

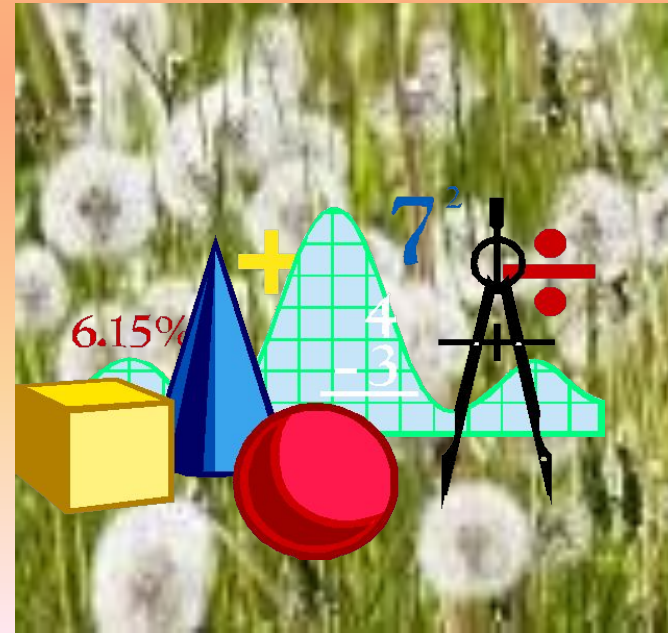
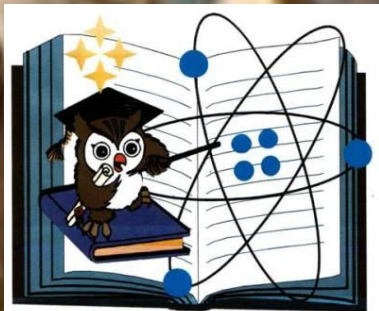
Шегарский район, Томской области,
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Баткатская средняя общеобразовательная школа»

Прогрессии вокруг нас

Исследовательская
работа

*Авторы: Старкина Елена,
Соломенникова Инна,
МОУ «Баткатская СОШ»,
9 класс*

*Руководитель работы:
Кулеш Ирина Николаевна,
учитель математики*



Закончился 20 -ый век.
Куда стремится человек?
Изучены космос и море,
Строенье звёзд и вся Земля,
Но математиков зовёт
Известный лозунг:



"Прогрессио - движение вперёд!"



Прогрессио – движение вперед!



- будешь как я!

Аннотация проекта

**В своём исследовании мы хотим ответить на вопрос:
действительно ли прогрессии играют большую роль в повседневной жизни?**

Для этого:

**сравнили определения,
характеристические свойства арифметической и геометрической прогрессий;
провели анализ исторического экскурса для установления авторства теории
о прогрессиях;
привели примеры применения прогрессий в различных отраслях хозяйств;
рассмотрели влияние размножения живых организмов в геометрической прогрессии
жизни на Земле.**



***Актуальность исследования
(Почему это важно для нас?):***

**В 9 классе мы изучаем прогрессии:
давали определения, научились находить по формулам любой член прогрессии,
сумму первых членов прогрессии. Захотели найти ответы на вопросы:
имеет ли это какое - либо практическое значение
и как давно люди знают последовательности, как возникло это понятие.**

**Мы подтвердим или опровергнем утверждение того,
что математика – наука очень древняя и возникла она из практических нужд
человека, что алгебра является частью общечеловеческой культуры.**





Проблемный вопрос:

Действительно ли прогрессии играют большую роль в повседневной жизни?



Объект исследования:

последовательности: арифметическая и геометрическая прогрессии.

Предмет исследования:

практическое применение этих прогрессий

Гипотеза исследования:

На уроках математики мы много раз слышали о том, что математика – наука очень древняя и возникла она из практических нужд человека. Видимо, и прогрессии имеют определенное практическое значение.

Цель исследования:

установить картину возникновения понятия прогрессии и выявить примеры их применения.



Задачи исследования

1. **Изучить** наличие задач на прогрессии с практическим содержанием в различных учебных пособиях.

2. **Выяснить:**

- когда и в связи с какими потребностями человека появилось понятие последовательности, в частности -прогрессии;

- какие ученые внесли большой вклад в развитие теоретических и практических знаний по изучаемой проблеме.

3. **Установить** факты широкого применения интенсивного размножения бактерий в геометрической прогрессии в пищевой промышленности, в медицине, в фармакологии, в сельском и коммунальном хозяйствах. Найти примеры применения прогрессий в нашей жизни.

Методы исследования

Анализ школьных учебников математики.

Анализ школьных учебников математики, математической, справочной литературы, литературы по истории математики, материала из Интернета.

Обобщение найденных фактов в учебниках по биологии и по экологии и в медицинских справочниках.



Формулы



Арифметическая прогрессия

$$1. a_n = a_1 + d(n-1);$$

$$2. a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2};$$

$$3. d = a_{n+1} - a_n;$$

$$4. S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n;$$

$$5. S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n.$$

$$1. b_n = b_1 q^{(n-1)};$$

$$2. b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}};$$

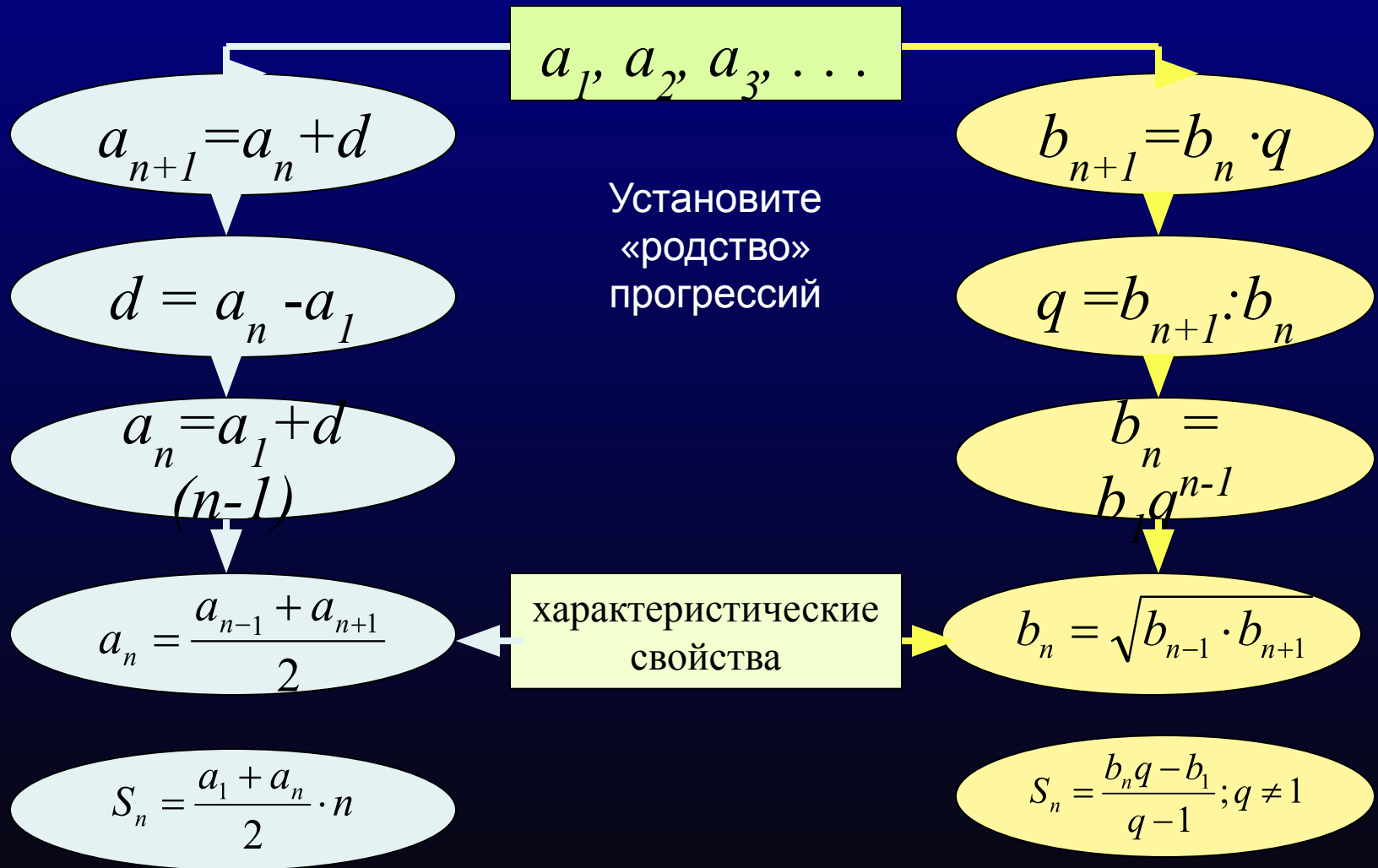
$$3. q = \frac{b_{n+1}}{b_n};$$

$$4. S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1};$$

$$5. S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1;$$

$$6. S_n = \frac{b_1}{1 - q}, |q| < 1;$$

Информационная модель (схема) сравнения арифметической и геометрической прогрессий



Немного истории

В клинописных табличках вавилонян, как и в египетских папирусах, относящихся ко 2 тысячелетию до нашей эры, встречаются примеры арифметических и геометрических прогрессий.

Первые теоретические сведения, связанные с прогрессиями, дошли до нас в документах Древней Греции.

Некоторые формулы, относящиеся к прогрессиям, были известны и индийским учёным.



Немного истории

Правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии даётся в «Книге абака» (1202г.) Леонардо Фибоначчи.



7 4 8 2

А общее правило для суммирования любой конечной геометрической прогрессии встречается в книге Н. Шюке «Наука о числах», увидевшей свет в 1484 году.



8 7 4 2

Древняя индийская легенда

Царь древней Индии Шерам пригласил к себе изобретателя шахмат Сета и спросил, какую бы награду хотел бы он получить за изобретение столь мудрой игры.

Тогда Сета попросил царя на первую клетку шахматной доски положить 1 зерно, на вторую – 2 зерна, на третью – 4, на четвертую – 8 и т.д., т.е. на каждую клетку вдвое больше зерна, чем на предыдущую клетку. Поначалу царь удивился столь “скромному” запросу изобретателя и поспешно повелел выполнить ту просьбу. Однако, как выяснилось, казна царя оказалась слишком “ничтожной” для выполнения этой просьбы.



Столько зёрен
должен был получить
изобретатель шахмат:

$$S_{64} = 2^{64} - 1 = \\ = 18446744073704551615$$



Все организмы обладают интенсивным размножением в геометрической прогрессии

ИНФУЗОРИИ...

Летом инфузории размножаются бесполом способом делением пополам.

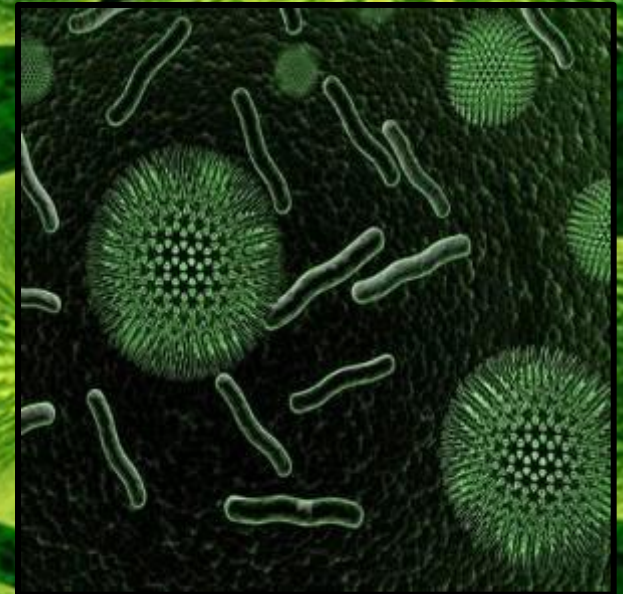
Вопрос: сколько будет инфузорий после 15-го размножения?



$$b_{15} = 2 \cdot 2^{14} = 32768$$

бактерии...

Способность к размножению у бактерий настолько велика, что если бы они не гибли от разных причин, а беспрерывно размножались, то за трое суток общая масса потомства одной только бактерии могла бы составить 7500 тонн. Таким громадным количеством бактерий можно было бы заполнить около 375 железнодорожных вагонов.



Интенсивность размножения бактерий используют...



в пищевой промышленности
(для приготовления напитков, кисломолочных продуктов, при квашении, солении и др.)



в фармацевтической промышленности
(для создания лекарств, вакцин)



в сельском хозяйстве
(для приготовления силоса, корма для животных и др.)



в коммунальном хозяйстве и природоохранных мероприятиях
(для очистки сточных вод, ликвидации нефтяных пятен)

МУХИ...



“Потомство пары мух съест мёртвую лошадь также скоро как лев”.

Карл Линней

Девятое поколение одной пары мух наполнило бы куб, сторона которого равна 140 км, или же составило бы нить, которой можно опоясать земной шар 40 млрд. раз.

Одуванчик...



“Потомство одного одуванчика за 10 лет может покрыть пространство в 15 раз больше суши земного шара”.

К. А. Тимирязев

ТЛИ...

Всего за пять поколений, то есть за 1 – 1,5 летних месяцев, одна единственная тля может оставить более 300 млн. потомков, а за год её потомство способно будет покрыть поверхность земного шара слоем толщиной почти в 1 метр.



ВОРОБЬИ



- Потомство пары птиц величиной с воробья при продолжительности жизни в четыре года может покрыть весь земной шар за 35 лет.

В каких процессах ещё встречаются такие закономерности?

- Деление ядер урана происходит с помощью нейтронов. Нейтрон, ударяя по ядру урана раскалывает его на две части. Получается два нейтрона. Затем два нейтрона, ударяя по двум ядрам, раскалывают их еще на 4 части и т.д. — это геометрическая прогрессия.
- При повышении температуры в арифметической прогрессии скорость химической реакции вырастает в геометрической прогрессии.
- Возведение многоэтажного здания — пример арифметической прогрессии. Каждый раз высота здания увеличивается на 3 метра.

- Вписанные друг в друга правильные треугольники — это геометрическая прогрессия.
- Денежные вклады под проценты — это пример геометрической последовательности. Зная формулы суммы членов геометрической последовательности, можно подсчитывать сумму на вкладе.
- Равноускоренное движение — арифметическая прогрессия, т.к. за каждые промежутки времени тело увеличивает скорость в одинаковое число раз.

О поселковых слухах:



Удивительно, как быстро разбегаются по посёлку слухи! Иной раз не пройдет и двух часов со времени какого-нибудь происшествия, которое видели всего несколько человек, а новость уже облетела весь посёлок: все о ней знают, все слышали. Итак, задача:

В поселке 16 000 жителей. Приезжий в 8.00 рассказывает новость трем соседям; каждый из них рассказывает новость уже трем своим соседям и т. д. Во сколько эта новость станет известна половине посёлка?



Решение.

Итак, в 8.15 утра новость была известна только четверым: приезшему и трём местным жителям. Узнав эту новость, каждый из трёх граждан поспешил рассказать её трём другим. Это потребовало также четверти часа. Значит, спустя полчаса после прибытия новости в город о ней узнали уже $4+3 \cdot 3=13$ человек. Каждый из девяти вновь узнавших поделился в ближайшие четверть часа с тремя другими гражданами, так что к 8.45 утра новость стала известна $13+9 \cdot 3=40$ гражданам. Если слух распространяется по посёлку и далее таким способом, то есть каждый узнавший эту новость успевает в ближайшие четверть часа передать её трём согражданам, то осведомление посёлка будет происходить по следующему расписанию:

в 9.00 новость узнают $40+27 \cdot 3=121$ (человек);

9.15 $121+81 \cdot 3=364$

(человек);

9.30 $364+243 \cdot 3=1093$

(человек);

9.45 $1093+729 \cdot 3=3280$



Выводы:



Сделав анализ задач на прогрессии с практическим содержанием мы увидели, что прогрессии встречаются при решении задач в медицине, в строительстве, в банковских расчетах, в живой природе, в спортивных соревнованиях и в других жизненных ситуациях. Следовательно, нам необходим навык применения знаний, связанных с прогрессиями.



Установили, что сами по себе прогрессии известны так давно, что нельзя говорить о том, кто их открыл.

Убедились в том, что задачи на прогрессии, дошедшие до нас из древности, также как и многие другие знания по математике, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства и другими.



Выяснили, что в развитие теории о прогрессиях внесли ученые Архимед, Пифагор и его ученики, французский математик Леонард Фибоначчи. Нашли много задач на арифметическую и геометрическую прогрессию в старых и в современных учебниках по математике. Заметили, что арифметическая прогрессия в практических задачах встречается чаще геометрической.

Обнаружили, что интенсивное размножение бактерий в геометрической прогрессии широко применяется в пищевой промышленности, в фармакологии, в медицине, в сельском и коммунальном хозяйствах, в банковских расчетах.



Сделав анализ задач на прогрессии с практическим содержанием мы увидели, что прогрессии встречаются при решении задач в медицине, в строительстве, в банковских расчетах, в живой природе, в спортивных соревнованиях и в других жизненных ситуациях. Следовательно, нам необходим навык применения знаний, связанных с прогрессиями.

