

НОУ диПСО «Праздник+»

# *Признаки параллелограмма*



выполнила учитель математики  
*Твердохлеб Гюнай Эхсановна*

г.Санкт-Петербург



## Цели урока:

- ✓ рассмотреть признаки параллелограмма и закрепить полученные знания в процессе решения задач;
- ✓ совершенствовать навыки решения задач.



## ***Теоретический опрос:***

- Что такое параллелограмм?
- Сформулируйте свойства:
  - противоположных сторон; противоположных углов параллелограмма
  - диагоналей параллелограмма
  - односторонних углов параллелограмма



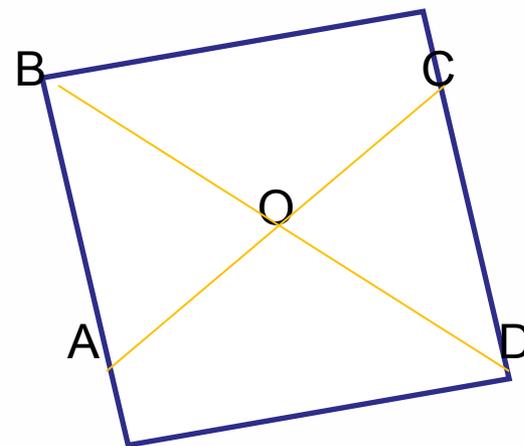
*Дано:* ABCD – парал-м  
Перечислить свойства данного  
парал-ма

Проверка:

1)  $AB=CD$ ;  $BC=AD$ ;  $\sphericalangle A=\sphericalangle C$ ;  
 $\sphericalangle B=\sphericalangle D$

2)  $AO=CO$ ;  $BO=DO$

3)  $\sphericalangle A+\sphericalangle B=180^\circ$ ;  $\sphericalangle B+\sphericalangle C=180^\circ$ ;  
 $\sphericalangle C+\sphericalangle D=180^\circ$ ;  $\sphericalangle A+\sphericalangle D=180^\circ$





# Задача 1.

Дано:  $ABCD$  - парал-м

$AE$  – биссектриса угла  $BAD$

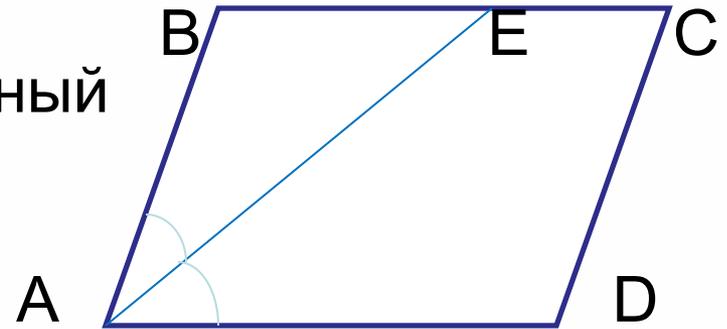
Доказать:  $\triangle ABE$  – равнобедренный

Доказательство: Т.к.  $ABCD$

– парал-м, значит  $BC \parallel AD$ , тогда

$\angle EAD = \angle BEA$  как накрест лежащие при параллельных прямых  $BC$  и  $AD$  и секущей  $AE$ .  $AE$  – биссектриса  $\angle BAD$ , значит  $\angle BAE = \angle BEA$ .

В  $\triangle ABE$   $\angle BAE = \angle BEA$ , значит,  $\triangle ABE$  – равнобедренный с основанием  $AE$ .





## Задача 2.

Дано:  $ABCD$  – парал-ам,  
 $BE$ - бисс-са  $\angle CBA$ ,  
 $AE$  – бисс-са  $\angle BAD$ .

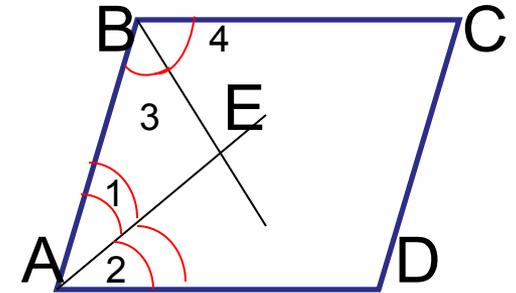
Доказать:  $BE \perp AE$

Доказательство:  $AE$ - бисс-са  $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$ .  $BE$  – бисс-са  
 $\Rightarrow \angle 3 = \angle 4$ .

В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна  $180^\circ$ , поэтому  $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$ , т.е.  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ .

Т.к.  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ , то  $2 \cdot (\angle 1 + \angle 3) = 180^\circ$ ,  $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ .

В  $\triangle ABE$   $\angle AEB = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 3) = 90^\circ$ , т.е.  $BE \perp AE$ .





## *Фронтальный опрос:*

- Что означают слова «свойства» и «признак»?
- Что такое обратная теорема?
- Всегда ли верно утверждение, обратное данному? Приведите примеры



# Признаки параллелограмма:

1. Рис.1 - Если  $AB=CD$  и  $AB\parallel CD$ , то  $ABCD$  – параллелограмм
2. Рис. 2 - Если  $AB=CD$  и  $BC=AD$ , то  $ABCD$  – параллелограмм
3. Рис. 3 - Если  $AC\cap BD=O$  и  $BO=OD$ ,  $AO=OC$ , то  $ABCD$  – параллелограмм

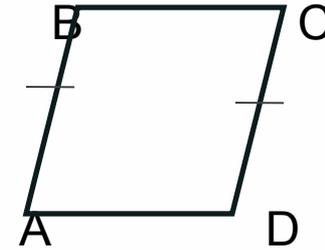


рис.1

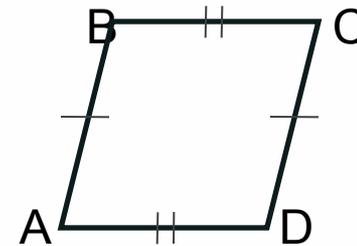


рис.2

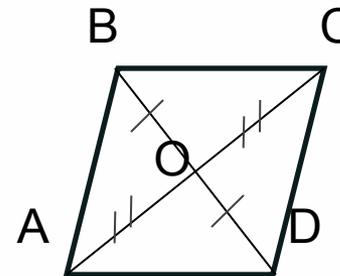


рис. 3



# Задача 3.

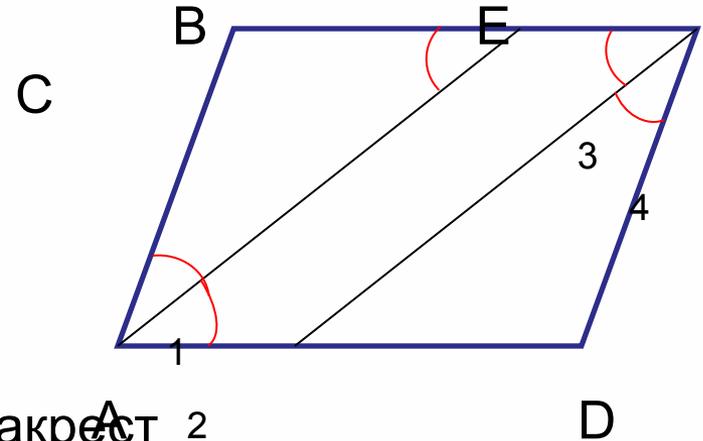
Дано:  $ABCD$  – парал-ам,  
 $AE$ ,  $CK$  – бисс-сы  $\angle A$  и  $\angle C$

Доказать:  $AE \parallel CK$  или  $AE$  и  $CK$   
совпадают

Доказательство:

Т.к.  $ABCD$ - паралл-ам, то  $\angle 2 = \angle BEA$ , как накрест  
лежащие при параллельных прямых  $BC$  и  $AD$  и секущей  $AE$ . В  
паралл-ме противоположащие углы равны, след-но,  $\angle BAD = \angle BCD$ ,  
значит,  $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$ .

Так как  $\angle 2 = \angle BEA$ ,  $\angle 2 = \angle 3$ , то  $\angle BEA = \angle 3 \Rightarrow$  прямые  $AE$  и  $CK$   
параллельны, по признаку параллельности прямых. Прямые  $AE$  и  $CK$   
совпадут, если в параллелограмме смежные стороны равны.





## Задача № 379

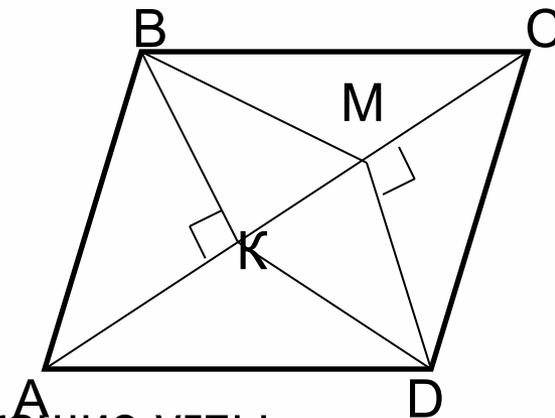
Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,

$BK \perp AC$ ,  $DM \perp AC$

Доказать:  $BMDK$  – параллелограмм

Доказательство:

- 1)  $\triangle BKC = \triangle DMA$  по гипотенузе и острому углу ( $\angle BCK = \angle DAC$  как накрест лежащие углы при параллельных прямых  $AD$  и  $BC$  и секущей  $AC$ ,  $BC = AD$  как противоположащие стороны паралл-ма,  $\triangle BKC = \triangle DMA$  прямоугольные), значит  $MD = BK$ .
- 2)  $\triangle BMK = \triangle DKM$  – прямоугольные,  $\triangle BMK = \triangle DKM$  по двум катетам ( $MD = BK$ ,  $KM$ - общий катет), значит  $BM = DK$ .
- 3) В четырехугольнике  $BMDK$  противоположащие стороны равны ( $MD = BK$  и  $BM = DK$ ), следовательно  $BMDK$  – параллелограмм.





# Самостоятельная работа

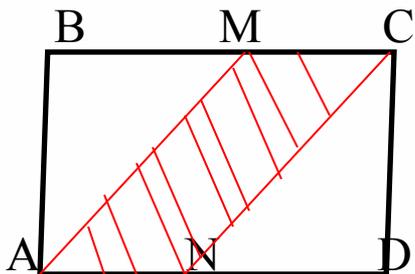
## Вариант 2.

### Вариант 1.

Дано:  $ABCD$  – паралл-ам

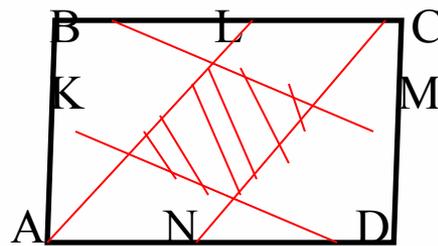
$M$  – середина  $BC$ ,  $N$  – середина  $AD$

Доказать:  $AMCN$  – параллелограмм



2. В треугольнике  $ABC$  медиана  $AM$  продолжена за точку  $M$  до точки  $D$  на расстояние, равное  $AM$ , так, что  $AM=MD$ . Докажите, что  $ABDC$  – параллелограмм

1. Точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  – середины соответственно  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$  параллелограмма  $ABCD$ . Доказать, что четырехугольник с вершинами в точках пересечения прямых  $AL$ ,  $BM$ ,  $CN$  и  $DK$  – параллелограмм.



1. На сторонах  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$  параллелограмма  $ABCD$  взяты соответственно точки  $M$ ,  $N$ ,  $K$ ,  $L$ , делящие эти стороны в одном и том же отношении (при обходе по часовой стрелке). Докажите, что  $KLMN$  – параллелограмм.



# Домашнее задание:

п. 43, вопрос 9

Задачи № 383, 373, 378





## ***Используемая литература:***

1. Учебник «Геометрия 7-9», автор Л.С. Атанасян и др.
2. «Поурочные разработки по геометрии. 7 класс» Н.Ф.Гаврилова