

Тема урока:

"Прогрессии"

Исторические сведения о прогрессиях



18 446 744 073 709 551 615

Задача.

Штангист поднимает штангу весом 45кг. С каждым подходом вес штанги увеличивается на 5 кг. Сколько кг поднимет штангист за 7 подходов?

Дано: арифметическая прогрессия , $a_1=45,d=5 ,n=7$

Найти: S

Решение

$$S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n$$

$$S_7 = \frac{2 \cdot 45 + 5 \cdot 6}{2} \cdot 7$$

$$S_7 = \frac{90 + 30}{2} \cdot 7$$

$$S_7 = 420$$

Ответ: за 7 подходов штангист поднимет 420кг

Задача.

7 января 2007 года на Нью-йоркской фондовой бирже было зарегистрировано 3025 компаний с общим капиталом 2837000\$. Известно, что в совокупности за 2000 и 2001 года сумма всех капиталовложений составила 16000000\$. Сколько денежных средств было выручено компаниями за 2001 год?

Дано: $a_1=2837000$, $S_2=16000000$

Найти: a_n

Решение.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_2 = \frac{(2837000 + a_n) \cdot 2}{2}$$

$$16000000 = 2837000 + a_n$$

$$a_n = 16000000 - 2837000 = 13163000$$

Ответ: 13163000\$ было выручено компаниями за 2001 год

Задача.

Прежде распространенные везде косули сохранились лишь местами и их поголовье, которое составляло более миллиона особей резко сократилось: в 1990 году их оставалось чуть более 15000. Однако благодаря защитным мерам, принятым в отношении этого вида в 2005 году его численность достигла 60000 особей. Сколько особей пополняло ряды косулей в среднем каждый год?

Решение.

$$n = 16$$

$$a_1 = 15000$$

$$a_{16} = 60000$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_{16} = a_1 + d \cdot 15$$

$$60000 = 15000 + 15d$$

$$15d = 45000$$

$$d = 3000$$

Ответ: 3000 особей

Задача.

В оранжерее детектива Нира Вульфа насчитывалось около 4000 орхидей, через 2 года количество орхидей увеличилось с 4000 до 16000. Сколько орхидей насчитывалось в оранжерее через 2 года, если они размножались в геометрической прогрессии?

Дано: $b_2=4$; $d_4=16$

Найти: b_3

Решение.

$$|b_n| = \sqrt{b_{n+1} \cdot b_{n-1}}$$

$$|b_2| = \sqrt{b_1 \cdot b_3} = \sqrt{4 \cdot 16} = 2 \cdot 4 = 8$$

Ответ: 8000 орхидей насчитывалось в 2003 году в оранжерее.

Задача.

Стая птиц летела на юг. За первый день эта стая птиц пролетела 201 км, а за каждый последующий день она пролетала на 2 километра больше, чем в предыдущий. За сколько дней перелётные птицы долетят до места зимовки, если перелётный путь равен 4642 км?

Дано : $\div(a_n), a_1 = 201, d = 2, S_n = 4620$

Найти : n

Решение.

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n$$

$$\frac{2 \cdot 201 + 2(n-1)}{2} n = 4642$$

$$n^2 + 200n - 4642 = 0$$

По теореме обратной т.Виета

$$n_1 + n_2 = -200$$

$$n_1 \cdot n_2 = -4642$$

$$n_1 = 21, n_2 = -221$$

$n = -221$ – не удовлетворяет условию задачи

Ответ: 21 день уйдёт на перелёт стаи.

Задача.

На луг площадью 12800 м^2 попали семена одуванчика и со временем заняли 50 м^2 . При благоприятных условиях одуванчик размножаясь, занимает площадь в двое большую, чем в прошлом году. Через сколько лет одуванчики займут весь луг?

Дано: b_n - геометрическая
прогрессия, $b_1=50, b_n=12800, q=2$

Найти: n

Решение.

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$12800 = 50 \cdot 2^{n-1}$$

$$256 = 2^{n-1}$$

$$2^8 = 2^{n-1}$$

$$n - 1 = 8$$

$$n = 7$$

Ответ: за 7 лет.

Задача.

Обкатывая новую модель автомобиля, испытатель каждый следующий день увеличивал пробег на 20%. Какое расстояние проедет испытатель за 5-й день, если он начал проезд с 200 км?

Решение.

20% от 200км равны 40 км

a_n – арифметическая прогрессия,
 $a_1=200$, $d=40$, $n=5$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_5 = a_1 + 4d = 200 + 4 \cdot 40 = 200 + 160 = 360 \text{ (км)}$$

Ответ: 360 км.

Задача.

Строя пирамиды для фараонов египтяне в каждом следующем ряду плит устанавливали на одну плиту меньше, чем в предыдущем. На самом верху стены возвышается одна плита. Сколько всего плит понадобится только для одной стены пирамиды, если плиты стоят в 60 рядов?

Решение.

Считать ряды будем сверху. Тогда в арифметической прогрессии a_n $a_1=1, d=1, n=60$

$$a_{60} = a_1 + 59d = 1 + 59 \cdot 1 = 60$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

$$S_{60} = \frac{1 + 60}{2} \cdot 60 = 61 \cdot 30 = 1830$$

Ответ: 1830 плит только в одной стене пирамиды.

Задача.

В связи с истреблением лисицы из-за чрезмерного увеличения охоты на неё в Англии в одно время резко возросло поголовье кроликов, которые съедали посевы фермеров. Как быстро росло количество кроликов, если в одном из округов Англии их было 500 шт, а за 6 лет стало 16000?

Дано: b_n - геометрическая прогрессия,
 $b_1 = 500$, $n = 6$, $b_6 = 16000$
Найти: q .

Решение.

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$b_6 = b_1 q^5$$

$$500 \cdot q^5 = 16000$$

$$q^5 = 32$$

$$q^5 = 2^5$$

$$q = 2$$

Ответ: каждый год количество кроликов удваивалось.

$\div a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

$$a_n = a_{n-1} + d$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

$$\div \div b_1, b_2, b_3, \dots b_n, \dots$$

$$b_n = b_{n-1} \cdot q$$

$$(b_1 \neq 0, q \neq 0)$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

$$S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S = \frac{b_1}{1 - q}, |q| < 1$$

$$\div a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

$$a_n = a_{n-1} + d$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

$$\div \div b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$$

$$b_n = b_{n-1} \cdot q$$

$$(b_1 \neq 0, q \neq 0)$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

$$S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S = \frac{b_1}{1 - q}, |q| < 1$$