Слет НОУ ОУ и ДО г. Нижневартовска. 2019-2020гг
Секция 5. «Прикладная математика»

Сколько средних линий в трапеции?

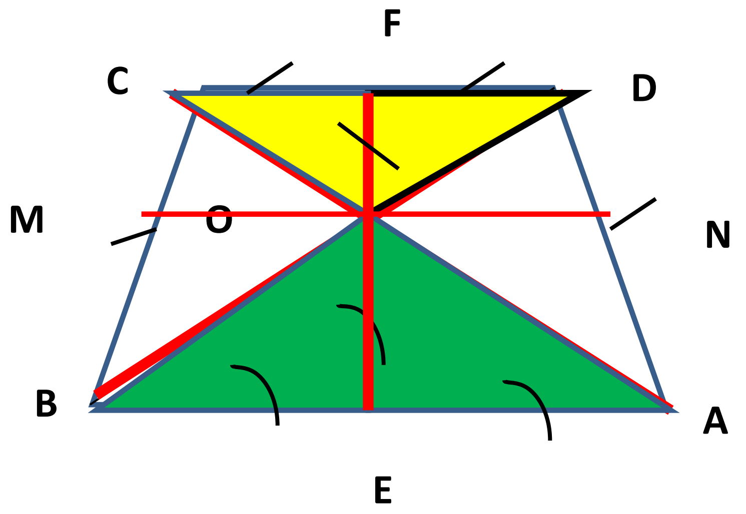
Выполнила: Климачева Мария, 8 А класс,
МБОУ «СШ№ 1 им. А.В. Войналовича»
Руководитель: Якоби Зинаида Фёдоровна
учитель математики МБОУ «СШ №1 им. А.В.Войналовича»

«Геометрия полна приключений, потому что за каждой задачей скрывается приключение мысли…»

В.Произволов

<u>Дано</u>: ABCD – равнобедренная трапеция, FE-высота, FE= a
AC$\perp$ BD

<u>Найти</u>: MN



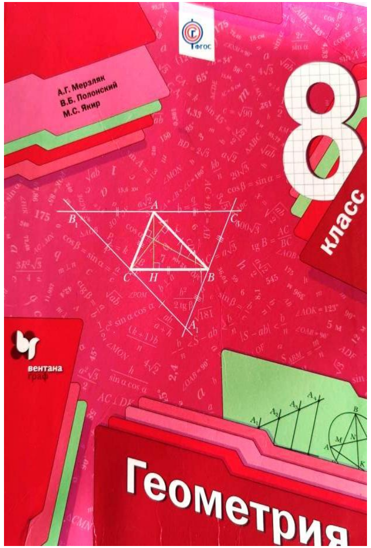
FE =FO+OE= a

FO+OE=DF+AE,
DF+AE =½(AB+CD)=a

MN=1/2(AB+CD)

MN=a

«А есть ли еще средние линии в трапеции?»



Цель исследования:

установить, сколько средних линий имеет трапеция

Обьект исследования: трапеция

Предмет исследования: средние линии трапеции

Задачи исследования:

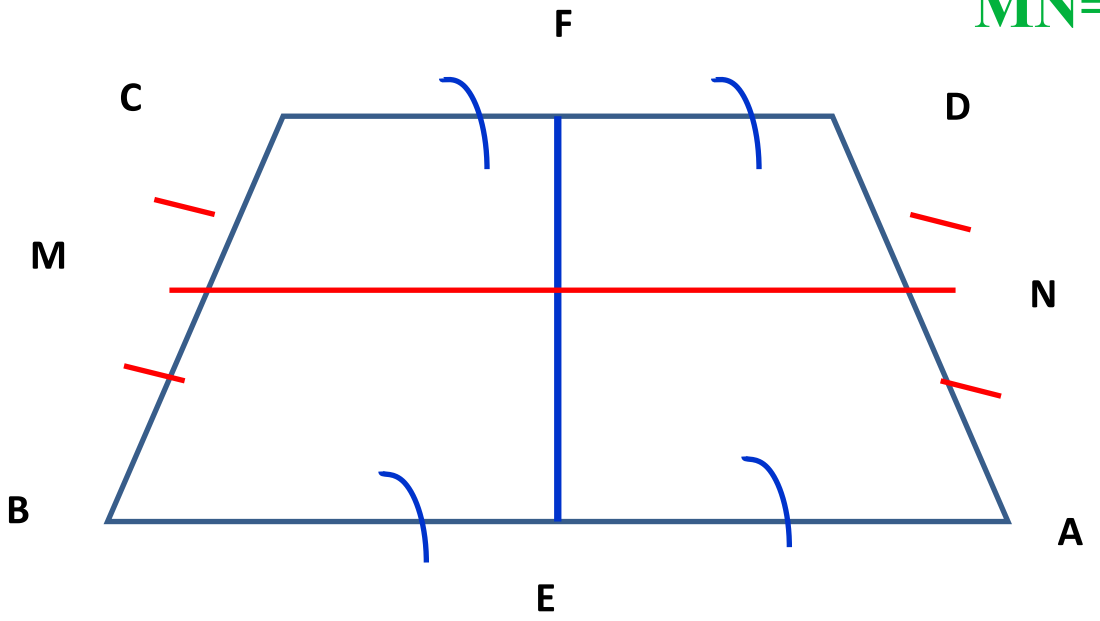
- **подобрать данные о средних линиях трапеции**
- **изучить особенные особенности средних линий в трапеции**
- **исследовать задачи о средних линиях трапеции, действующие в математической литературе**
- **разобрать конкретные вопросы о средних линиях трапеции**

Гипотеза: **Если знать в совершенстве основные особенности средних линий трапеции, то их применение будет хорошим подспорьем ученикам в практическом направлении материала**

Актуальность, новизна и практическая значимость:
Наше исследование актуально и ново, поскольку в школьной программе по математике данное направление не рассматривалось более глубоко и основательно.
В процессе собственных информационных поисков получены не известные факты для школьников о второй средней линии трапеции.
Данные исследования будут полезны при подготовке к математическим олимпиадам и конкурсам, более углубленного изучения геометрии, а также поможет обычным школьникам стать более успешными в математике, поскольку данная тема является важной при подготовке к ОГЭ.

Вторая средняя линия трапеции :

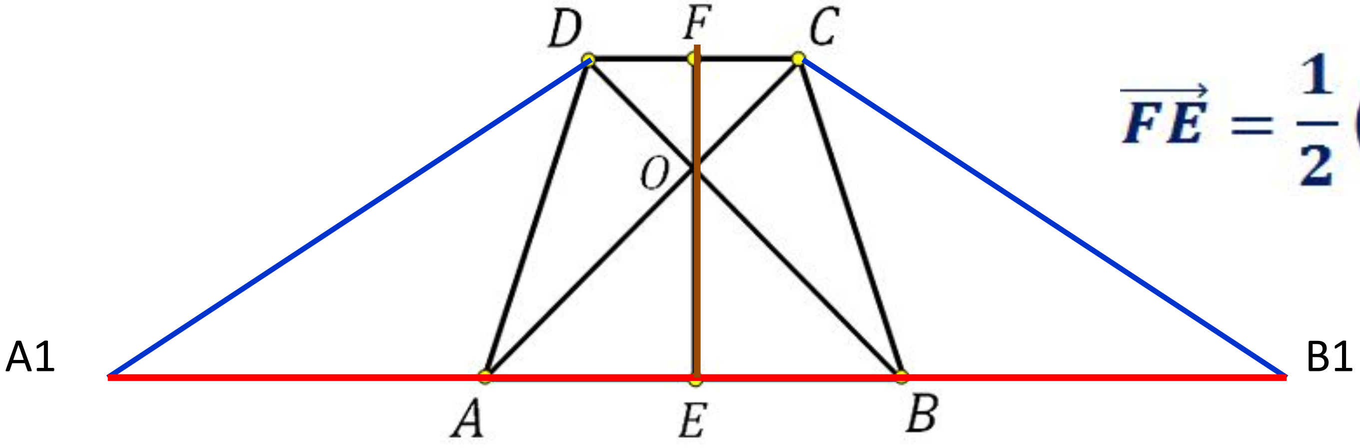
MN=½ (AB+CD)



$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$$

$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BE}$$

$$2\overrightarrow{FE} = \left(\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FC}\right) + \left(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BE}\right) + \left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}\right)$$



$$\overrightarrow{FE} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}\right)$$

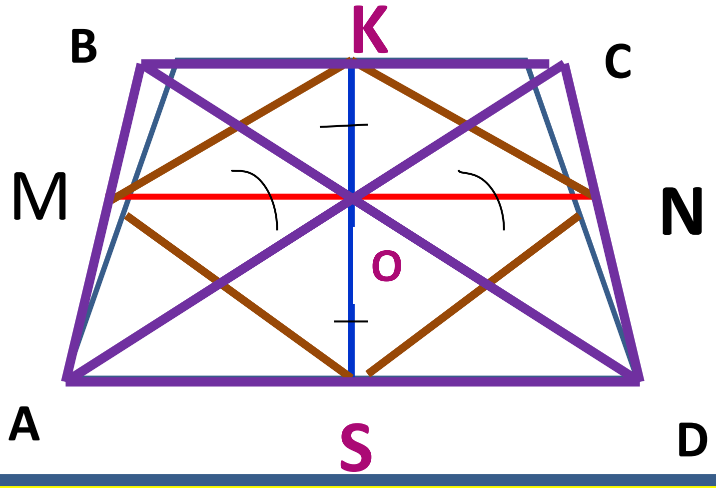
В точке, в которой пересекаются две средние линии,
они делятся пополам

KN || BD и KN=½ BD

MS || BD, MS=½BD

MK || AC, MK=½ AC

NS || AC, NS=½ AC



KO = OS

MO = ON

Диагонали трапеции и вторая средняя линия пересекаются в одной точке

$$\Delta BOK \sim \Delta SOD \quad \frac{BK}{SD} = \frac{OK}{OS},$$

Дано: BK=KC

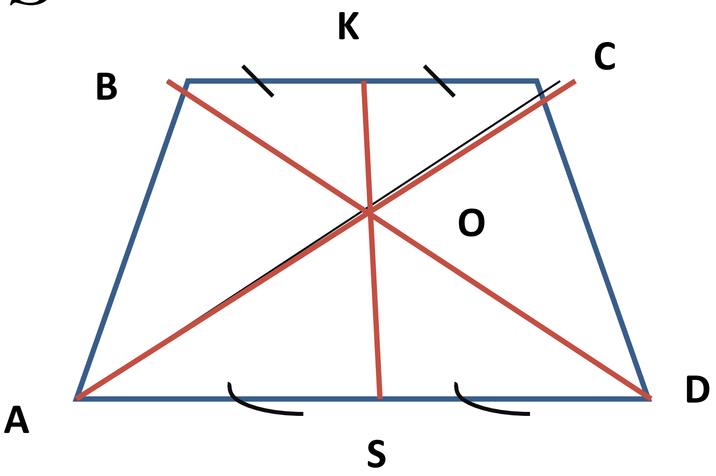
Доказать: AS=SD

$$\Delta KOC \sim \Delta AOS$$

$$\frac{KC}{AS} = \frac{OK}{OS}$$

$$\downarrow\downarrow$$

$$\frac{BK}{SD} = \frac{KC}{AS}$$

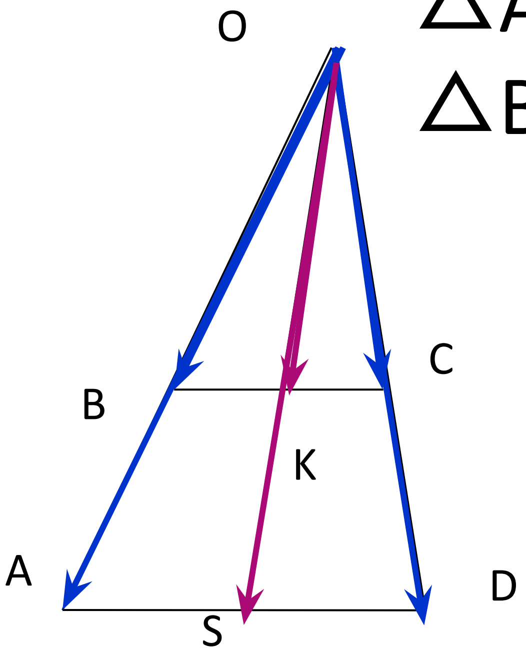


BK=KC

$\downarrow\downarrow$

AS=SD

Прямая, содержащая вторую среднюю линию трапеции проходит через точку пересечения прямых, содержащих боковые стороны



$\triangle AOD \sim \triangle BOC$

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OD}{OC} = k$$

OK=½ (OB+OC),

OS=½ (OA+OD),

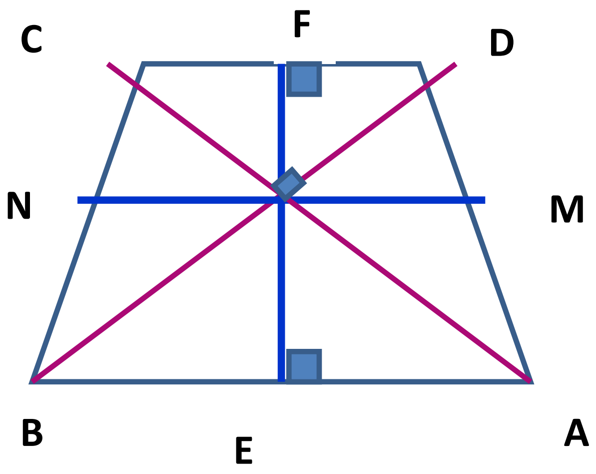
OS=½ (k·OB + k·OC)=½ k (OB+OC)=k OK

O $\in$ OS

Средние линии равнобедренной трапеции перпендикулярны

$MN \perp FE$

В равнобокой трапеции вторая средняя линия перпендикулярна ее основаниям



$FE \perp AB$ $FE \perp CD$

Если средние линии трапеции равны, то ее диагонали перпендикулярны

$AC \perp BD$

Задача 1. (Кушнир И. А.)

В трапеции ABCD сумма углов при меньшем основании равна 270º. Найти длину второй средней линии, если основания AD и BC соответственно равны а и в (а >в)

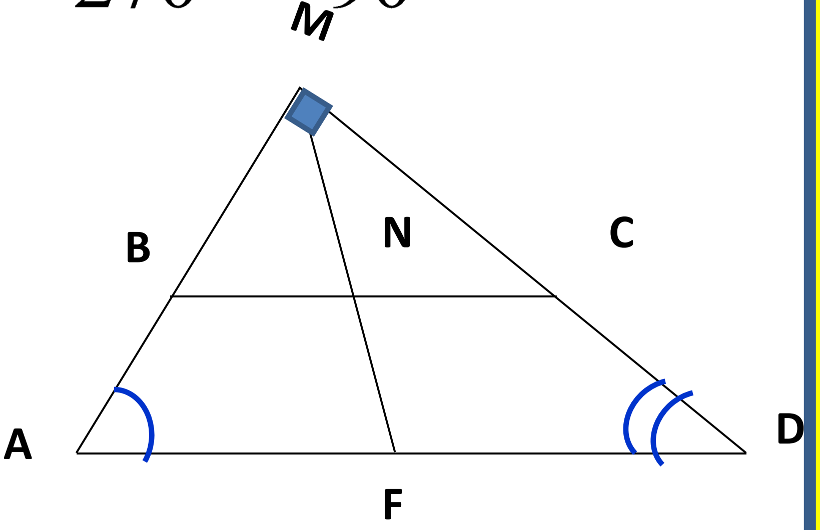
$$\angle MAD + \angle MDA = 360^0 - 270^0 = 90^0$$

$$MN = \sqrt{BN \cdot CN} = \sqrt{\frac{1}{2}b \cdot \frac{1}{2}b} = \frac{b}{2}$$

$$MF = \sqrt{AF \cdot DF} = \sqrt{\frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}a} = \frac{a}{2}$$

NF = MF – MN =

(a – b)/2

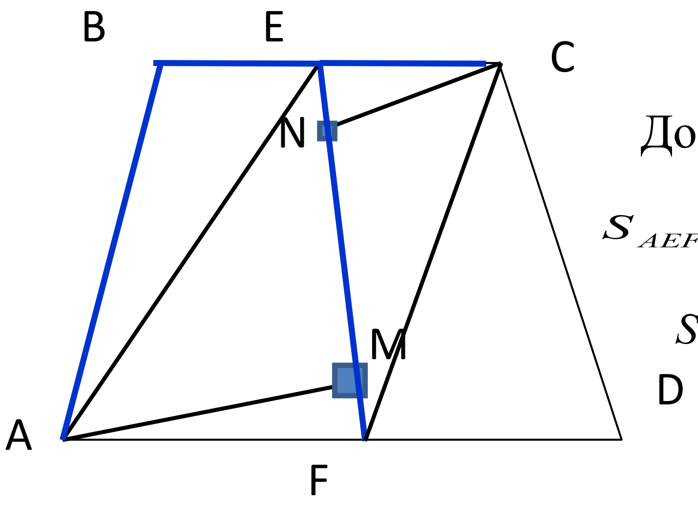


Задача 2 (Кушнир И.А.)

Доказать, что площадь трапеции равна произведению второй средней линии на сумму перпендикуляров, проведенных к этой средней линии (или её продолжению) из двух противоположных вершин трапеции

Дано: ABCD – трапеция, EF – вторая средняя линия, $CN \perp EF$, $AM \perp EF$.

Доказать: $S_{ABCD} = EF(AM + CN)$



Доказательство: Рассмотрим $\triangle AEF$ и $\triangle ECF$

$$S_{AEF} = \frac{1}{2} EF \cdot AM \qquad S_{ECF} = \frac{1}{2} EF \cdot CN$$

$$S_{AECF} = \frac{1}{2} EF(AM + CN) \qquad S_{ABE} = S_{ECF}, S_{AEF} = S_{FCD}$$

$$S_{ABCD} = 2S_{AECF} = EF(AM + CN)$$

Задача 3. (Кушнир И. А.)

В трапеции ABCD сумма углов при основании AD равна 90º. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований, равен полуразности оснований

Решение: AF=FD, BN=NC

AD, BC – гипотенузы прямоугольных

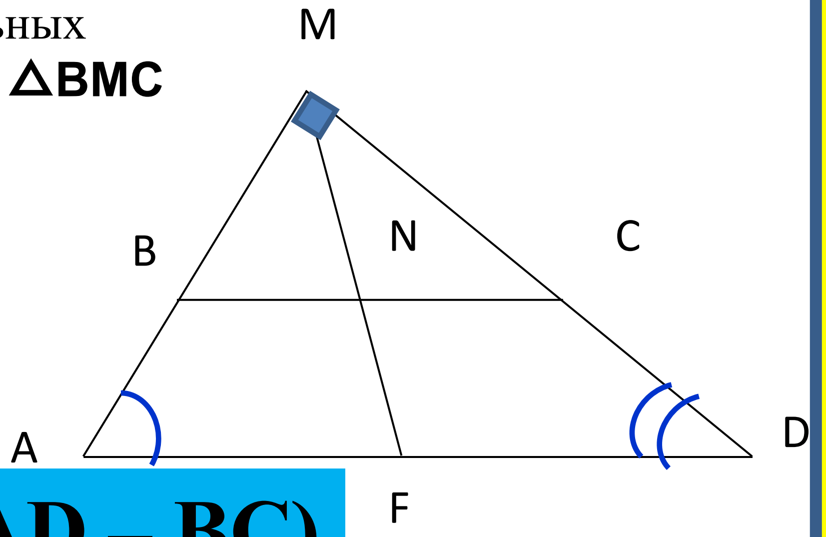
∆ AMD и ∆BMC

$\angle A + \angle D = 90$ $\angle M = 90$

$$MF = \sqrt{AF \cdot DF} = \frac{1}{2}AD$$

$$MN = \sqrt{BN \cdot CN} = \frac{1}{2}BC$$

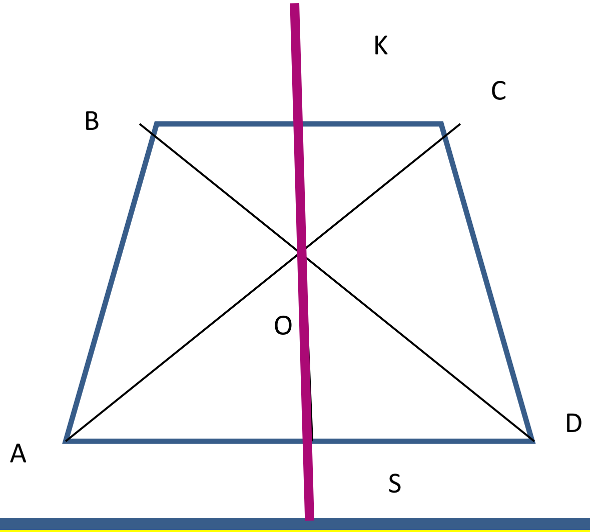
$$FN = MF - MN$$



FN =½ AD –½ BC =½ (AD – BC)

Задача 1 (составлена самостоятельно)

Верно ли утверждение:
если прямая проходит через точку пересечения диагоналей
и середину одного основания трапеции, то и второе основание
она делит пополам?



Диагонали трапеции и вторая средняя

линия пересекаются в одной точке

Задача 2 (составлена самостоятельно)

В трапеции ABCD вторая средняя линия KS= 4 см, основания равны 12 см и 8 см, угол между средними линиями 30º.

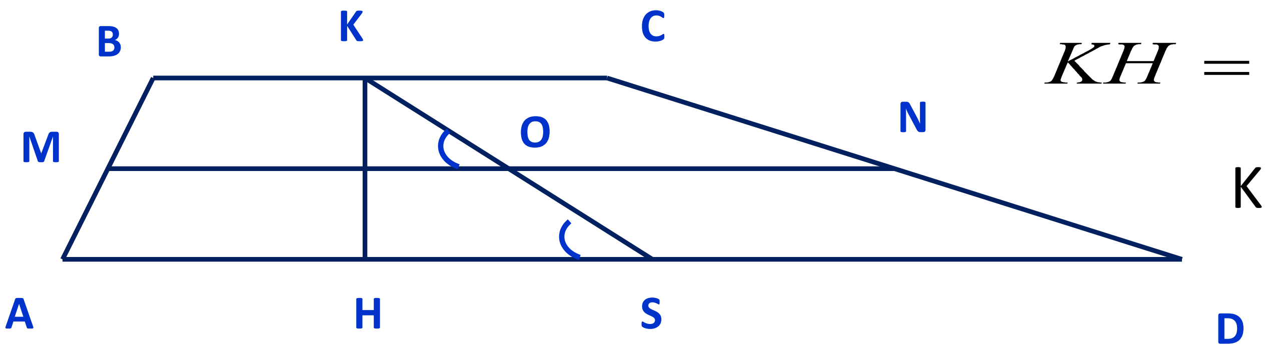
Найти площадь трапеции.

$$\angle ASO = \angle MOK = 30^0$$

$\triangle$KHS- прямоугольный

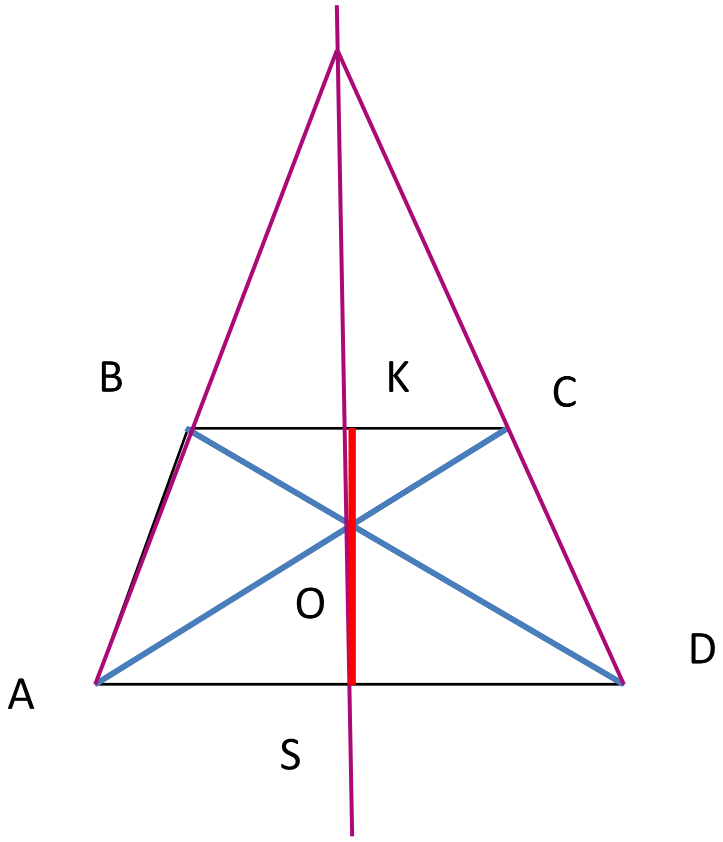
$$KH = \frac{1}{2}KS$$

KH=2 см



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(BC + AD) \cdot KH$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(12 + 8) \cdot 2 = 20$$



Задача 3

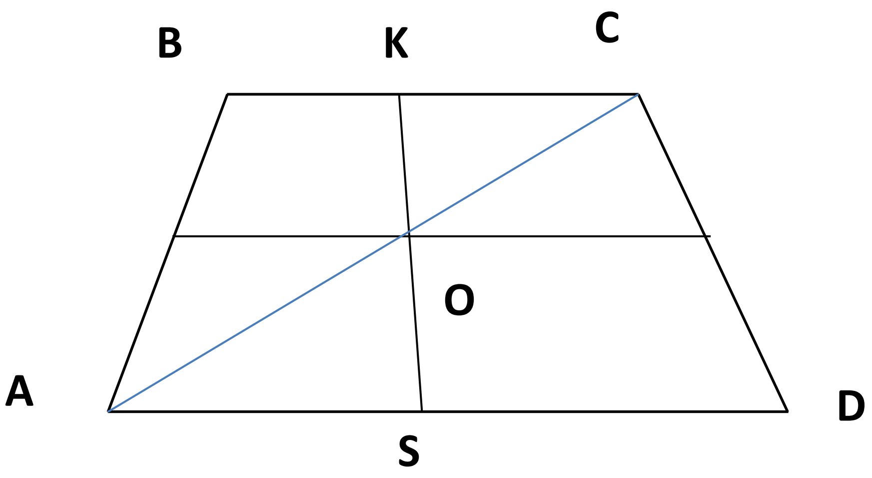
С помощью чертежной линейки построить вторую среднюю линию трапеции

Задача 4

Найдите среднюю линию трапеции ABCD, если BC=16см и ее вторая средняя линия делится диагональю в отношении 1:2.

Рассмотрим ΔKOC и ΔSOA. Они подобны по стороне и прилежащим углам. Значит Так как точка К середина отрезка BC, то KC= 8 см, а AS= 16см. Следовательно, AD=32см.

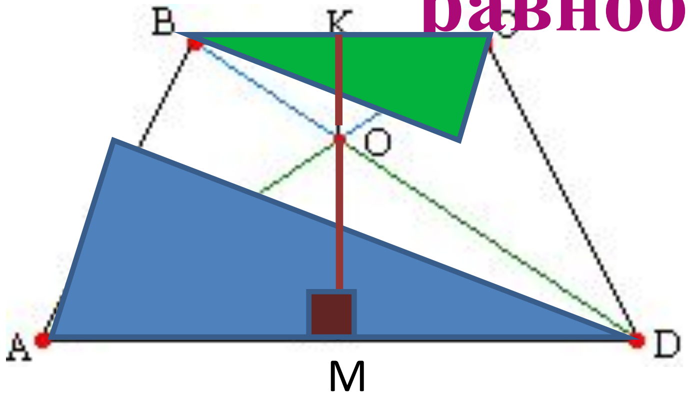
$$\frac{KO}{OS} = \frac{KC}{AS} = \frac{1}{2}. \quad ML = \frac{BC + AD}{2} = \frac{16 + 32}{2} = 24(см).$$



Задача 5

Вторая средняя линия равнобокой трапеции перпендикулярна её основаниям.

△AOD и △BOC равнобедренные



OM и OK медианы

KM⊥BC, KM⊥AD

ВЫВОДЫ:

1. В процессе собственных информационных поисков получены не известные факты для школьников о второй средней линии трапеции.
2. Изучены особенные свойства средней линии
3. Рассмотрены практическое решение математических задач с использованием свойств средней линии трапеции.
4. Составлены собственные математические задачи и их решение.
5. Получены новые для меня знания и умения, повысилась заинтересованность к изучению математики.

«Геометрия полна приключений, потому что за каждой задачей скрывается приключение мысли…»

В.Произволов