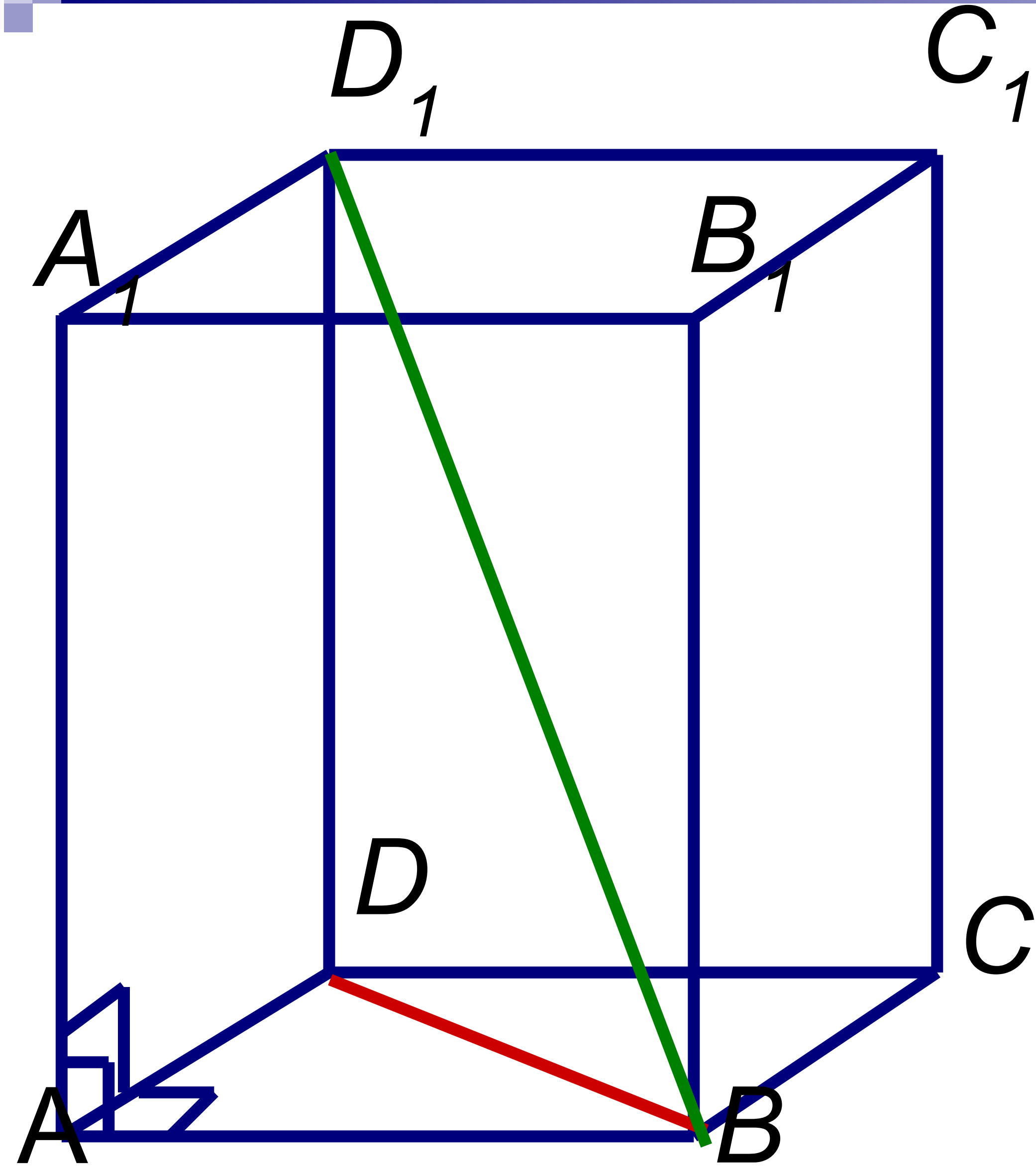


куб

(Дать определение куба)



1. В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней – прямоугольники.
2. Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда – прямые.



Доказать:

$AC_1{}^2=AB^2+AD^2+AA_1{}^2$

Доказательство:

1. Δ ABD – прямоугольный

По т. Пифагора

$DB^2=AB^2+AD^2$

2. Δ BDD_1 – прямоугольный

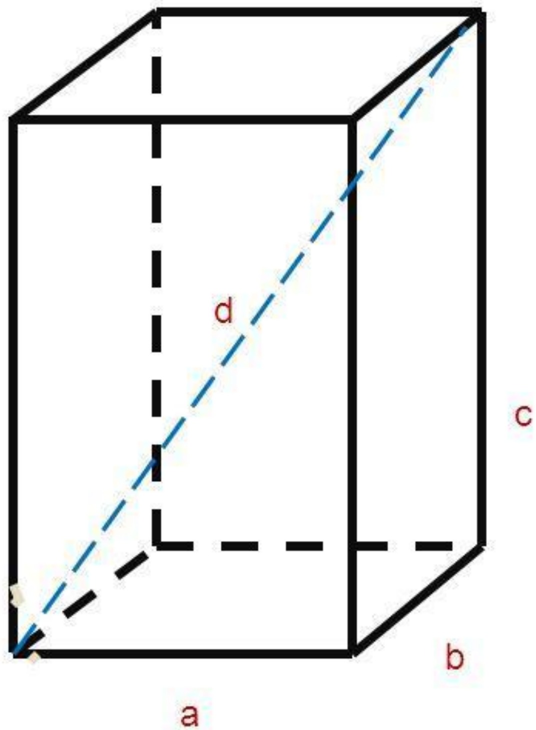
По т. Пифагора

$BD_1{}^2=BD^2+DD_1{}^2$

3. Из 1 и 2 следует: $AC_1{}^2=AB^2+AD^2+AA_1{}^2$

Задача.

Найти недостающие элементы прямоугольного параллелепипеда:

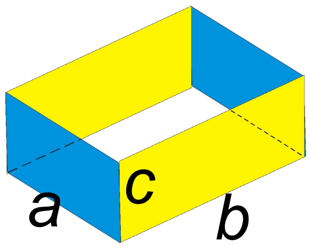


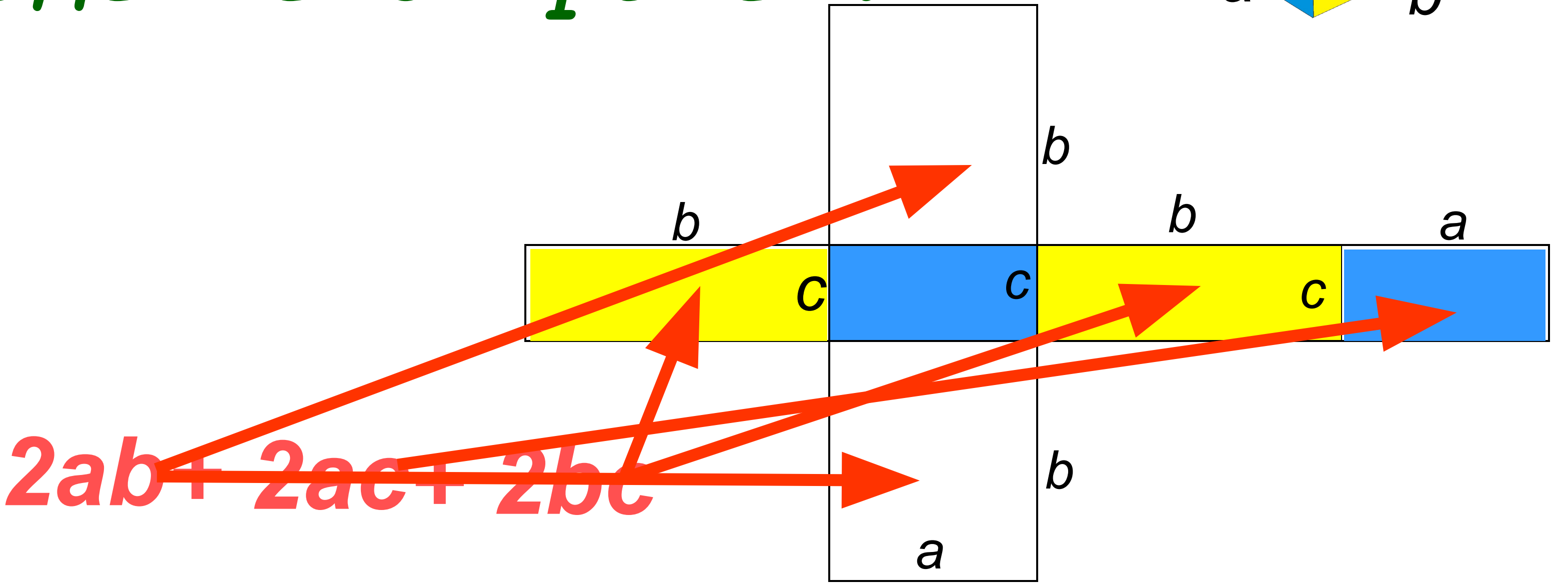
1. $a=2$, $b=4$, $c=4$, $d=?$

2. $a=?$, $b=6$, $c=5$, $d=10$

3. $a=3$, $b=7$, $c=?$, $d=\sqrt{74}$

Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда-это сумма площадей его граней.

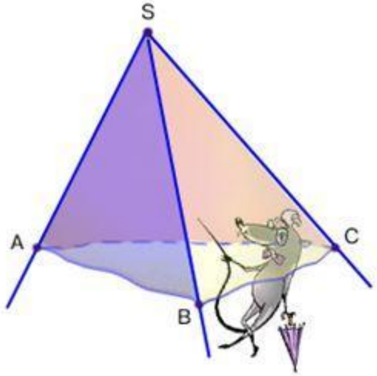




Развертка прямоугольного параллелепипеда

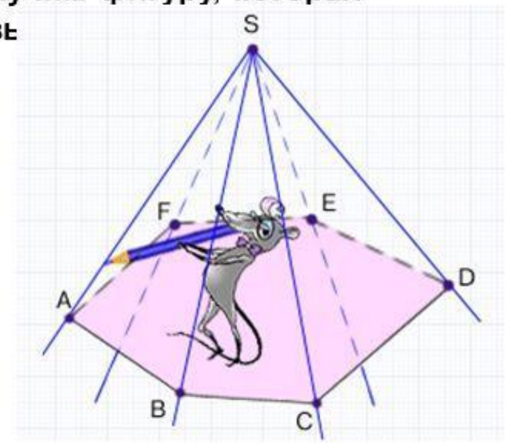
Трёхгранные и многогранные углы:

Трёхгранным углом называется фигура образованная тремя плоскостями, ограниченными тремя лучами, исходящими из одной точки и не лежащей в одной плоскости.



Трехгранный угол

Рассмотрим какой-нибудь плоский многоугольник и точку лежащую вне плоскости этого многоугольника. Проведём из этой точки лучи, проходящие через вершины многоугольника. Мы получим фигуру, которая назь



Трёхгранный угол — это часть пространства, ограниченная тремя **плоскими углами** с общей вершиной и попарно общими сторонами, не лежащими в одной плоскости. Общая вершина О этих углов называется вершиной трёхгранного угла. Стороны углов называются рёбрами, плоские углы при вершине трёхгранного угла называются его гранями. Каждая из трёх пар граней трёхгранного угла образует двугранный угол

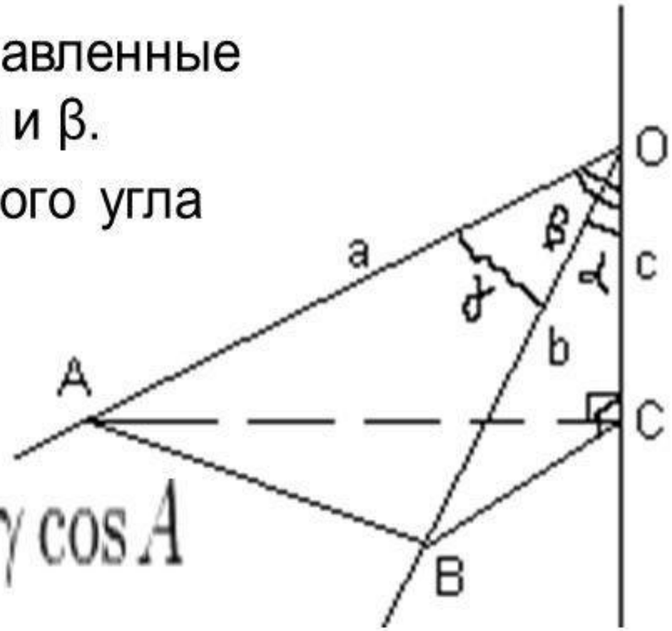
Основные свойства трехгранного угла

1. Каждый плоский угол трёхгранного угла меньше суммы двух других его плоских углов.

$$\alpha + \beta > \gamma; \ \alpha + \gamma > \beta; \ \beta + \gamma > \alpha$$

α, β, γ — плоские углы,
A, B, C — двугранные углы, составленные плоскостями углов β и γ, α и γ, α и β.

2. Сумма плоских углов трёхгранного угла меньше 360 градусов



3. Первая теорема косинусов для трёхгранного угла

$$\cos\alpha = \cos\beta\cos\gamma + \sin\beta\sin\gamma\cos A$$

4. Вторая теорема косинусов для трёхгранного угла

$$\cos A = -\cos B\cos C + \sin B\sin C\cos\alpha,$$

,

5. Теорема синусов

$$\frac{\sin\alpha}{\sin A} = \frac{\sin\beta}{\sin B} = \frac{\sin\gamma}{\sin C}$$

Многогранный угол, внутренняя область которого расположена по одну сторону от плоскости каждой из его граней, называется **выпуклым многогранным углом**. В противном случае многогранный угол называется **невыпуклым**.

Домашнее задание:

п. 24, №188, 195