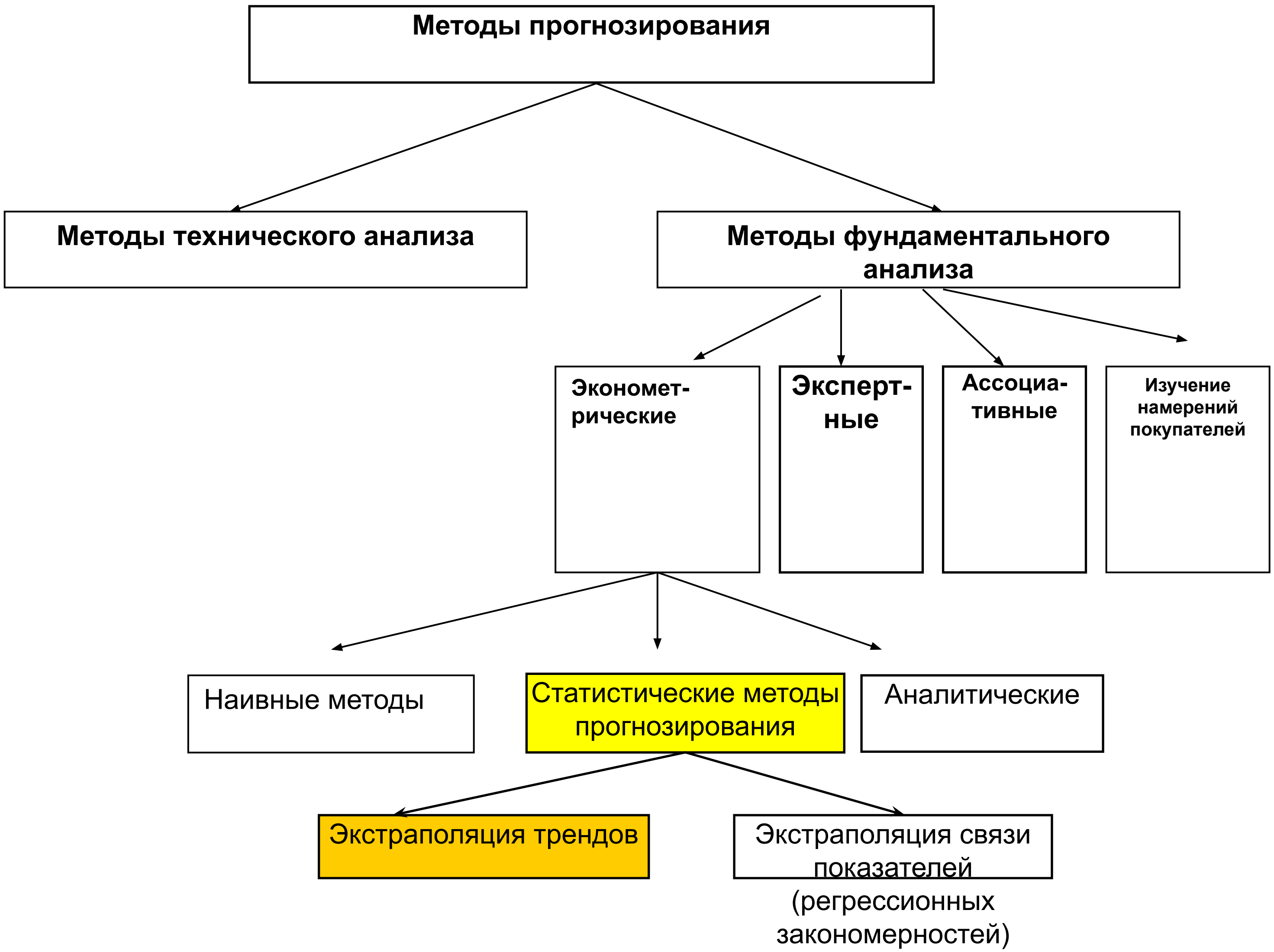
Экономические методы и модели

Занятие 5. Прогнозирование экономических показателей на основе анализа временных рядов

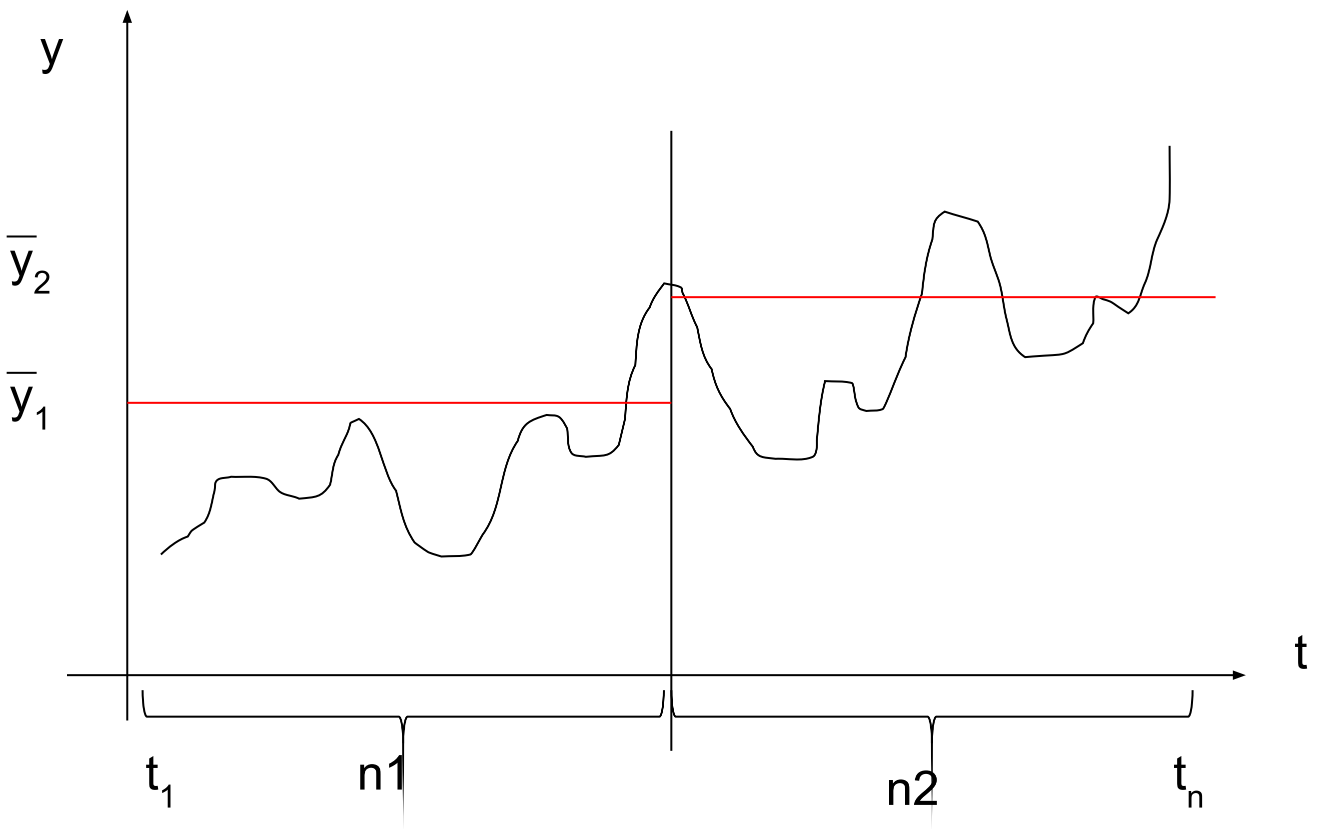
Шведова Ирина Александровна
к.э.н., доцент
Каф.Прикладного менеджмента

Классификация методов прогнозирования



Выявление наличия тренда

Метод сравнения средних уровней



1. Разбейте исходный ряд на две равные части по числу элементов (членов ряда).
   Обозначим через n1 число членов в первой половине исходного ряда,
   n2 - число членов во второй половине исходного ряда.

n = n1 + n2

2. Для каждой из половинок вычислите средние и исправленные дисперсии

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n_1} y_t}{n_1}$$

$$\bar{y}_2 = \frac{\sum_{t=n_1+1}^{n} y_t}{n_2}$$

$$S_1^2 = \frac{\sum (y_t - \bar{y}_1)^2}{n_1 - 1}$$

$$S_2^2 = \frac{\sum (y_t - \bar{y}_2)^2}{n_2 - 1}$$

$\overline{y_1}$ -среднее арифметическое значение первой половины исходного ряда

$\overline{y_2}$ -среднее арифметическое значение второй половины исходного ряда

S_1^2 -исправленная дисперсия по первой половине исходного ряда

S_2^2 -исправленная дисперсия по первой половине исходного ряда

3. Проверим гипотезу о равенстве дисперсий двух половиной исходного ряда на основе F-критерия Фишера-Снедекора.

Из вычисленных ранее исправленных дисперсий половинок исходного ряда определим максимальное и минимальное значение.

$$S^2_{меньшая} = \min(S_1^2, S_2^2)$$

$$S^2_{большая} = \max(S_1^2, S_2^2)$$

Рассчитаем значение случайной величины $F_{расч}$.

$$F_{расч.} = \frac{S^2_{большая}}{S^2_{меньшая}}$$

Выбираем уровень доверительной вероятности из интервала от 95% до 99%

Сравниваем табличное и расчетное значение F-критерия при выбранном уровне доверительной вероятности α

$$F_{расчетная} > F_{крит.}(\alpha, k_1, k_2)$$

Число степеней свободы k1 =n1-1, k2 =n2-1,
Где n1- число членов той части ряда, которой соответствует большая дисперсия ($S^2_{большая}$)
n2- число членов той части ряда, которой соответствует меньшая дисперсия ($S^2_{меньшая}$)

Если , $F_{расчетная} > F_{крит.}(\alpha, k_1, k_2)$, то гипотеза о равенстве дисперсий отвергается и проверить гипотезу о наличии тренда в динамическом ряду методом сравнения средних уровней **нельзя.**

В противном случае, расхождение между значениями S_1^2 и S_2^2 несущественно (случайно).
В этом случае проверяется основная гипотеза о равенстве двух частей временного ряда на основе t-критерия Стьюдента

$$\bar{y}_{большая} = \max(\bar{y}_1, \bar{y}_2)$$

$$\bar{y}_{меньшая} = \min(\bar{y}_1, \bar{y}_2)$$

$$t_{расч.} = \frac{\bar{y}_{большая} - \bar{y}_{меньшая}}{S}$$

$$S = \sqrt{\frac{(n_1-1)^2 \cdot S_1^2 + (n_2-1)^2 \cdot S_2^2}{n_1+n_2-2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

Если выполняется $t_{расч} < t_{крит.}(\alpha, k)$ при выбранном уровне доверительной вероятности 1-α и числе степеней свободы k =n1+n2-2 ,
То расхождение между средними половинок $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$ исходного ряда не значимо (случайно) и, значит, тренд отсутствует.
Иначе – расхождение между средними существенно и тренд существует.

4. Определим параметры ДВУХ аналитических уравнений

4.1. Линейный тренд

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$$

$$\begin{cases} n a_0 + a_1 \sum\limits_{t=1}^{n} t = \sum\limits_{t=1}^{n} y_t \\ a_0 \sum\limits_{t=1}^{n} t + a_1 \sum\limits_{t=1}^{n} t^2 = \sum\limits_{t=1}^{n} t y_t \end{cases}$$

где

$\bar{y}_t$ значение тренда в точке t.

4.2. Гиперболический тренд

$$\bar{y}_t = a_0 + \frac{a_1}{t}$$

$$\begin{cases} n a_0 + a_1 \sum\limits_{t=1}^{n} \frac{1}{t} = \sum\limits_{t=1}^{n} y_t \\ a_0 \sum\limits_{t=1}^{n} \frac{1}{t} + a_1 \sum\limits_{t=1}^{n} \frac{1}{t^2} = \sum\limits_{t=1}^{n} \frac{1}{t} \cdot y_t \end{cases}$$

Значения a_0 и a_1 определяются исходя из решения вышеприведенной системы уравнений

5.Оценим пригодность выбранных функций (линейной и гиперболической) для описания тренда на основании F-критерия Фишера-Снедекора

$$F = \frac{\sigma^2_{f(t)}}{\sigma^2_{\varepsilon(t)}}$$

$$\sigma^2_{f(t)} = \frac{\sum_{t=1}^{n} (\bar{y}_t - \bar{y})^2}{p-1}$$

$$\sigma^2_{\varepsilon(t)} = \frac{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \bar{y}_t)^2}{n-p}$$

Где p-число параметров уравнения тренда (для линейного и гиперболического уравнения p=2)

Вычисленное значение Fрасч. необходимо сравнить с табличным значением Fтабл.(α, k1, k2) при выбранном уровне значимости α и числе степеней свободы k1=p-1, k2=n-p

Если выполняется неравенство $F_{\text{расчетная}} > F_{\text{крит.}}(\alpha, k_1, k_2)$

То уравнение подходит для описания тенденции.

6. Выбор прогностической функции (из линейной и гиперболической)

Для выбора прогностической функции из линейной и гиперболической необходимо рассчитать для каждой из функций значение среднеквадратического отклонения.

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \bar{y}_t)^2}{n-p}}$$

В качестве тренда выбирается та из функций , для которой среднеквадратическое отклонение минимально.

7.Прогнозирование значений исследуемого признака

7.1. Рассчитаем значения исследуемого признака на основе выбранной в п.6 прогностической функции, подставляя вместо значения t значения (n+1), (n+2), (n+3), (n+4).

7.2.Рассчитаем доверительный интервал

$$\bar{y}_{n+e} \pm \Delta$$

Δ - ошибка прогноза.

Δ =t(α)*Sy*KL

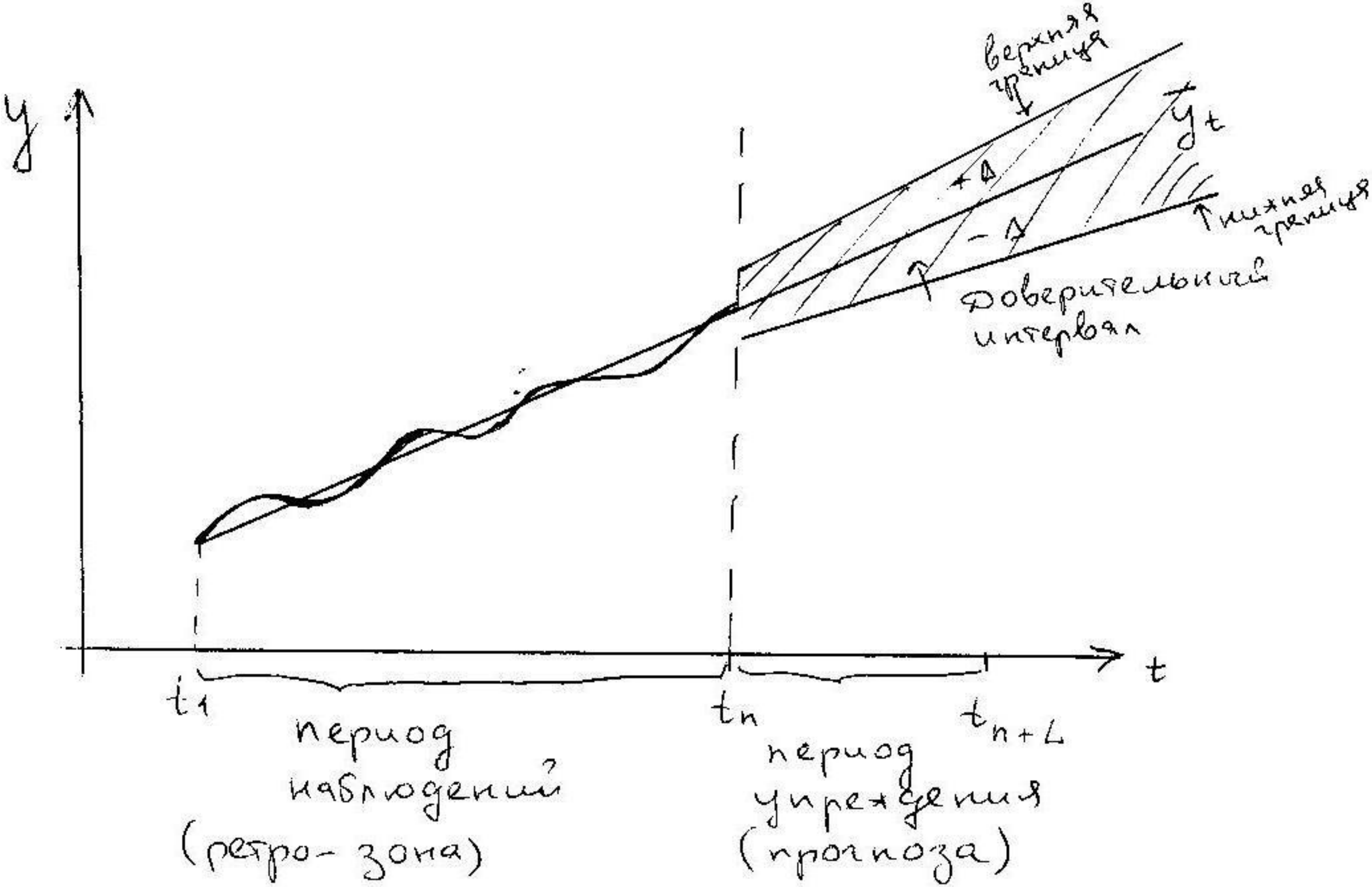
$$K_L = \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{3(n+2L-1)^2}{n(n^2-1)}}$$

t(α)-табличное значение t-критерия Стьюдента при заданном уровне значимости 1-α и числе степеней свободы k=n-p.

Результаты расчетов необходимо представить в таблице

Прогноз исследуемой величины на основе анализа временного ряда

Время упреждения L	K_L	Доверительный интервал Δ	Нижняя граница прогноза	Среднее значение прогноза	Верхнее значение прогноза
1					
2					
3					
4					



y
верхняя граница
y_t
$+\Delta$
$-\Delta$
нижняя граница
доверительный интервал
t
t_1
t_n
t_{n+L}
период наблюдений (ретро-зона)
период упреждения (прогноза)

Выводы

1. В исследуемом временном ряду с уровнем доверительной вероятности α =ххх имеется тенденция развития (тренд)
2. Наилучшей прогностической функцией из (…….) и (…..) является ….
3. Фактические значения исследуемого признака на периоде упреждения входят/не входят в прогнозные значения доверительного интервала

Домашнее задание

1. Выберите экономический показатель для исследования, используя данные Росстата (www. Gks.ru) или доступные Вам данные из других источников. При этом рекомендуется выбрать для исследования временной ряд с числом членов от 20 до 24.
2. Постройте прогноз на 4 временных периода, используя следующие приемы:

2.1. Выявление наличия тренда с помощью метода сравнения средних уровней

2.2. Выбор уравнения тренда

А)Рассчитайте параметры ДВУХ аналитических уравнений, описывающих тренд

Б) Оценить пригодность выбранных аналитических функций для описания тренда на основе F-критерия (Фишера-Снедекора)

В)Выбрать наилучшую из двух вычисленных функций тренда

3. Рассчитать прогнозные значения уравнения тренда и доверительный интервал. Представить данные в графической и табличной форме.

4. **Сделайте ВЫВОДЫ**