

ОСНОВНЫЕ ЦЕЛИ:

- **Формирование:** понятий последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, умений работать с формулами. Формирование умений видеть связь математики с жизнью.
- Развитие у учащихся познавательного интереса, памяти, речи, мышления, внимания, навыков самостоятельной работы, умения проводить аналогию, сравнивать.
- Воспитание у учащихся ответственности, добросовестности, дисциплины, самостоятельности, навыков общения со сверстниками, интерес к истории математики, инициативу и творчество.

Требования к математической подготовке

Учащиеся должны знать: определение арифметической, геометрической, бесконечно убывающей геометрической прогрессий, формулы n -го члена, суммы n -первых членов прогрессий, знать, что такое числовая последовательность и способы её задания.

Учащиеся должны уметь: распознавать арифметическую и геометрическую прогрессии, применять формулы n -го члена, суммы n -первых членов прогрессий к решению задач.

Числовая последовательность

Числовая последовательность - одно из основных понятий математики.

В математике изучаются бесконечные числовые последовательности:

$a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; \dots a_n; \dots$

Число a_1 называют первым членом последовательности, a_2 называют вторым членом последовательности и т.д. a_n называют n -м членом последовательности.

Прогрессии



Глиняная табличка из Древнего Вавилона (VI век до нашей эры)

Прогрессии как частные виды последовательностей встречаются в древних египетских папирусах и в клинописных табличках вавилонян.

Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Прогрессии	Арифметическая	Геометрическая
Определение	$a_{n+1} = a_n + d$	$b_{n+1} = b_n q$
Формула n -го члена.	$a_n = a_1 + d(n - 1)$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
Сумма n -первых членов	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n.$	$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}.$
Свойство	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$	$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$

***Зная эти формулы,
можно решить много
интересных задач
исторического,
литературного и
практического
содержания.***



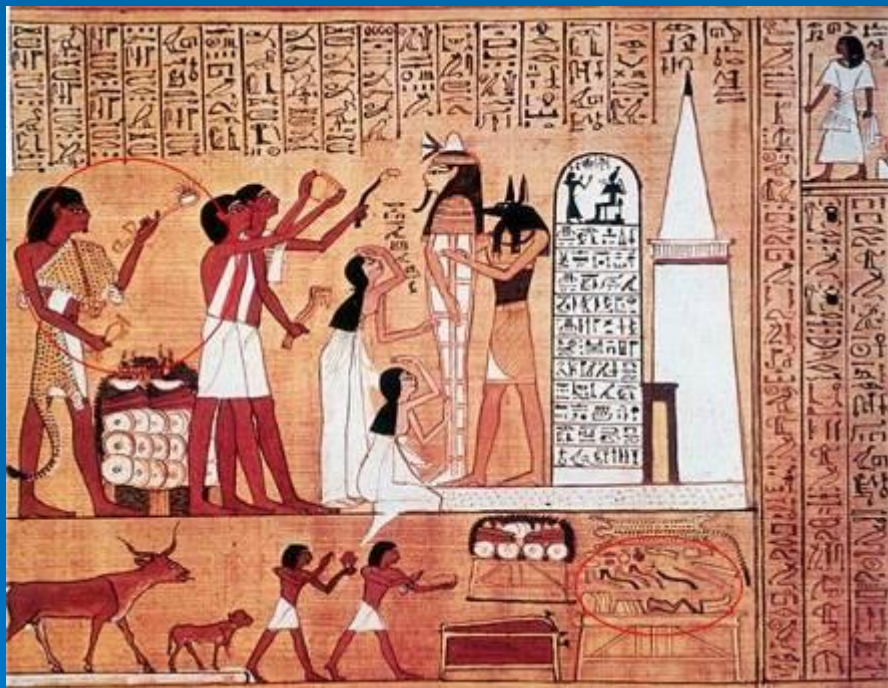


Старинные задачи через века и страны.



Прогрессии в древности

- Задачи на прогрессии – сии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства, строительство, размежевание земельных наделов.



Древний Египет

- Задача из египетского папируса Ахмеса: «Пусть тебе сказано: раздели 10 мер ячменя между 10 человеками, разность же между каждым человеком и его соседом равна одной восьмой меры.



$$a = \frac{s}{n} - (n-1) \frac{d}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

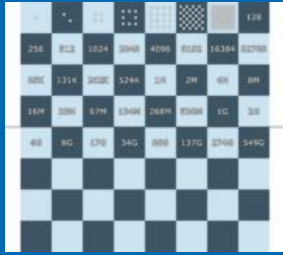
Германия



*Карл Гаусс
(1777-1855).*

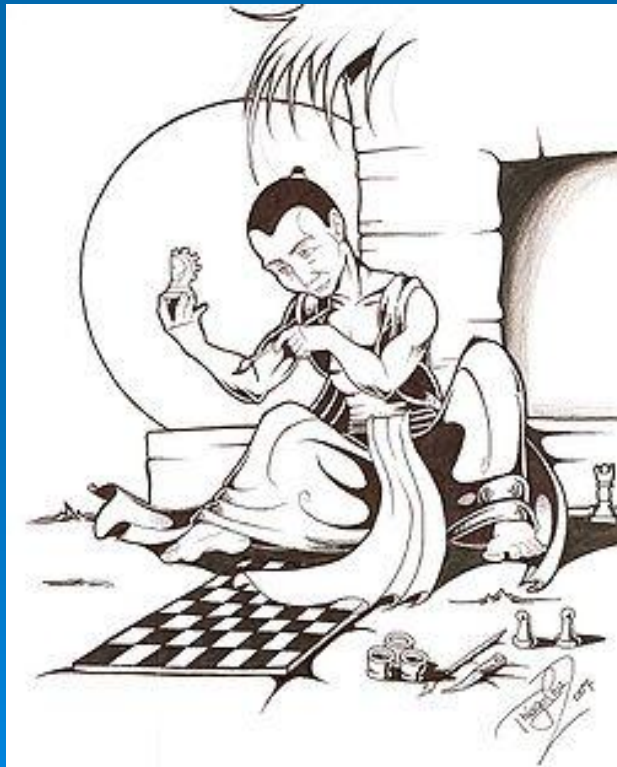
*Нашёл моментально
сумму всех натураль-
ных чисел от 1 до 100
будучи ещё учеником
начальной школы.*

*Решение: $1+2+3+4+\dots+$
 $99+100=(1+100)+(2+99)+$
 $(3+98)+\dots=101*50=5050$*



Задача-легенда

Индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку.



Сета, издеваясь над царём, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 зерно, за вторую 2 зерна, за третью 4 зерна и т.д. Обрадованный царь посмеялся над Сетой, и приказал выдать ему такую награду. Решение : Геометрическая прогрессия 1;2;4;8;.... $b_1=1; q=2; n=64. S_{64}=?$

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

Прогрессии в нашей жизни.



Прогрессии в литературе

- А.С Пушкин «Евгений Онегин».
-Не мог он ямба от хорея,
□ Как мы не бились отличить.....
- **Ямб**-это стихотворный размер с ударением на чётных слогах **2;4;6;8**
- Номер ударных слогов образуют арифметическую прогрессию.
- **Хорей**-это стихотворный размер с ударением на нечётных слогах стиха.
- Номер ударных слогов образуют арифметическую прогрессию:**1;3;5;7**



Ямб:

**«Мой дядя самых честных
правил...»**

Арифметическая прогрессия

2;4;6;8;.....

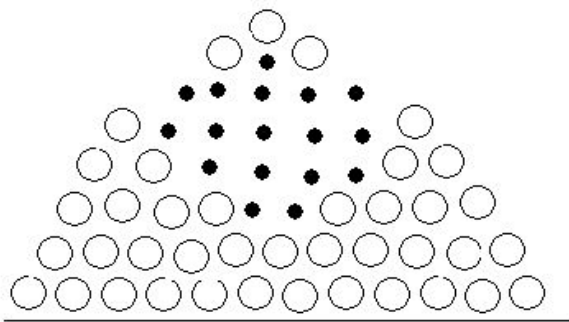
**Хорей: «Я пропал как зверь в
загоне .» Б.Л.Пастернак.**

Арифметическая прогрессия:

1;3;5;7;...

Строительство

- При хранении брёвен строевого леса, их укладывают так, как показано на рисунке.



Дано: арифметическая прогрессия: $a_1 = 12, a_2 = 11, a_n = 1$

Найти: S_n - ?

Сколько брёвен находится в одной кладке, если в её основании положить 12 брёвен

Решение: $a_1 = 12; a_2 = 11; a_n = 1$
 $d = 1; a_n = a_1 + (n - 1)d; n = 12.$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n ; S_{12} = 78.$$

Прогрессии в биологии

- В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении одной минуты одна из них делится на две. Указать количество бактерий, рождённых одной бактерией за 7 минут. Решение: Геометрическая прогрессия $b_1=1; q=2; n=7$.

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}.$$

$$S_7 = 127.$$



Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

- Геометрическая прогрессия называется бесконечно убывающей, если модуль её знаменателя меньше единицы.
- Суммой бесконечно убывающей геометрической прогрессии называют число, к которому стремится сумма её первых n членов при $n \rightarrow \infty$.

$$S = \frac{b_1}{1 - q} \quad |q| < 1$$

