

Признаки параллелограмма

Цель урока:

Рассмотреть признаки параллелограмма и закрепить полученные знания в процессе решения задач.

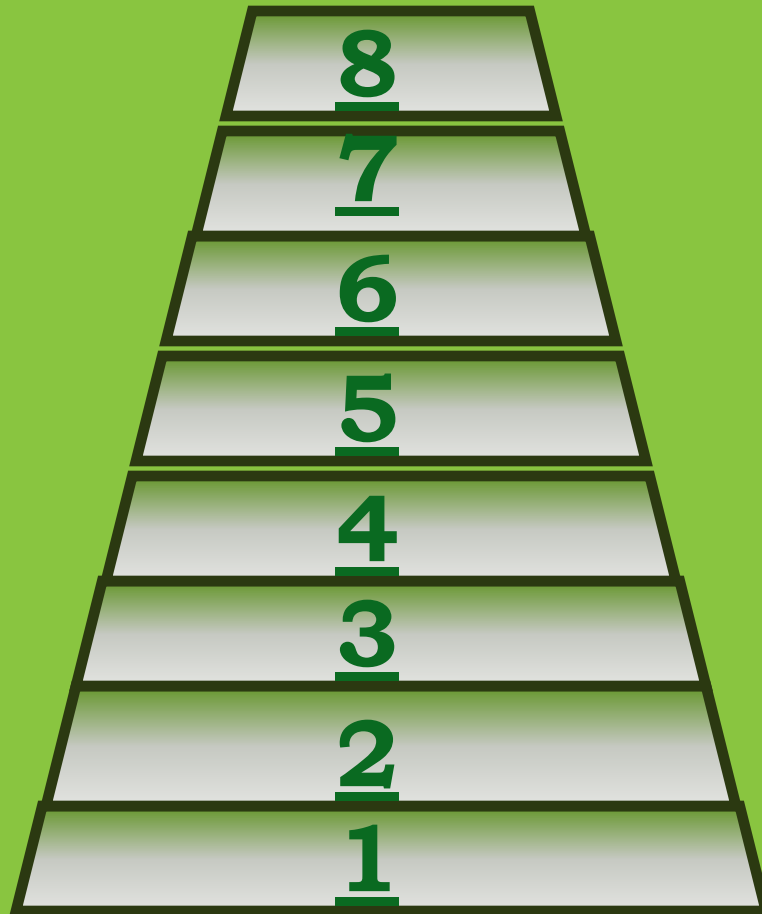
свойства

параллелограмма

1°. Биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник.

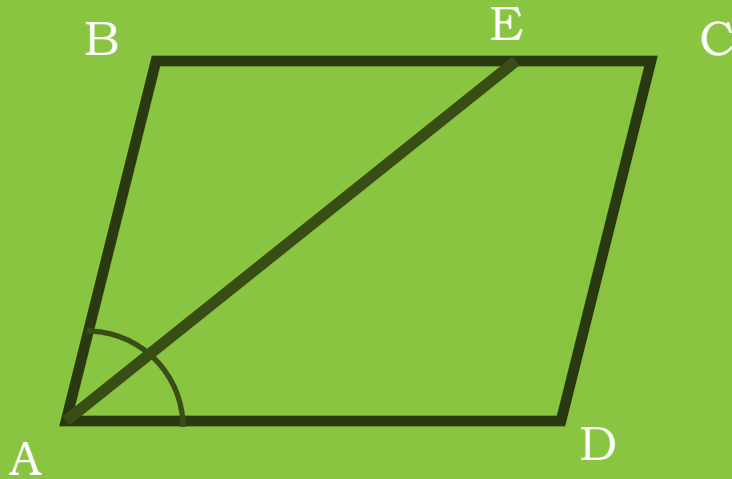
2°. Биссектрисы соседних углов параллелограмма перпендикулярны, а биссектрисы противоположных углов параллельны или лежат на одной прямой.

Индивидуальная работа по карточкам



1°. Биссектриса угла

параллелограмма отсекает от него
равнобедренный треугольник.



Дано:

ABCD – параллелограмм,

AE – биссектриса угла BAD.

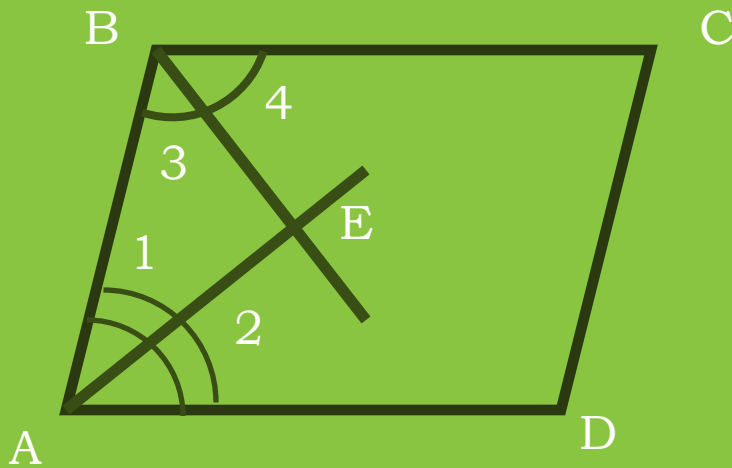
Доказать: $\triangle ABE$ –
равнобедренный.

Доказательство:

Так как ABCD – параллелограмм, значит $BC \parallel AD$, тогда угол $EAD =$ углу BEA как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AE. AE – биссектриса угла BAD, значит, угол $BAE =$ углу EAD , поэтому угол $BAE =$ углу BEA . В $\triangle ABE$ угол $BAE =$ углу BEA , значит, $\triangle ABE$ – равнобедренный с основанием AE.

2. Биссектрисы соседних углов параллелограмма перпендикулярны, а биссектрисы противоположных углов параллельны или лежат на одной прямой.

Дано:



ABCD – параллелограмм,

BE – биссектриса угла CBA,

AE – биссектриса угла BAD.

Доказать: $BE \perp AE$

Доказательство:

AE – биссектриса, следовательно $\angle 1 = \angle 2$. BE – биссектриса $\Rightarrow \angle 3 = \angle 4$. В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180° , поэтому $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$, то есть $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$. Так как $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$, то $2 \cdot (\angle 1 + \angle 3) = 180^\circ, \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$. В $\triangle ABE = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 3) = 90^\circ$, то есть $BE \perp AE$.

Свойст
?

во

**Обратная
теорема**

Призна
?

к

СВОЙСТВА

ПРИЗНАКИ



СВОЙСТВА

Если
наступила
осень, то
становится
холодно,
падают
листья,
идут
холодные
затяжные
дожди

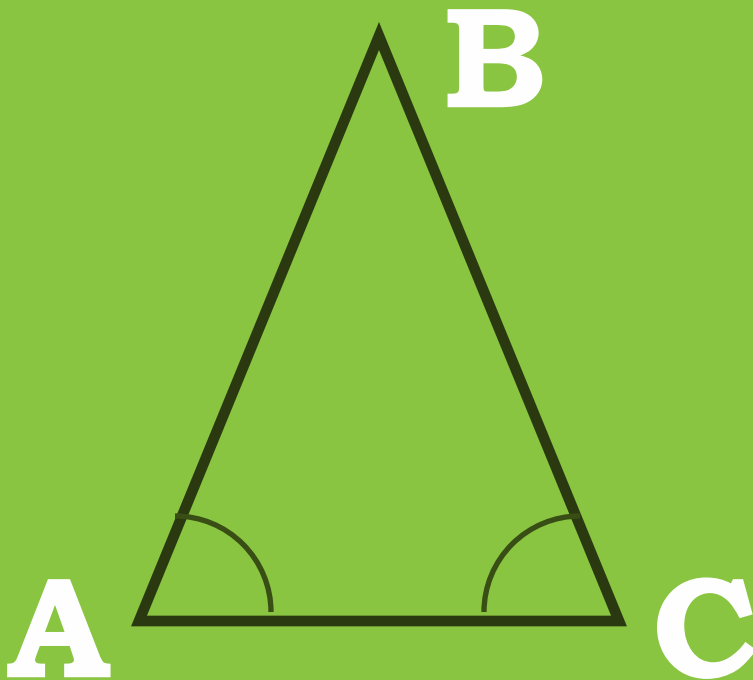


ПРИЗНАКИ

Если
становится
холодно,
падают
листья,
идут
холодные
затяжные
дожди, то
это
осень

СВОЙСТВО равнобедренно ГО треугольника

В равнобедренном
треугольнике углы
при основании
равны



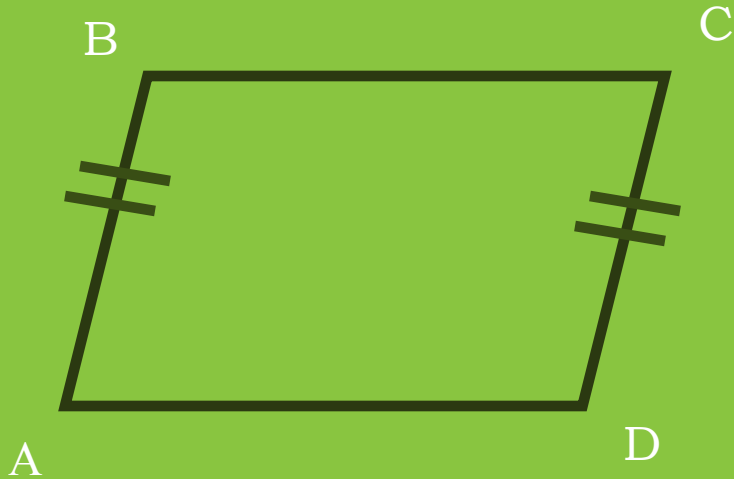
Призна

Если в треугольнике
углы при основании
равны, то этот
треугольник
равнобедренный.

Признаки параллелограмма

1. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то это четырехугольник – параллелограмм.
2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм.
3. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.

1°. Если $AB=CD$ и $AB \parallel CD$, то $ABCD$ -параллелограмм.



Дано:

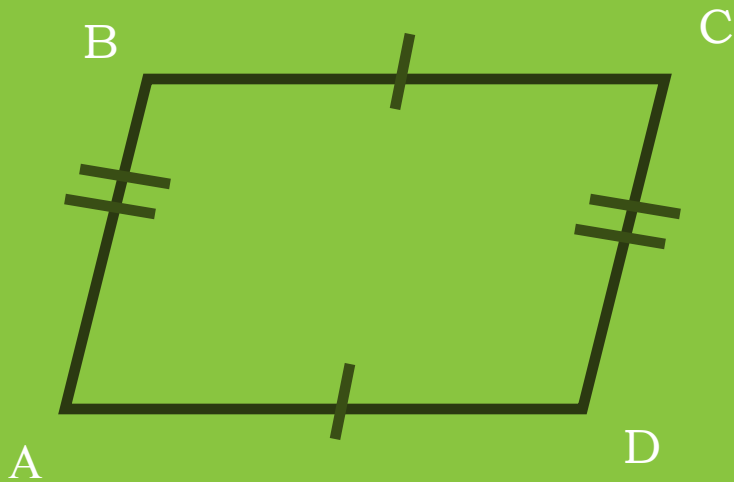
$ABCD$ –четырехугольник.

$AB=CD$ и $AB \parallel CD$.

Доказать, что $ABCD$ -параллелограмм.

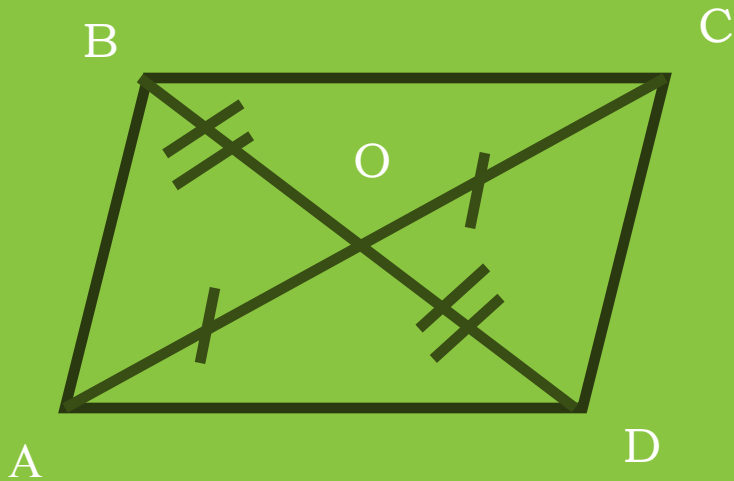
Доказательство:

2°. Если $AB=CD$ и $BC=AD$, то $ABCD$ -параллелограмм.



Дано:
 $ABCD$ – четырехугольник.
 $AB=CD$ и $BC=AD$.
Доказать, что $ABCD$ -
параллелограмм.

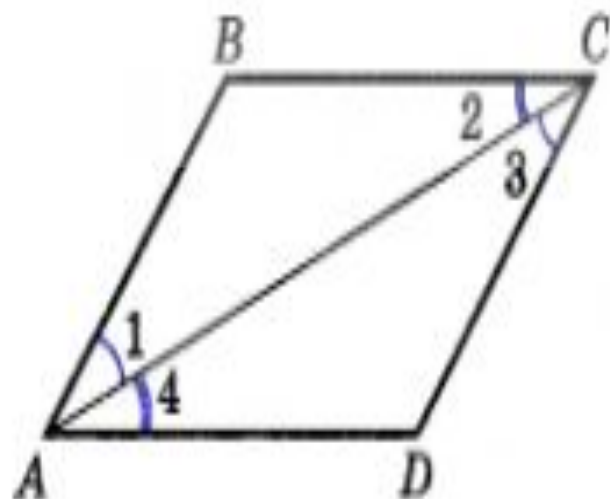
3°. Если $AC \cap BD = O$ и $BO = OD, AO = OC$, то $ABCD$ -параллелограмм.



Дано:
 $ABCD$ –четырехугольник.
 $AC \cap BD = O$ и $BO = OD$,
 $AO = OC$.
Доказать, что $ABCD$ -
параллелограмм.

На рисунке в четырехугольнике $ABCD$ $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$.

Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.



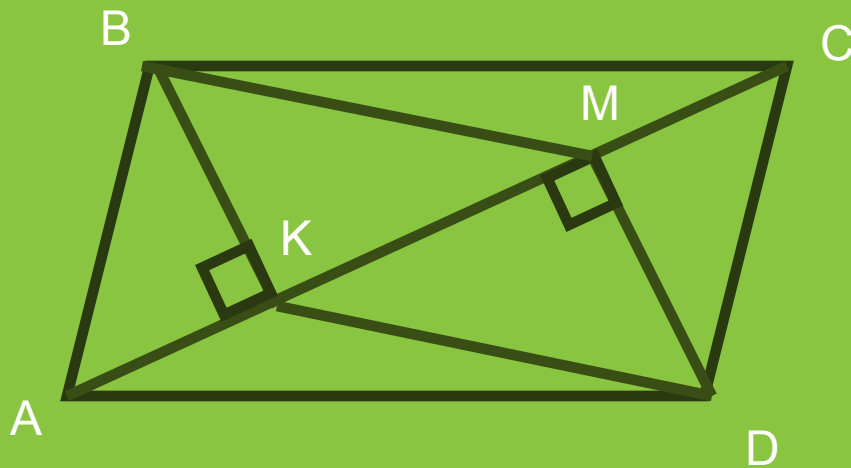
Доказательство.

1) Так как $\angle 1 = \angle 3$, а эти углы — _____ при пересечении прямых _____ и _____ секущей _____, то прямые _____ и _____ параллельны.

2) Так как $\angle 2 = \angle 4$, то прямые _____ и _____ также параллельны.

Итак, четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм, так как его стороны _____

Задача № 379.



Дано:

ABCD –параллелограмм,

$BK \perp AC, DM \perp AC$

Доказать: BMDK –
параллелограмм.

Самостоятельное решение задач



Задача №1.

Дано:

$ABCD$ - параллелограмм, M -
середина BC , N – середина AD .

Доказать: $AMCN$ – параллелограмм.

Доказательство:

Так как M – середина BC , N – середина AD , то $BM=MC$, $AN=ND$. Но $BC=AD$ как противоположные стороны параллелограмма, тогда $MC = AN$. $BC \parallel AD$ как противоположные стороны параллелограмма, значит $MC \parallel AN$. В четырехугольнике $AMCN$ противоположные стороны MC и AN равны и параллельны, следовательно, $AMNC$ – параллелограмм.



Задача №2.

Дано:

$\triangle ABC$ - треугольник, AM - медиана,
 $D \in AM$, $AM = MD$.

Доказать: $ABDC$ –параллелограмм.

Доказательство:

Так как AM – медиана $\triangle ABC$, то $CM = BM$. По Построению $AM = DM$.

Получили, что в четырехугольнике $ABDC$ диагонали AD и BC пересекаются в точке M и точкой пересечения делятся пополам, следовательно, $ABDC$ – параллелограмм.



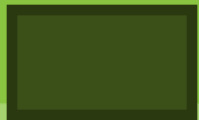
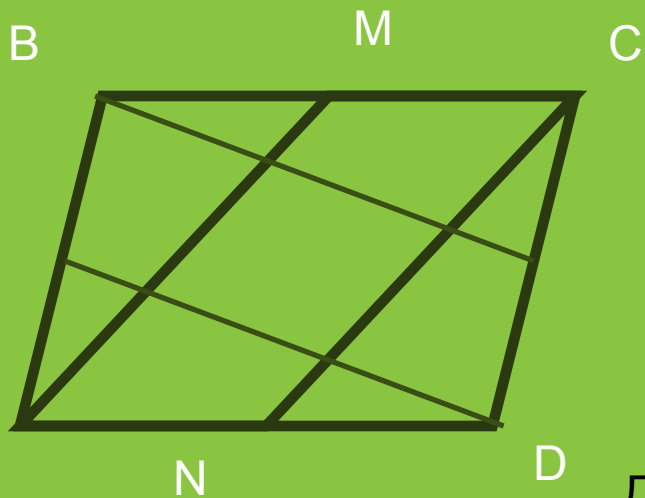
Задача №3.

Дано:

ABCD- параллелограмм, K,L,M и N- середины сторон соответственно AB, BC, CD, AD.

Доказать, что четырехугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL, BM, CN, DK - параллелограмм.

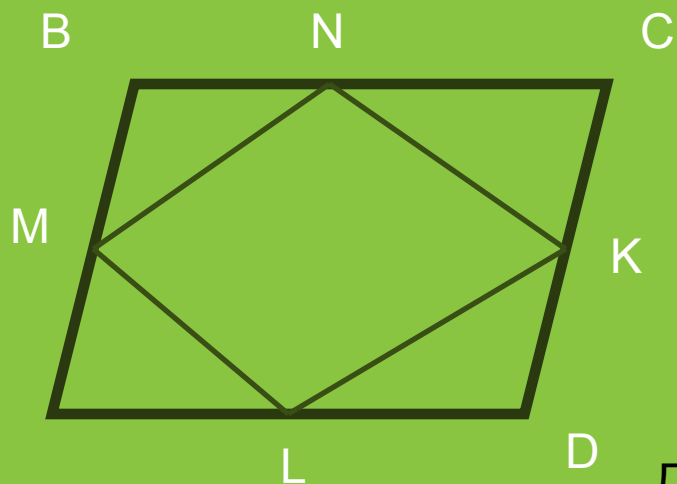
Доказательство:



Задача №4.

Дано:

ABCD- параллелограмм, K,L,M и N- середины сторон соответственно AB, BC, CD, AD.



Доказать, что четырехугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL, BM, CN, DK - параллелограмм.

Доказательство:

По условию задачи $AM:MB=BN:NC=CK:KD=DL:AL$. В параллелограмме ABCD $AB=CD$, $BC=AD$, тогда $AM=CK$, $BM=KD$, $BN=DL$, $NC=LA$. $\triangle NCK=\triangle LAM$, $\triangle MBN=\triangle DKL$ по двум сторонам и углу между ними (угол A=углу C, угол B=углу D как противолежащие углы параллелограмма), тогда $MN=KL$, $NK=ML$, следовательно, в четырехугольнике MNKL противолежащие стороны равны, а это значит, что MNKL – параллелограмм.



Домашнее задание

П. 43, вопрос 9.

Решить задачи №383, №373, №374(устно); решить задачу №12 из рабочей тетради.