

# Признаки

Геометрия 8 класс

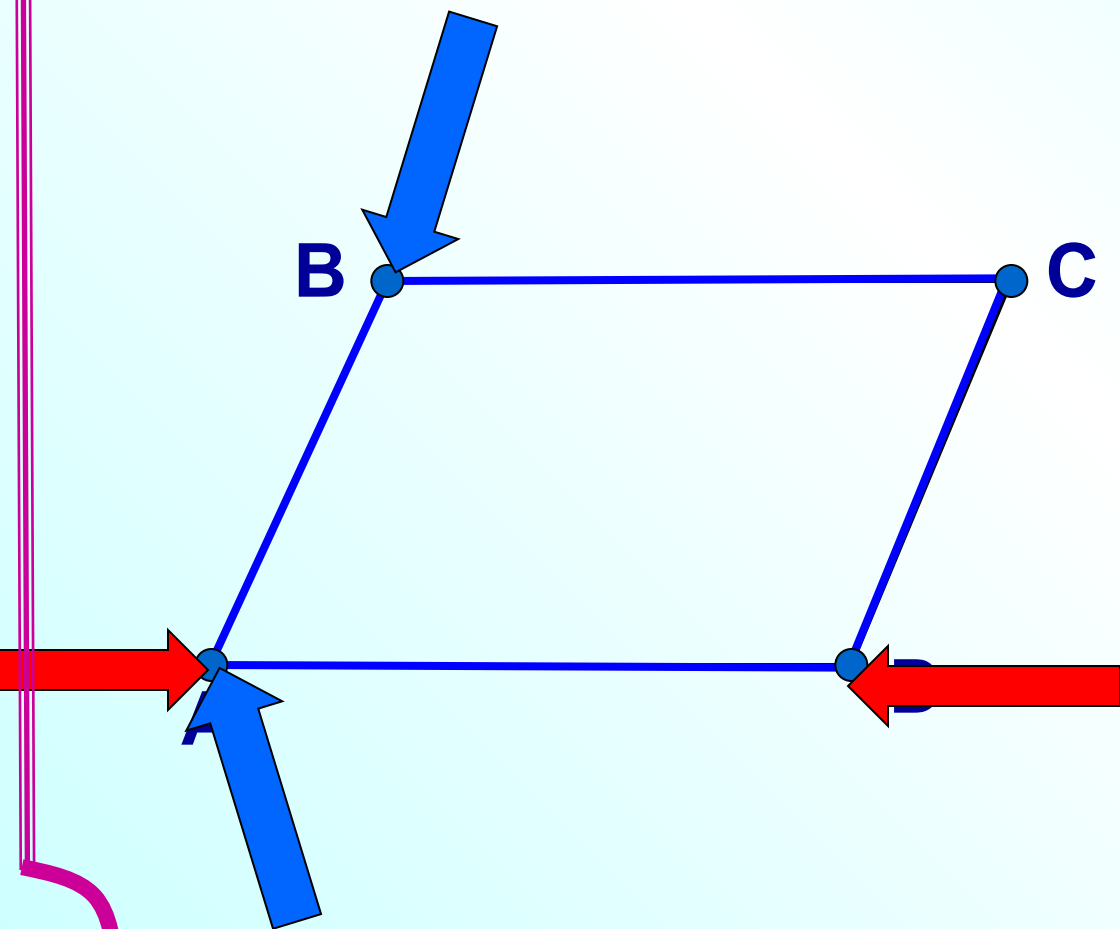
# параллелограмма

Методическая разработка Савченко Е.М.

МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

# Повторение

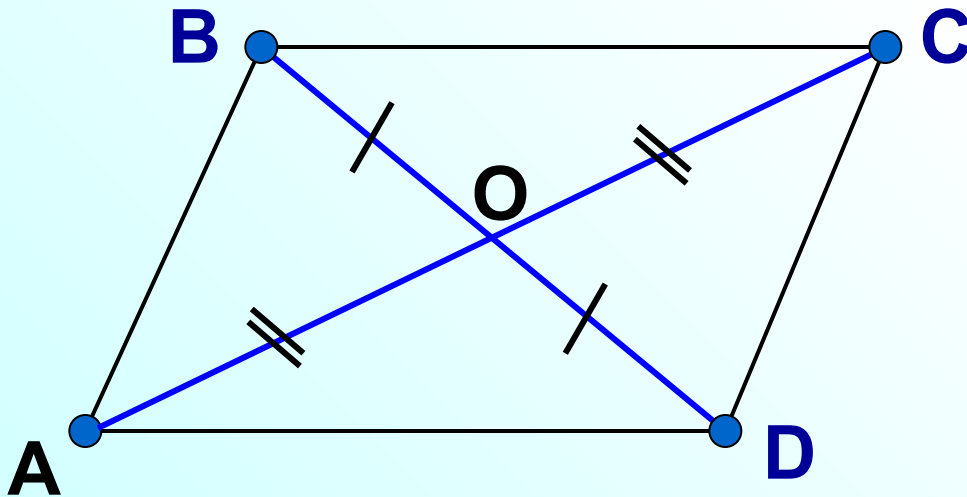
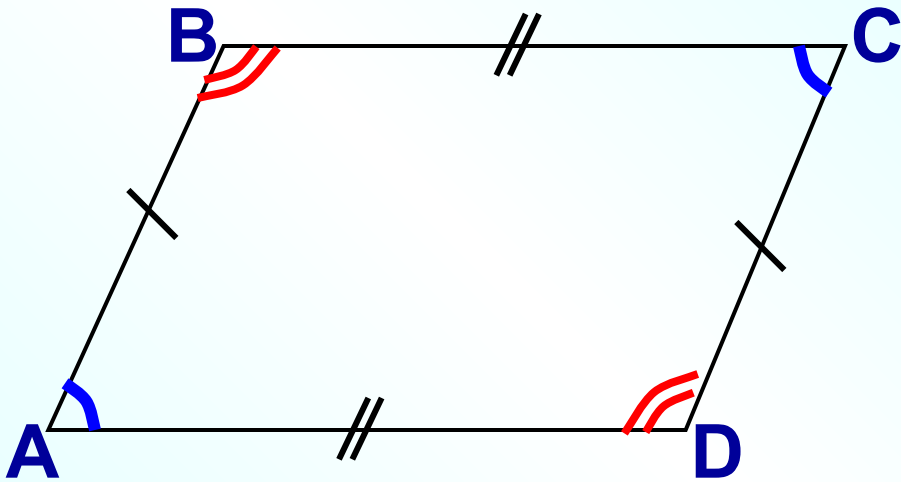
*Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.*



**ABDC, ADIBC**

## Свойства параллелограмма

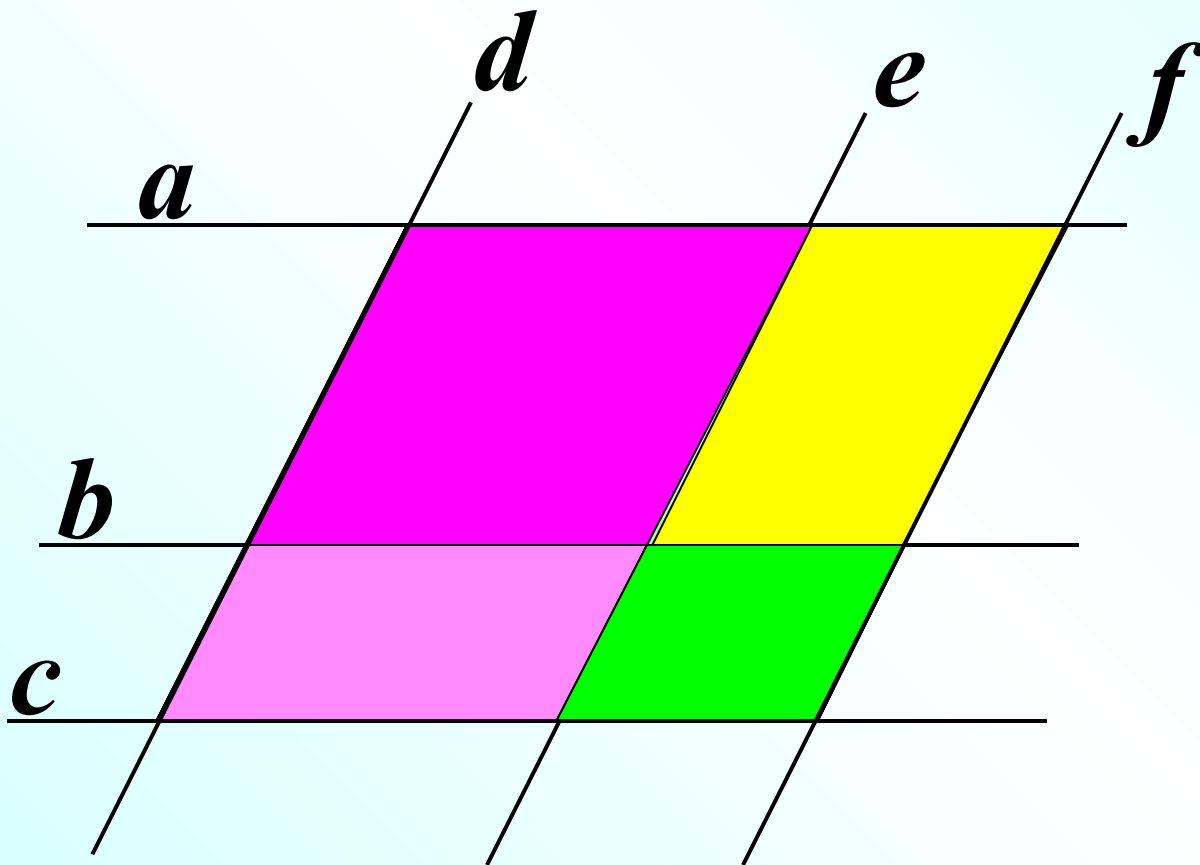
1<sup>0</sup>. В параллелограмме  
противоположные  
стороны равны и  
противоположные углы  
равны.



2<sup>0</sup>. Диагонали  
параллелограмма  
точкой пересечения  
делятся пополам.

## Тренировочные задания на готовых чертежах.

Сколько параллелограммов можно увидеть на чертеже?



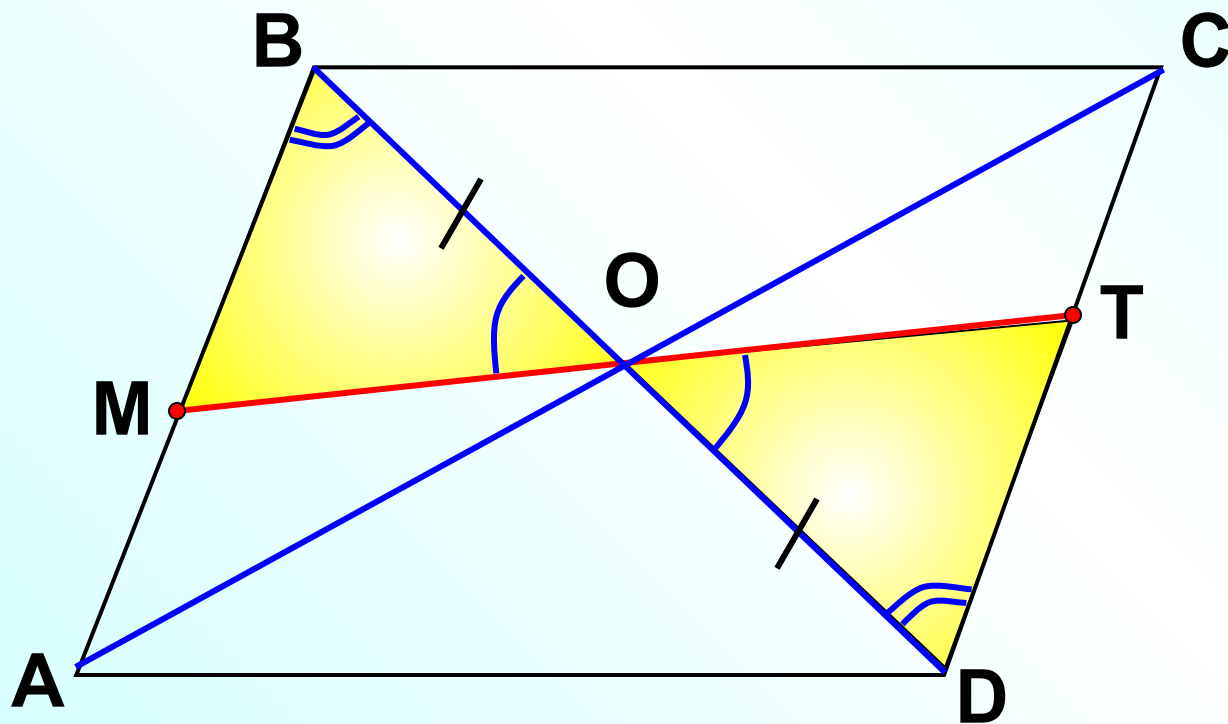
$a \parallel b,$

$b \parallel c,$

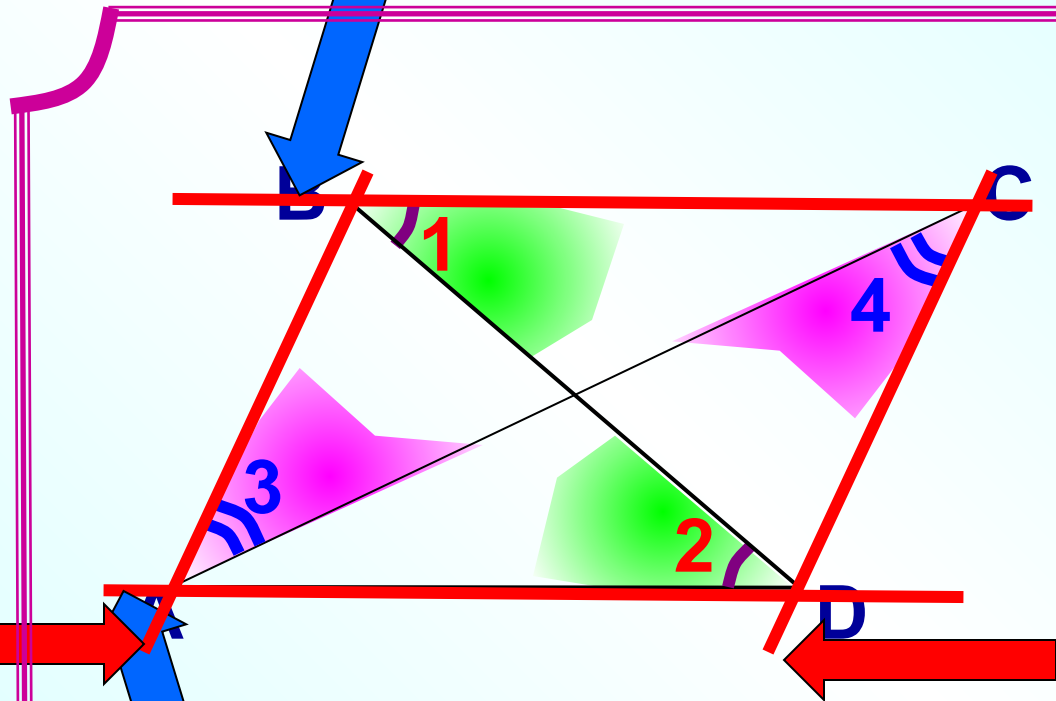
$d \parallel e,$

$e \parallel f$

Точки  $M$  и  $T$  лежат на противоположных сторонах параллелограмма так, что точка  $O$  пересечения диагоналей параллелограмма лежит на отрезке  $MT$ . Сколько процентов составляет длина отрезка  $MT$  от длины отрезка  $OM$ ?



Ответ: длина отрезка  $MT$  составляет 200% от длины отрезка  $MO$ .



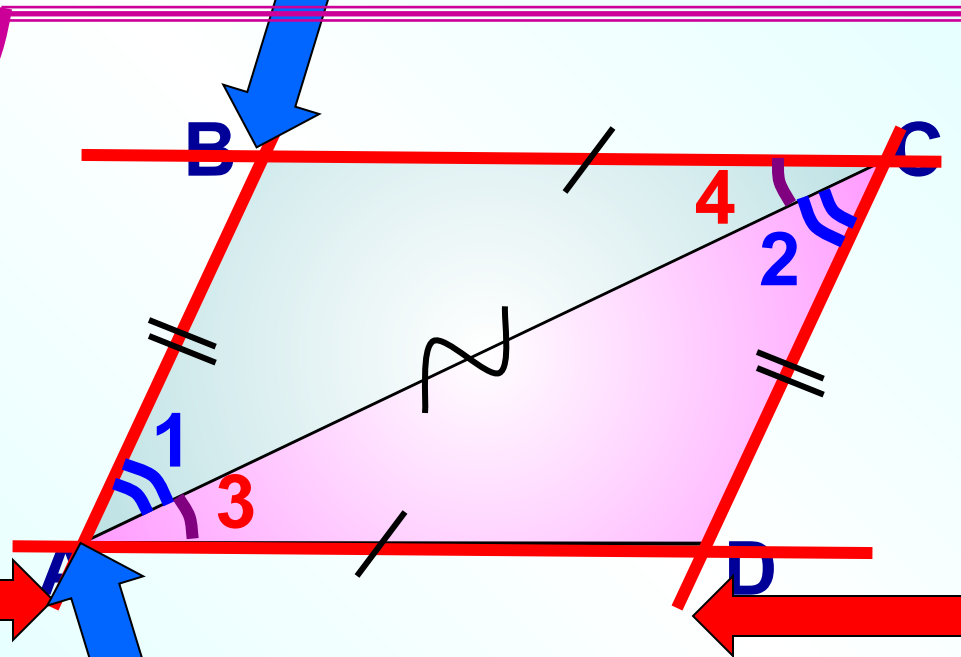
**Дано:** ABCD  
четыреугольник  
 $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$

**Доказать:** ABCD –  
параллелограмм.

$\angle 1 = \angle 2$ . Это НЛУ при прямых BC и AD и секущей BD.  
Значит, **BC || AD**.

$\angle 3 = \angle 4$ . Это НЛУ при прямых AB и DC и секущей AC.  
Значит, **AB || DC**.

Четыреугольник – параллелограмм **по определению**.



**Дано:** ABCD

четырехугольник  
 $AD=BC$ ,  $AB=CD$ .

**Доказать:** ABCD –  
параллелограмм.

$\triangle ABC = \triangle CDA$  по третьему признаку равенства  
треугольников

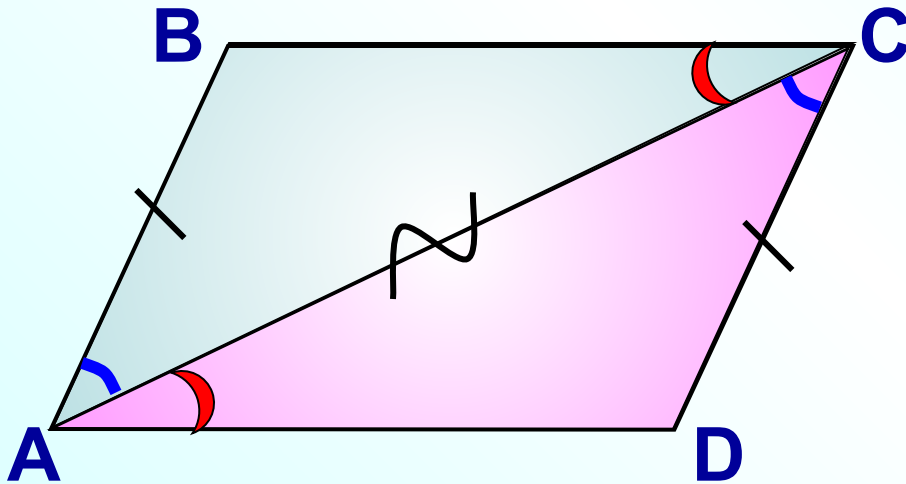
$\angle 1 = \angle 2$ . Это НЛУ при прямых  $AB$  и  $CD$  и секущей  $AC$ .  
Значит,  $AB \parallel CD$ .

$\angle 3 = \angle 4$ . Это НЛУ при прямых  $AD$  и  $BC$  и секущей  $AC$ .  
Значит,  $AD \parallel BC$ .

Четырехугольник – параллелограмм по определению.

# Признаки параллелограмма

1<sup>0</sup>. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм.



**Дано:**  $AB=CD$ ,  $AB \parallel CD$ .

**Доказать:**  $ABCD$  – параллелограмм.

**Доказательство:**

Построим диагональ  $AC$ .

1)  $AC$  – общая сторона

2)  $AB=CD$ , по условию

3)  $\angle BAC = \angle ACD$ , НЛУ при  $AB \parallel CD$  и секущей  $AC$

$\triangle ABC = \triangle CDA$  по двум сторонам и углу между ними

$\angle BCA = \angle CAD$ . Это НЛУ при прямых  $BC$  и  $AD$  и секущей  $AC$ . Значит,  **$BC \parallel AD$** .

Четырехугольник – параллелограмм по определению.



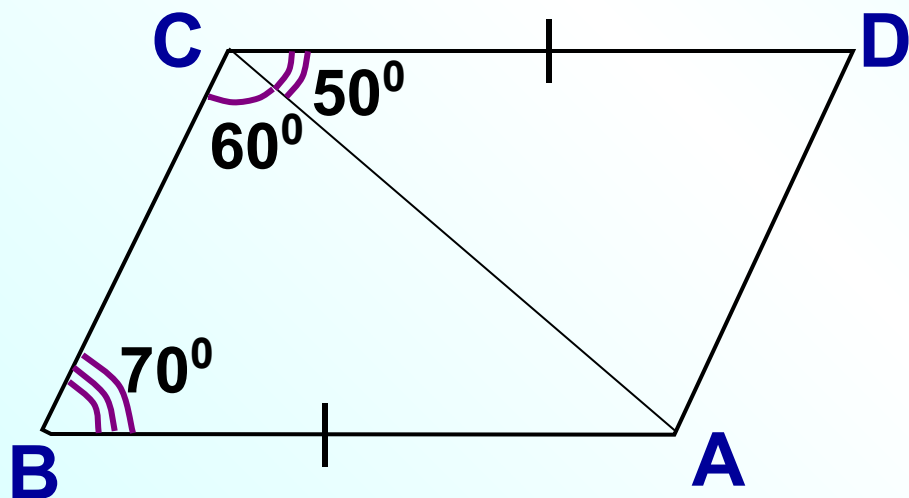
**Дано:** ABCD четырехугольник,  $AB = CD$ ,

$$\angle B = 70^\circ,$$

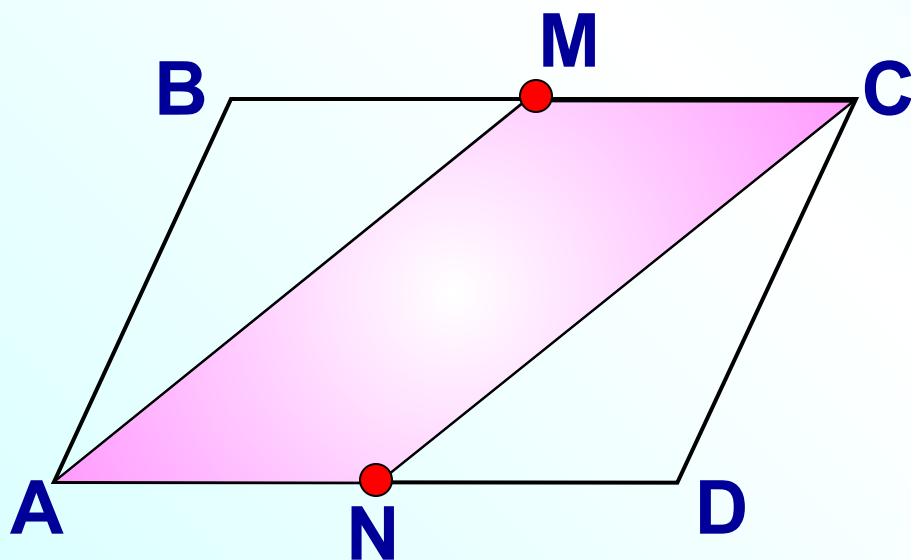
$$\angle BCA = 60^\circ,$$

$$\angle ACD = 50^\circ.$$

**Доказать:**  $BC = AD$



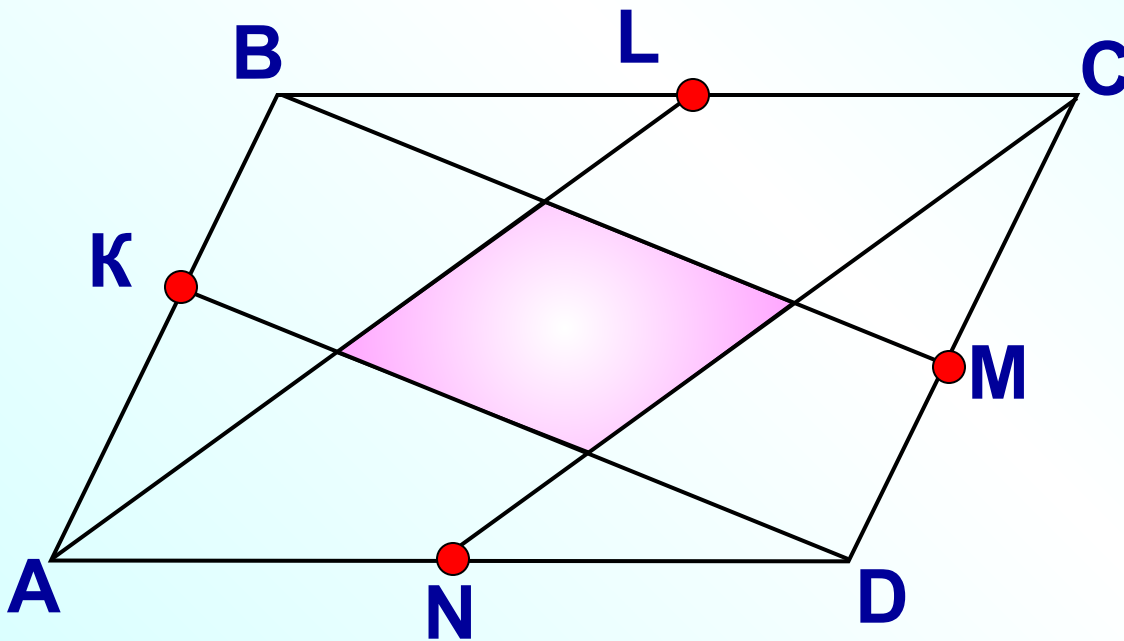
**Дано:** ABCD параллелограмм, точки M и N – середины сторон AD и BC



**Доказать:** AMCN – параллелограмм.

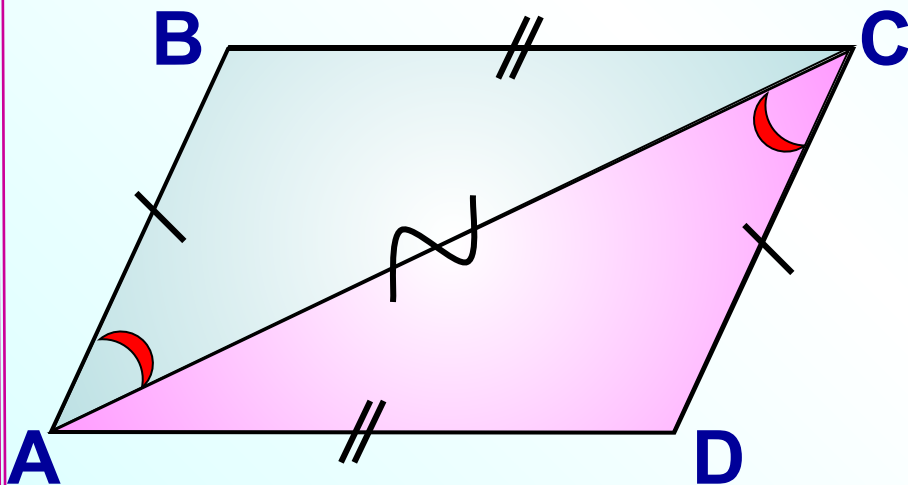
**Дано:** ABCD параллелограмм, точки K, L, M, N – середины сторон AB, BC, CD, DN.

**Доказать,** что четырехугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL, BM, CN и DK – параллелограмм.



## Признаки параллелограмма

2<sup>0</sup>. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм.



**Дано:**  $AB=CD$ ,  $BC=AD$ .

**Доказать:**  $ABCD$  – параллелограмм.

**Доказательство:**

Построим диагональ  $AC$ .

$AC$  – общая сторона

$AB=CD$ , по условию

$BC=AD$ , по условию

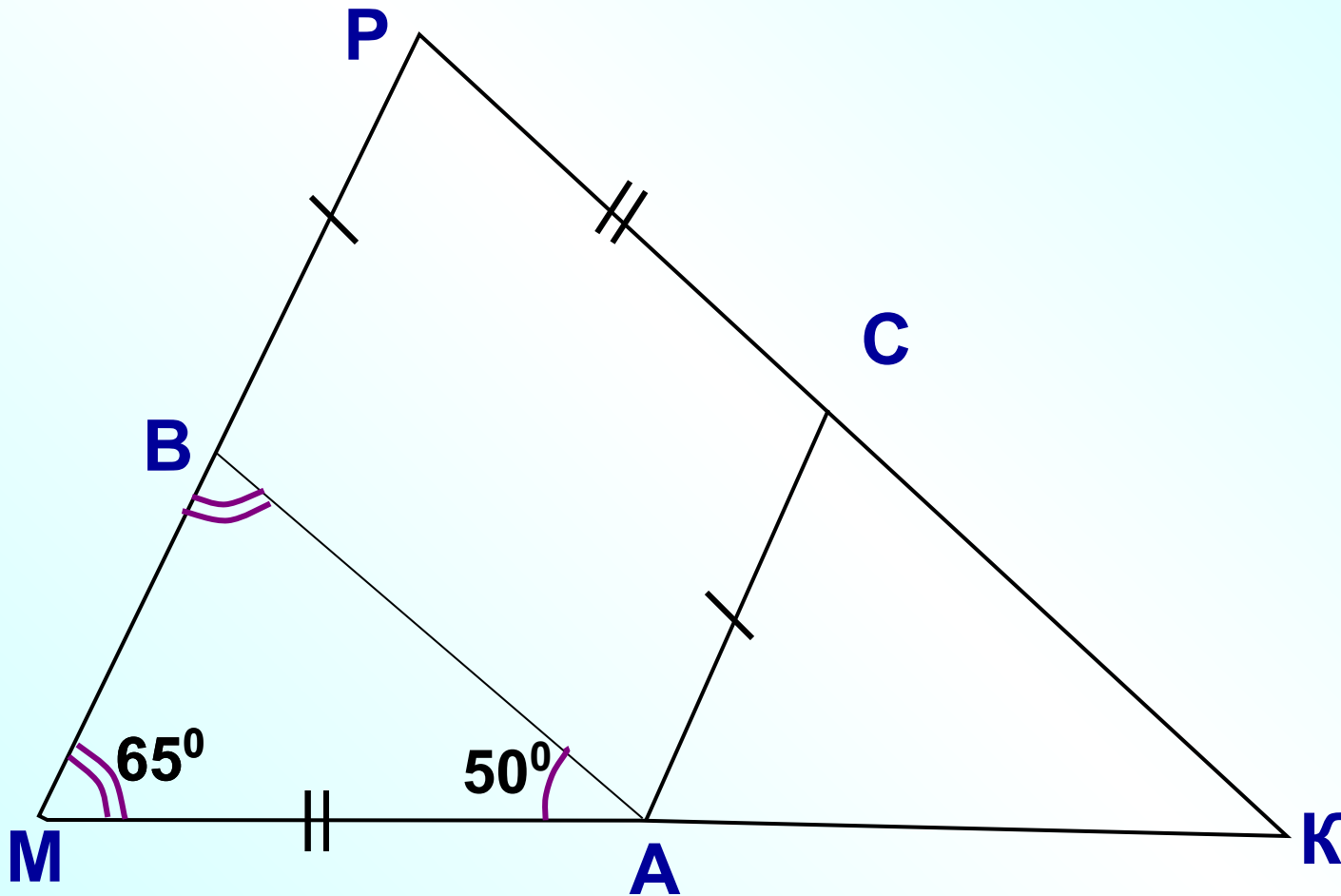
$\triangle ABC = \triangle CDA$  по трем сторонам

$\angle BAC = \angle ACD$ . Это НЛУ при прямых  $AB$  и  $CD$  и секущей  $AC$ . Значит,  $AB \parallel CD$ .

$AB=CD$ , по условию.

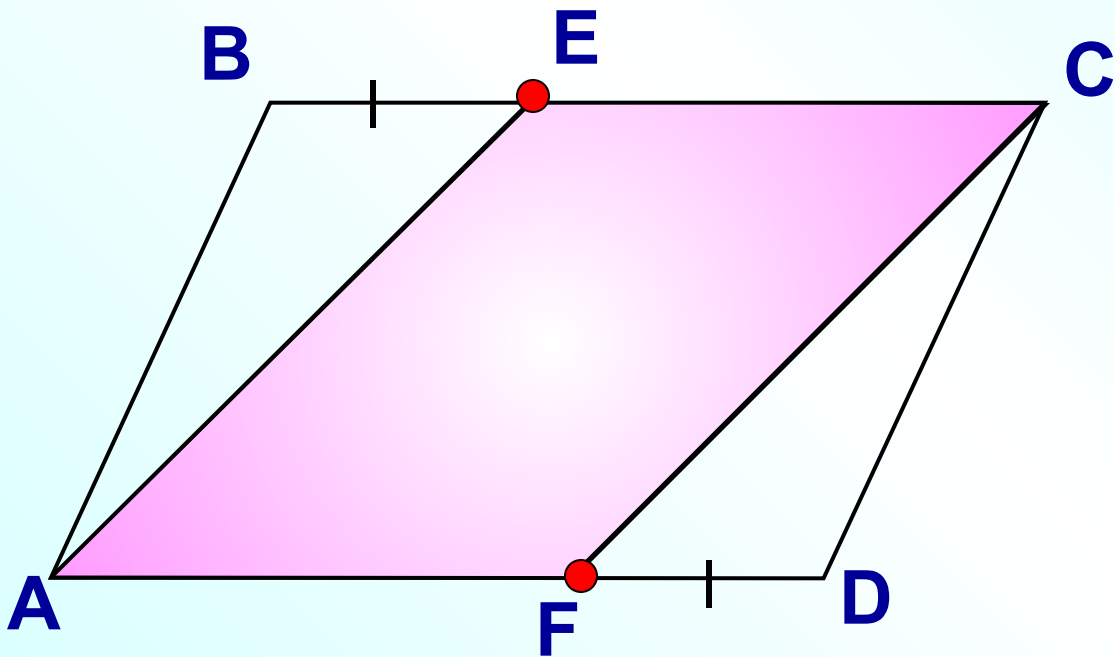
Четырехугольник – параллелограмм по признаку 1<sup>0</sup>

**Доказать: ВРСА - параллелограмм**



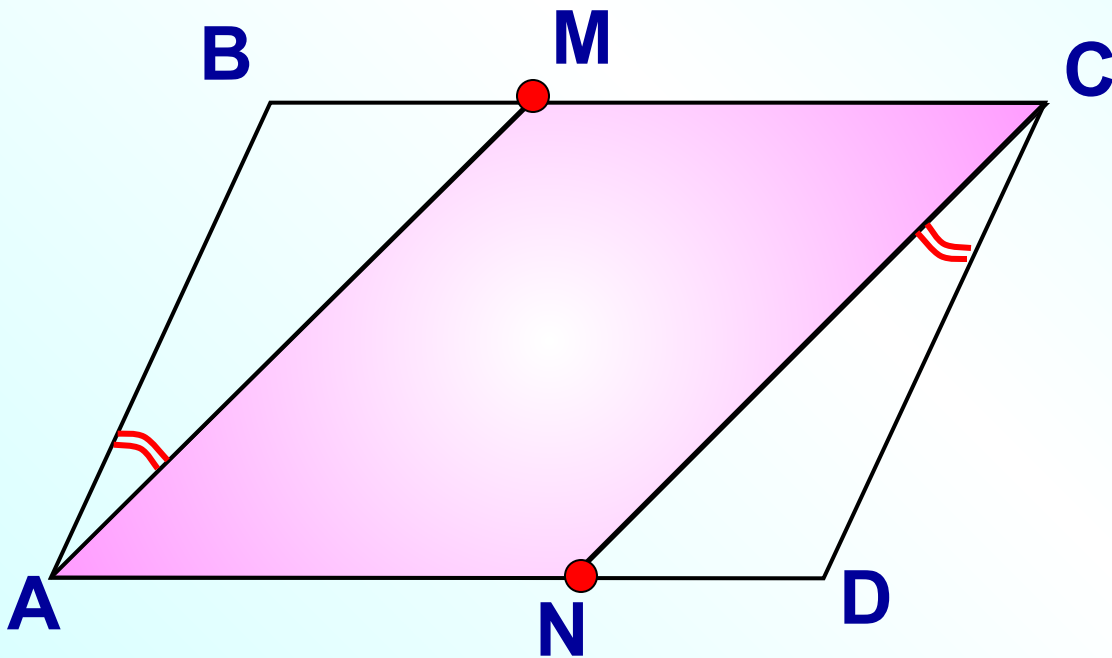
**Дано:** ABCD параллелограмм,  $BE = DF$ .

**Доказать:** AECF – параллелограмм.



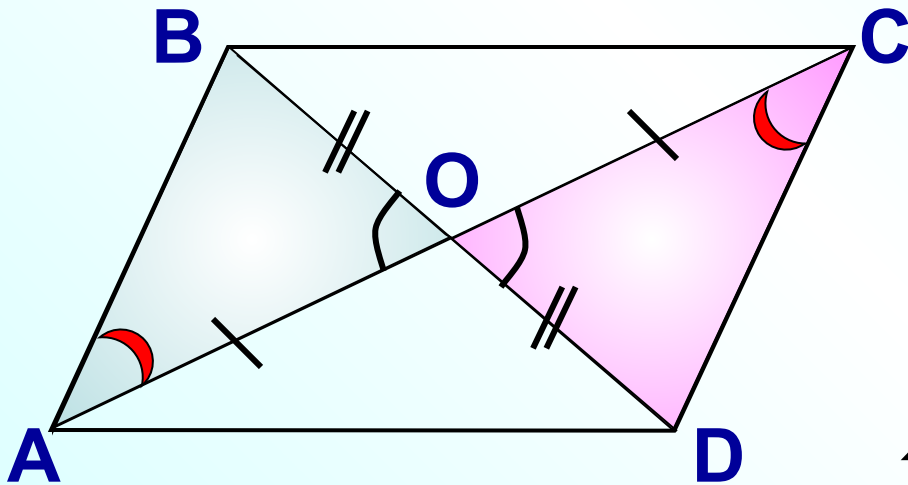
**Дано:** ABCD параллелограмм,  $\angle BAM = \angle DCN$

**Доказать:** AMCN – параллелограмм.



3<sup>0</sup>. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.

**Дано:**  $AC \cap BD = O$ ,  $O$  – середина  $AC$  и  $BD$ .



**Доказать:**  $ABCD$  – параллелограмм.

**Доказательство:**

$AO = OC$ , по условию

$BO = OD$ , по условию

$\angle AOB = \angle COD$ , как  
вертикальные

$\triangle AOB = \triangle COD$  по первому признаку

Отсюда,  **$AB = CD$**

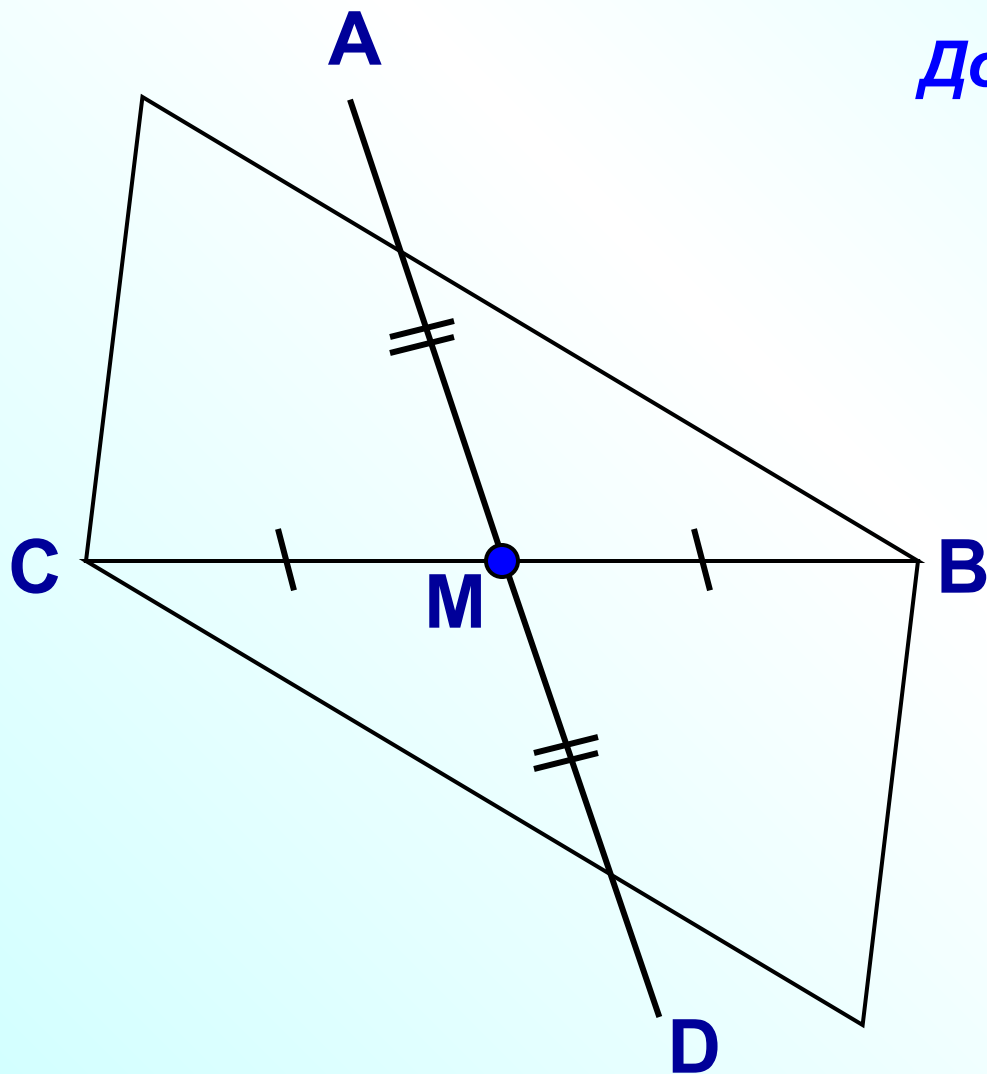
$\angle BAO = \angle OCD$ . Это НЛУ при прямых  $AB$  и  $CD$  и секущей  $AC$ . Значит,  **$AB \parallel CD$** .

Четырехугольник – параллелограмм по признаку 1<sup>0</sup>.



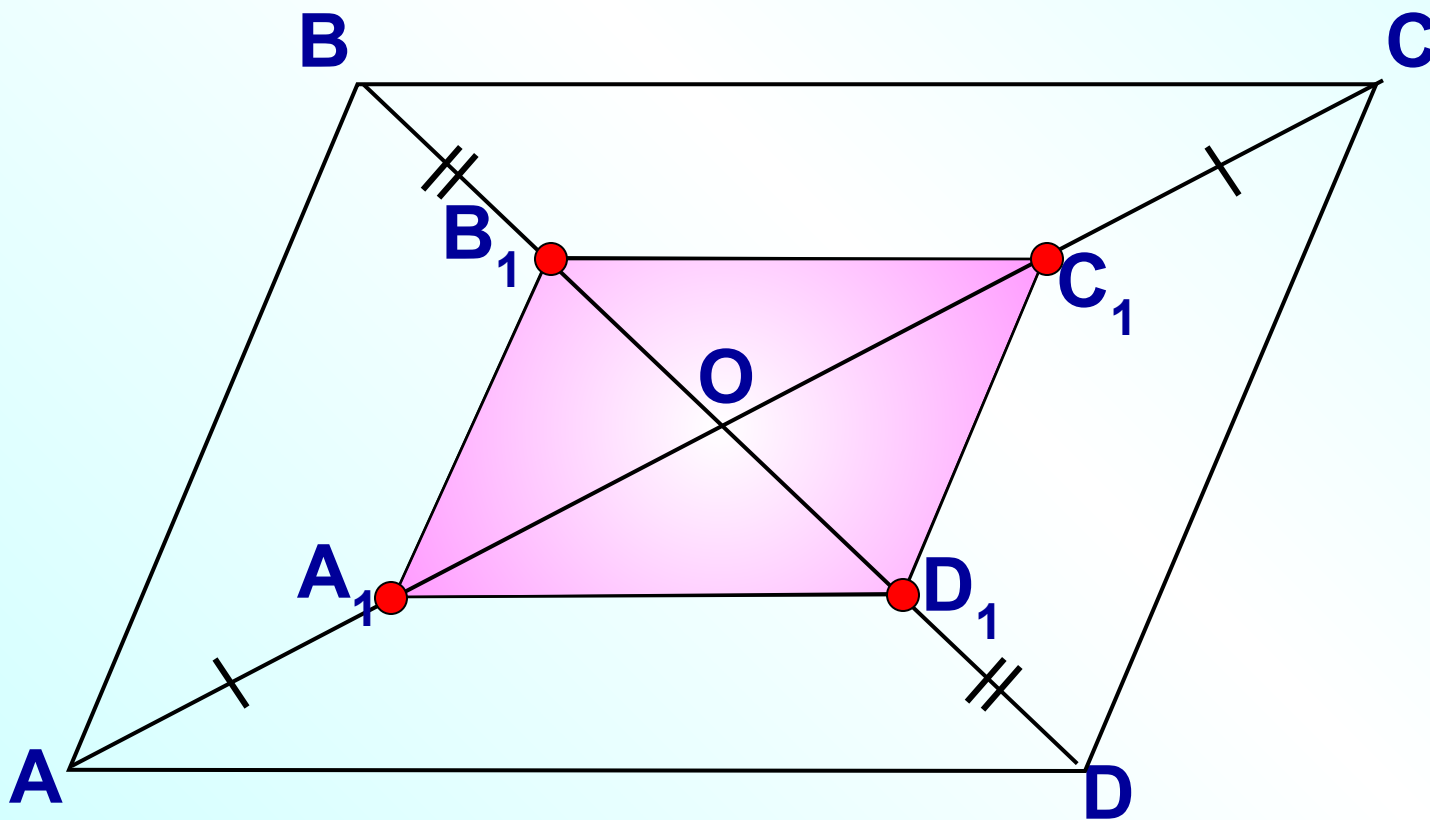
**Дано:** в треугольнике ABC медиана AM продолжена за точку M до точки D на расстояние, равное AM, так, что  $AM=MD$ .

**Доказать:** ABDC – параллелограмм.



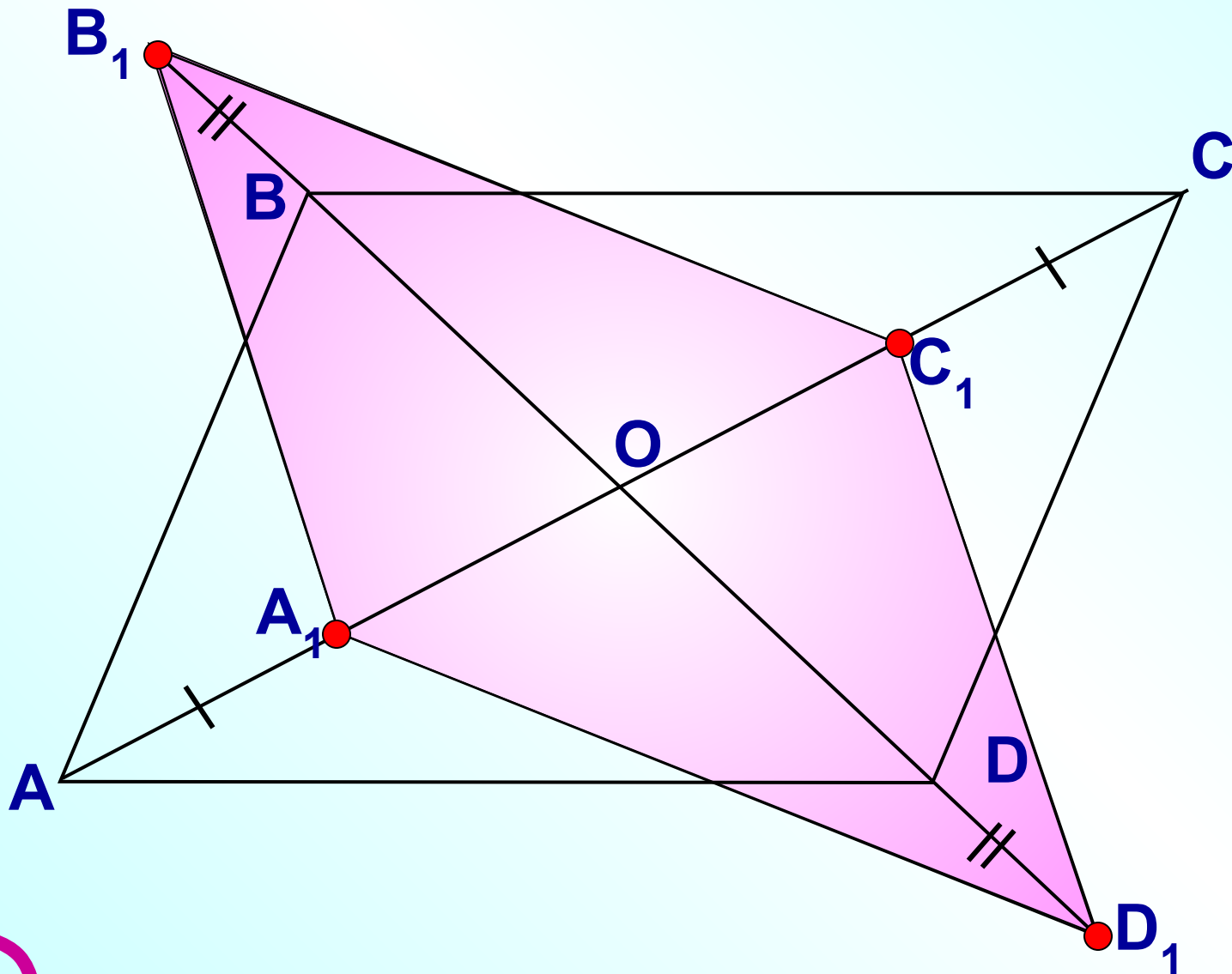
**Дано:** ABCD параллелограмм,  $AA_1=CC_1$ ,  $BB_1=DD_1$ .

**Доказать,** что  $A_1B_1C_1D_1$  – параллелограмм.



**Дано:** ABCD параллелограмм,  $AA_1=CC_1$ ,  $BB_1=DD_1$ .

**Доказать,** что  $A_1B_1C_1D_1$  – параллелограмм.



**Тренировочные задания на готовых чертежах.**



**Дано:** ABCD

четырехугольник

$$\angle 1 = \angle 2, \quad \angle 3 = \angle 4$$

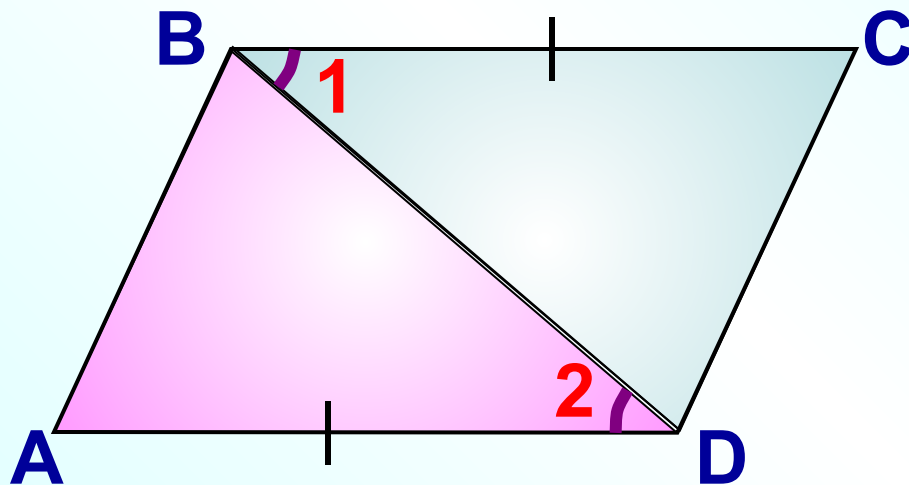
**Доказать:** ABCD –  
параллелограмм.

**Докажите**  
**По определению**  
**параллелограмма**

**$\triangle ABC = \triangle CDA$  по второму признаку равенства  
треугольников**

**По признаку 1<sup>0</sup>**

**По признаку 2<sup>0</sup>**



**Дано:** ABCD

четырехугольник

$$\angle 1 = \angle 2, \quad AD = BC$$

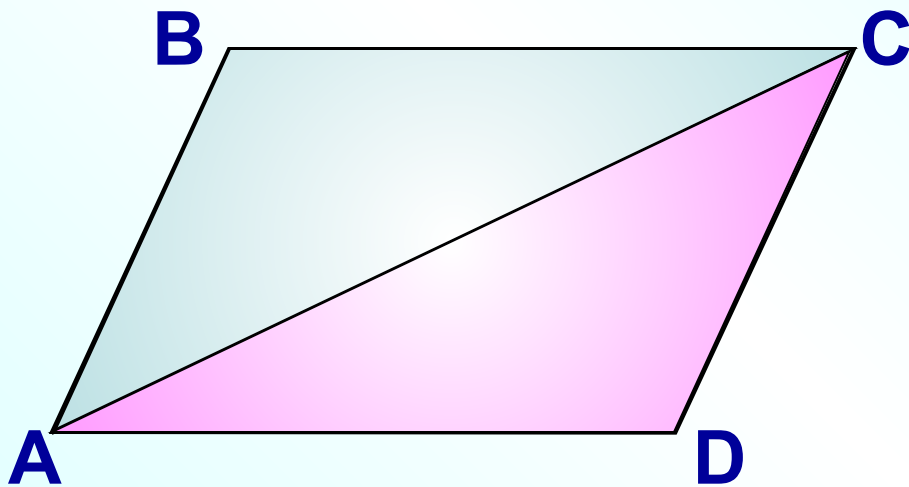
**Доказать:** ABCD –  
параллелограмм.

**Выполните доказательство разными способами**

**По признаку 1<sup>0</sup>**

**По признаку 2<sup>0</sup>**

**По определению параллелограмма**



**Дано:** ABCD

четырехугольник

$$\triangle ABC = \triangle CDA$$

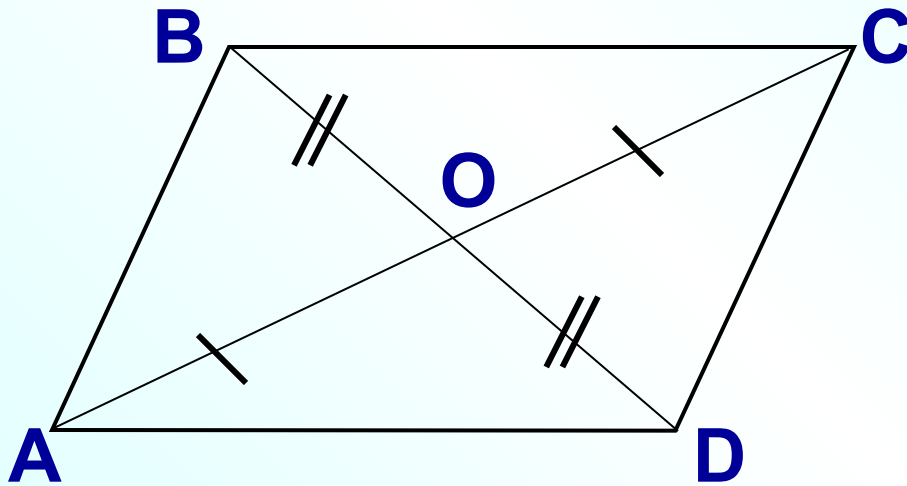
**Доказать:** ABCD –  
параллелограмм.

**Выполните доказательство разными способами**

**По признаку 1<sup>0</sup>**

**По признаку 2<sup>0</sup>**

**По определению параллелограмма**



**Дано:** ABCD

четырехугольник  
 $BO = OD$ ,  $CO = OA$

**Доказать:** ABCD –  
параллелограмм.

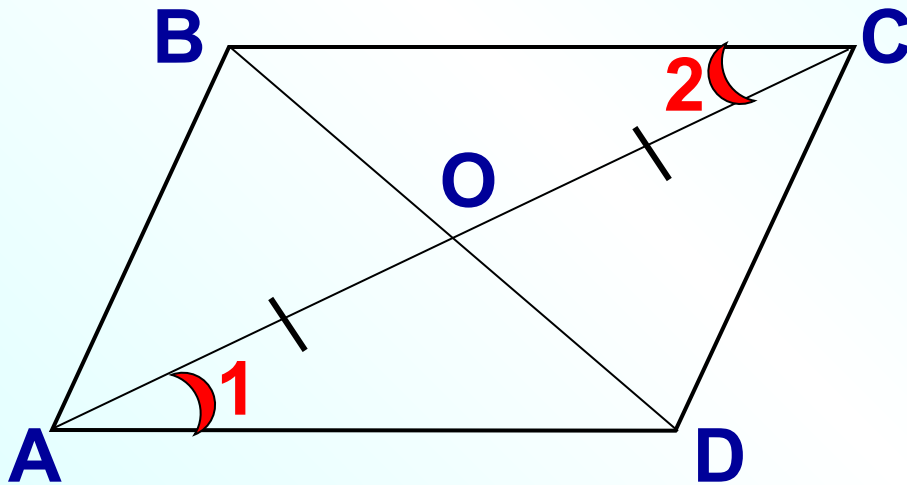
**Выполните доказательство разными способами**

**По признаку 1<sup>0</sup>**

**По признаку 2<sup>0</sup>**

**По признаку 3<sup>0</sup>**

**По определению параллелограмма**



**Дано:** ABCD  
четыреугольник  
 $\angle 1 = \angle 2$ ;  $CO = OA$

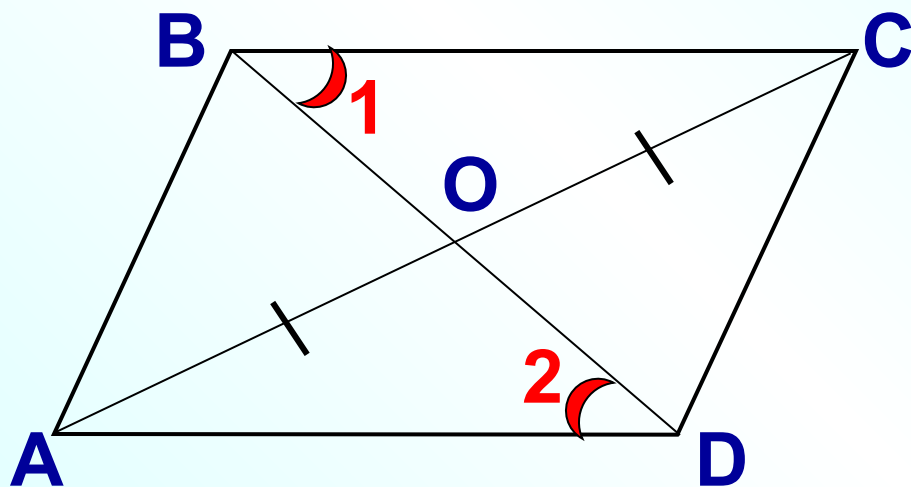
**Доказать:** ABCD –  
параллелограмм.

**Выполните доказательство разными способами**

**По признаку 1<sup>0</sup>**

**По признаку 3<sup>0</sup>**





**Дано:** ABCD  
четыреугольник  
 $\angle 1 = \angle 2$ ;  $CO = OA$

**Доказать:** ABCD –  
параллелограмм.

**Выполните доказательство разными способами**

**По признаку 1<sup>0</sup>**

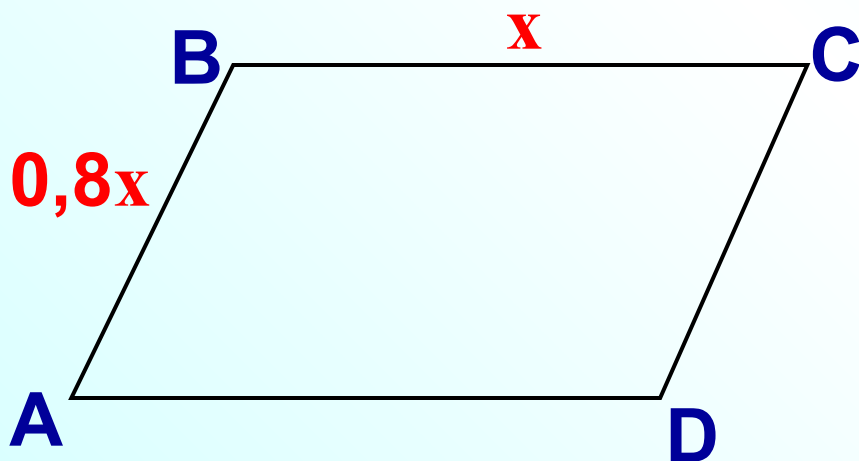
**По признаку 3<sup>0</sup>**

**Дано:** ABCD параллелограмм.

Длина одной из сторон составляет 80% от длины другой стороны.

Полупериметр равен 18 см.

**Найти:** длину меньшей стороны этого параллелограмма, если



$$x + 0,8x = 18$$

$$1,8x = 18 \quad / :1,8$$

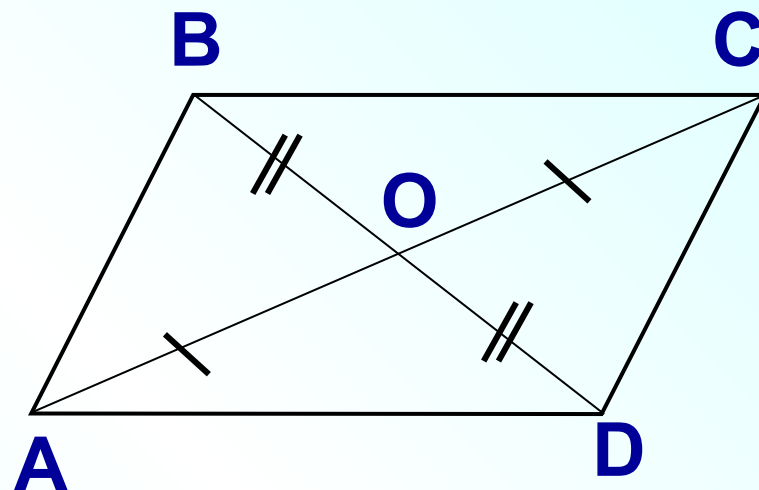
$$x = 10$$

**Дано:** ABCD

четыреугольник

$BO = OD, CO = OA$

**Доказать:** ABCD – параллелограмм.



**№ 383**

**Дано:** ABCD параллелограмм, BD – диагональ,  $BP=QD$ .

**Доказать,** что APCQ – параллелограмм.

