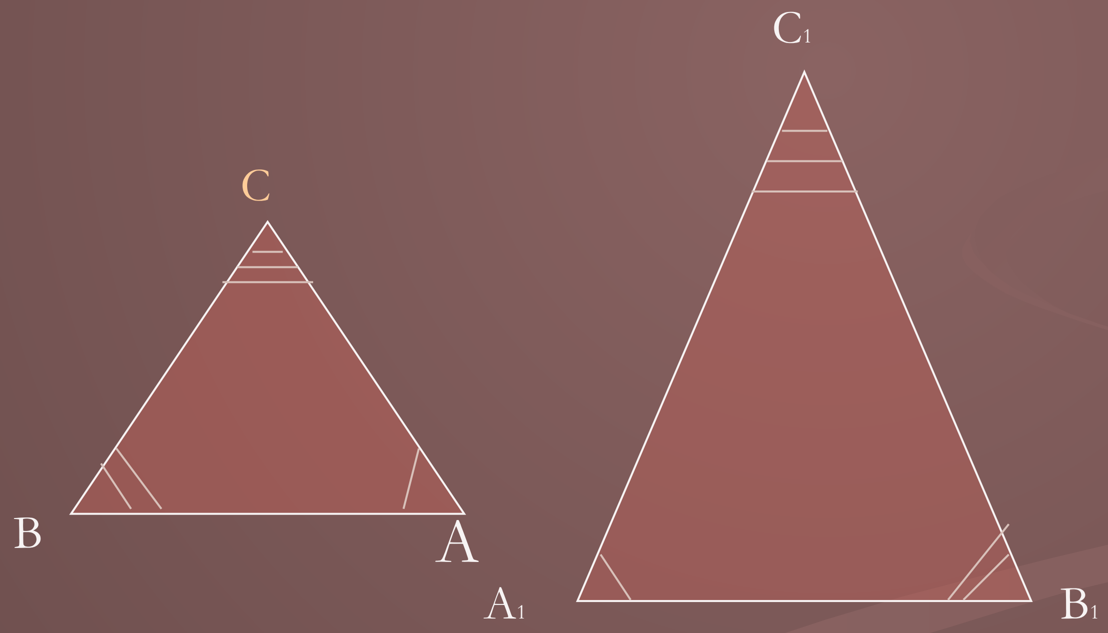
Подобные треугольники

Признаки подобия треугольников

Определение подобных треугольников

- Два треугольника называться подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.



<A=<A1;<B=<B1;

<C=<C1,

$AB/A_1B_1=BC/B_1C_1=CA/C_1A_1=k$

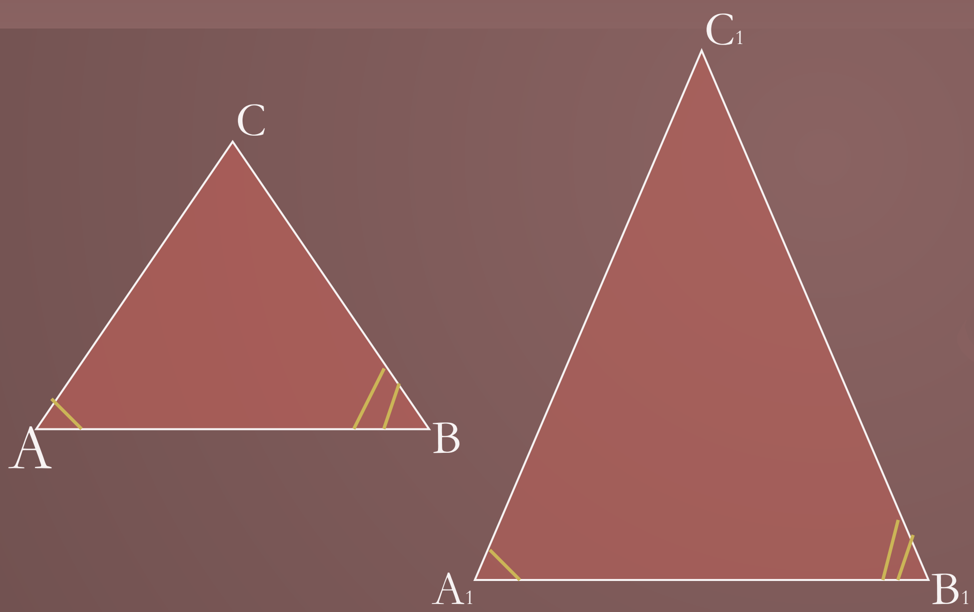
$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

Первый признак подобия треугольников

- Теорема

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

Дано

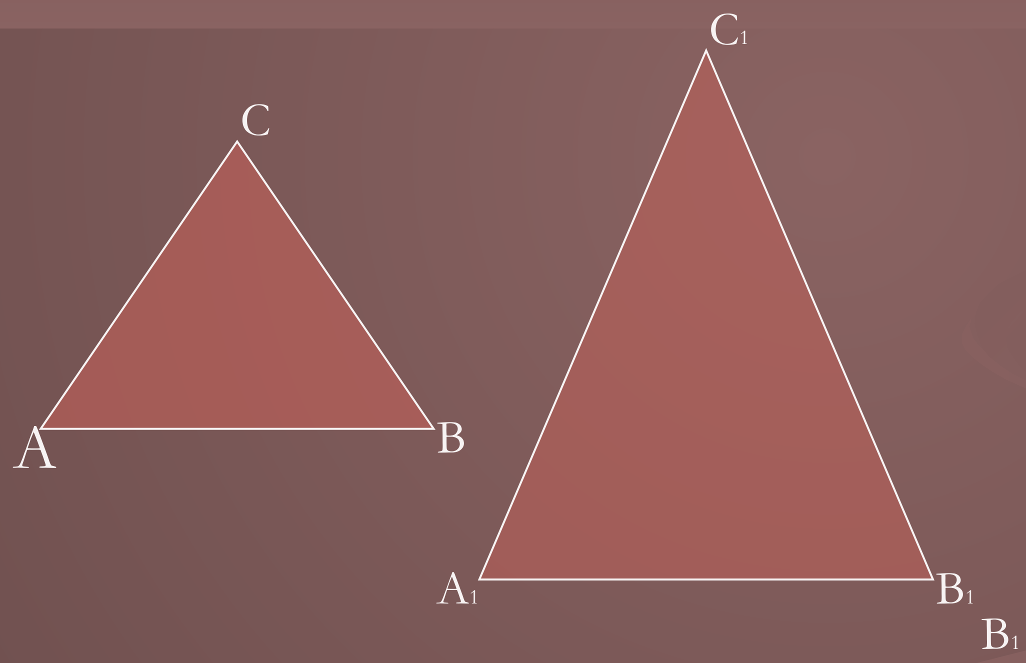


ABC и $A_1B_1C_1$ – треугольники

<A=A_1; <B=<B_1

Доказать:

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$



Доказательство:

- По теореме о сумме углов треугольника: $C=180°-A-B$, $C_1=180°-A_1-C_1$, следовательно угол C равен углу C_1. Значит, углы треугольника ABC соответственно равны углам треугольника $A_1B_1C_1$.

Доказательство:

- Докажем ,что стороны треугольника ABC пропорциональны сходственным сторонам треугольника $A_1B_1C_1$.Т.к $\angle A = \angle A_1$ и $\angle C = \angle C_1$, то

$S_{ABC}/S_{A^1B^1C^1}=AB\cdot AC/A_1B_1\cdot A_1C_1$

и $S_{ABC}/S_{A1B1C}=CA\cdot CB/C_1A_1\cdot C_1B_1$

Доказательство:

- Из равенств пункта 2 следует, что $AB/A_1B_1=BC/B_1C_1$.Аналоггично,используя равенства $<A=<A_1$, $<B=<B_1$,получаем $BC\backslash B_1C_1=CA\backslash C_1A_1$.

Доказательство:

- Из равенств пункта 2 следует, что $AB/A_1B_1=BC/B_1C_1$.Аналоггично,используя равенства $<A=<A_1$, $<B=<B_1$, получаем $BC/B_1C_1=CA/C_1A_1$.

Что и требовалось доказать:

- Итак, стороны треугольника ABC пропорциональны сходственным сторонам треугольника $A_1B_1C_1$.

  Теорем доказана.

Второй признак подобия треугольников.

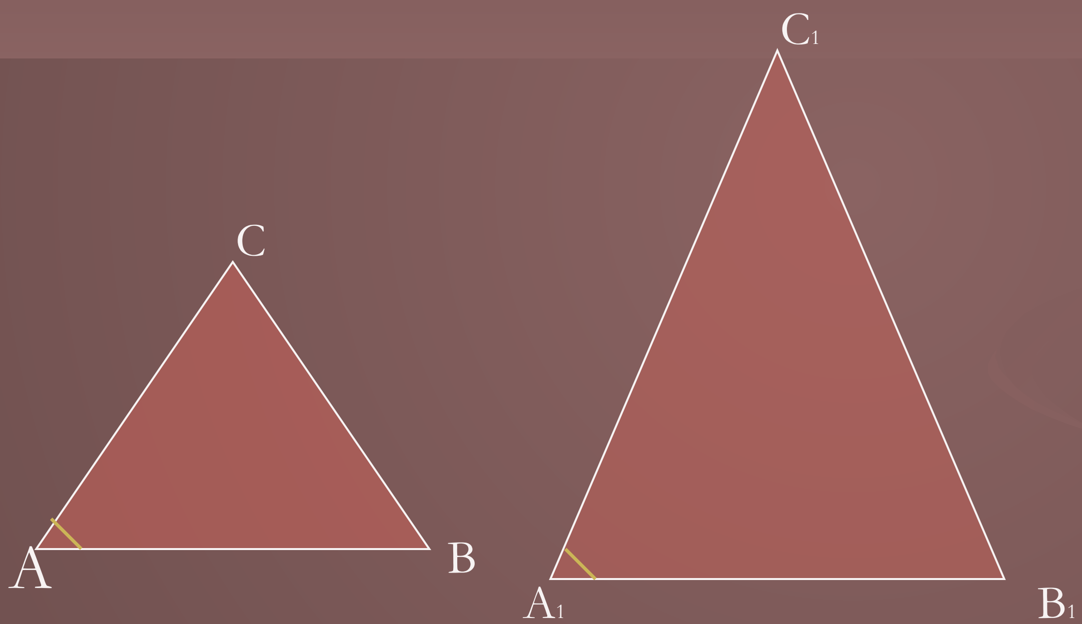
Теорема:

- Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

Дано

$<A=<A_1$;

$AB/A_1B_1=AC/A_1C_1$;



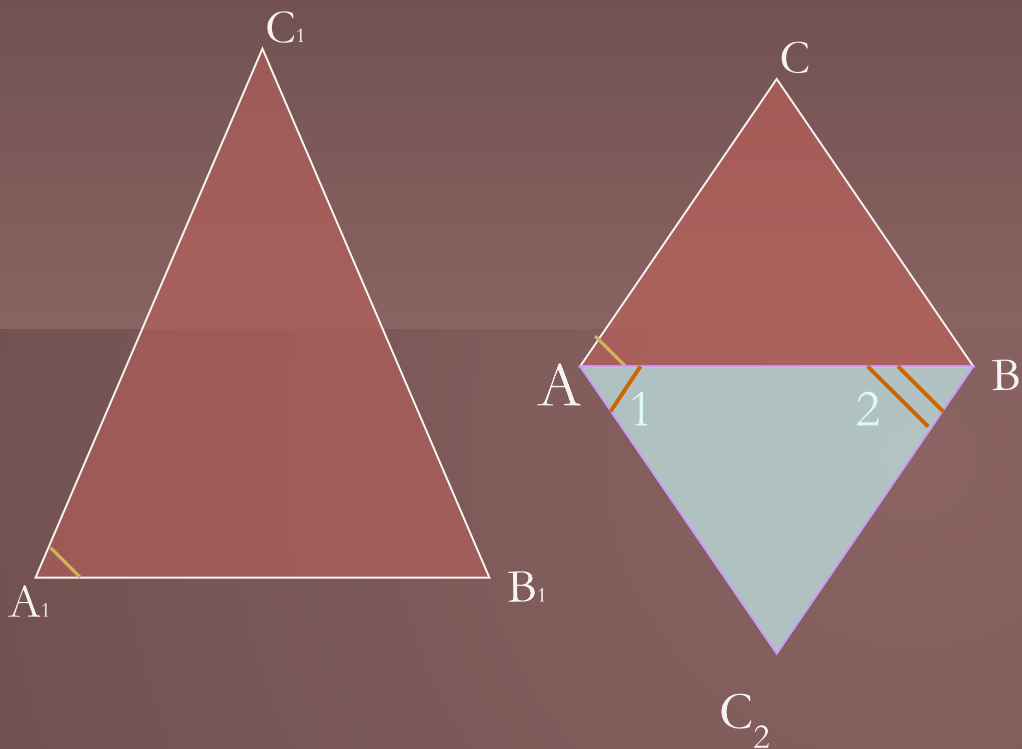
Доказать:

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

Доказательство:

- Для того, чтобы доказать данную теорему, нужно учитывать первый признак подобия треугольников, доказанный выше. Поэтому достаточно доказать, что $<B=<B_1$.

Доказательство:



- Рассмотрим треугольник ABC_2, у которого $\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$.

$\Delta ABC_2 \sim \Delta A_1B_1C_1$ (по первому признаку подобия)

Доказательство:

- Значит, $AB/A_1B_1=AC_2/A_1C$ С другой стороны $AB/A_1B_1=AC/A_1C_1$(по условию).Получаем $AC=AC_2$
- ΔABC и ΔABC_2 равны по двум сторонам и углу межу ними(AB- общая сторона, $AC=AC_2$ и $<A=<1$,т.к $<A=<A_1$ и $<1=<A_1$)

Что и требовалось доказать:

- Следует, что <B=<2, а так как <2=<B_1,то <B=<B_1.

Теорема доказана.

Третий признак подобия треугольников

Доказательство теоремы

Теорема:

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.

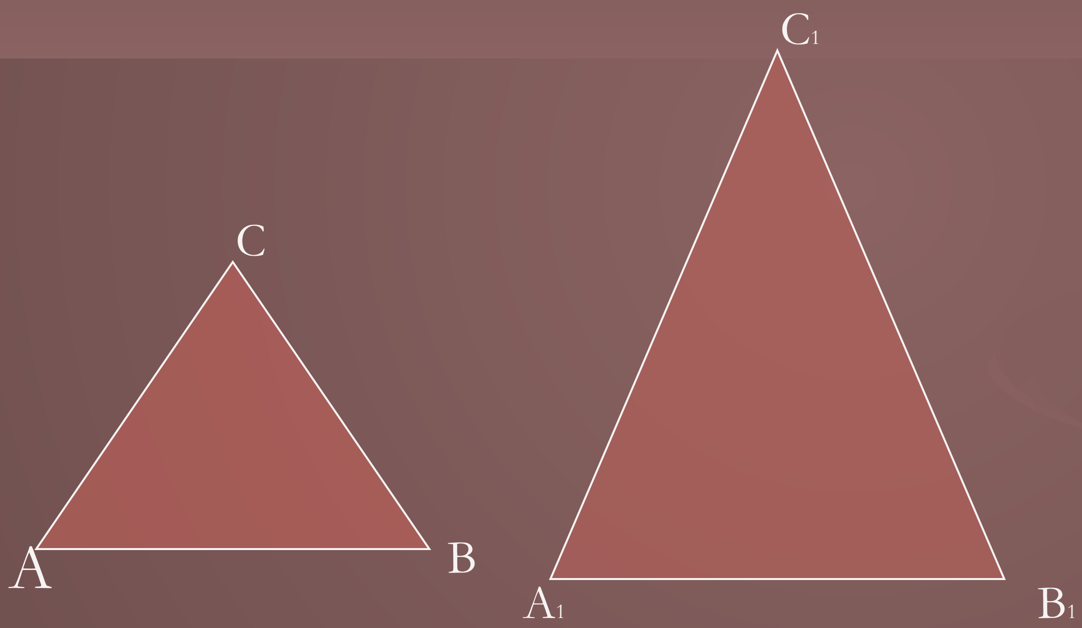
Дано:

ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$

$AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1 = CA/C_1A_1$

Доказать:

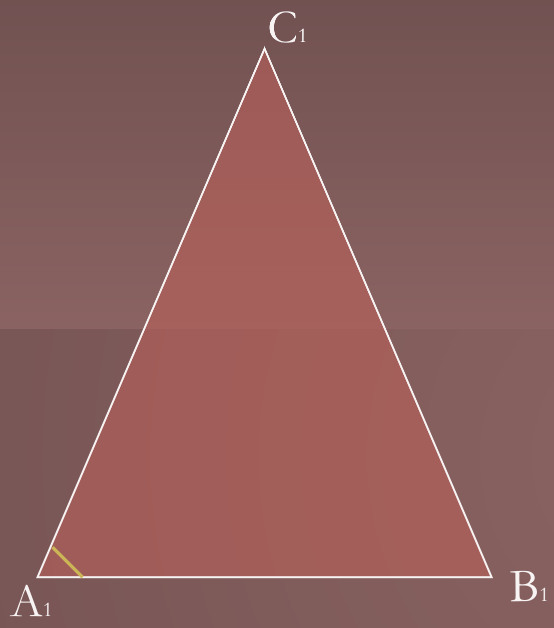
$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

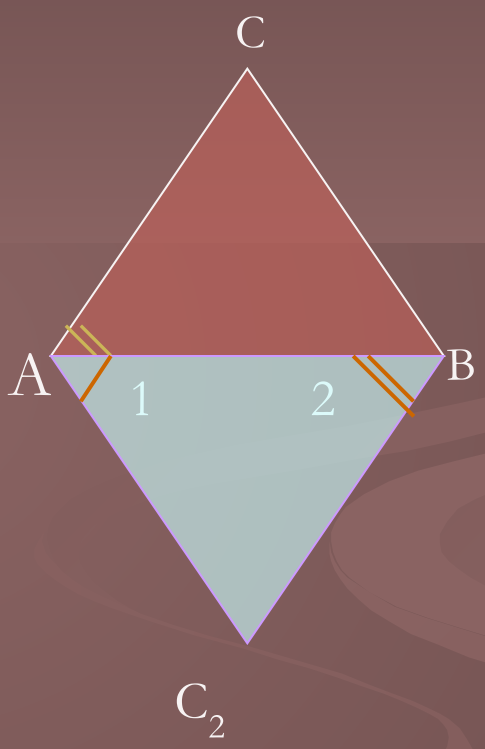


Доказательство:

- Учитывая второй признак подобия треугольников, достаточно доказать, что $<A=<A_1$.
- Рассмотрим треугольник ABC_2,у которого $<1=<A_1$, $<2=<B_1$.

Доказательство:





Доказательство:

- Треугольники ABC_2 и $A_1B_1C_1$ подобны по первому признаку подобия треугольников, поэтому $AB/A_1B_1=BC_2/B_1C_1=C_2A/C_1A_1$.

Что и требовалось доказать:

- Получаем: $BC=BC_2$, $CA=C_2A$. Треугольники ABC и ABC_2 равны по трем сторонам. отсюда следует, что $<A=<1$,а так как $<1=<A_1$, $<A=<A_1$.

Выполнила ученица 10Б
Смоленышева Анастасия