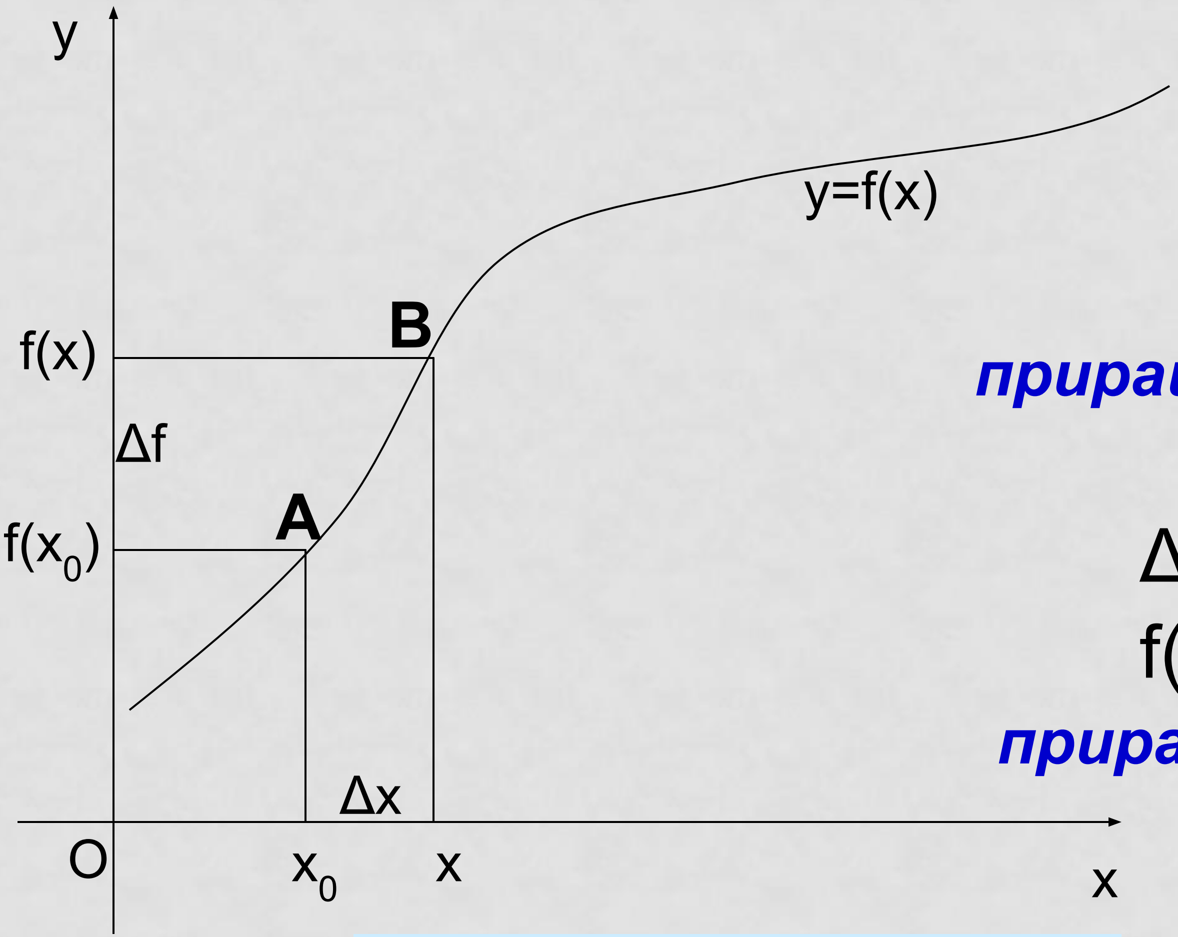
ПРОИЗВОДНАЯ

КОЛПАКОВА С. В.



$$\Delta x = x - x_0$$
$$x = x_0 + \Delta x$$

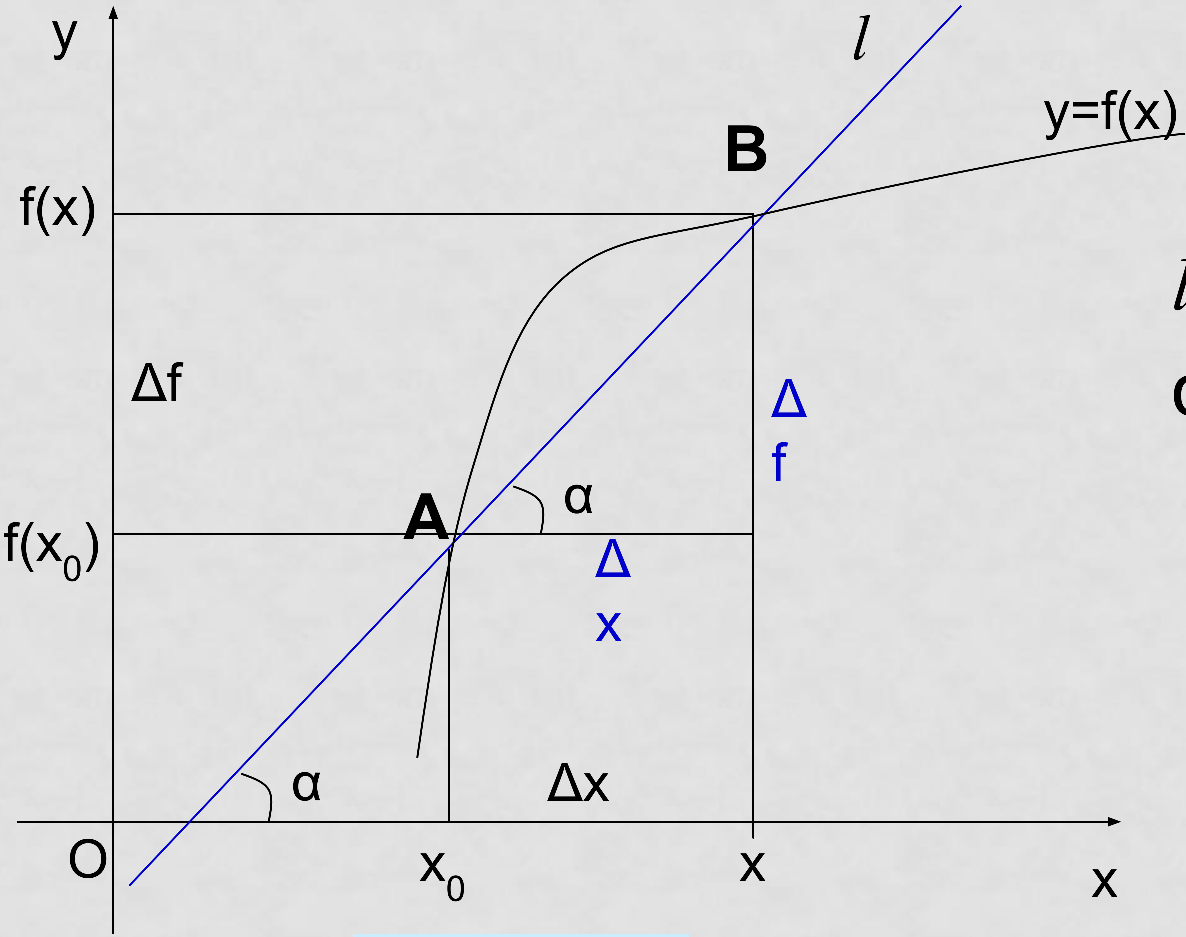
приращение аргумента

$$\Delta f = f(x) - f(x_0)$$
$$f(x) = f(x_0) + \Delta f$$

приращение функции

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

разностное отношение



l – секущая

α - *угол наклона*

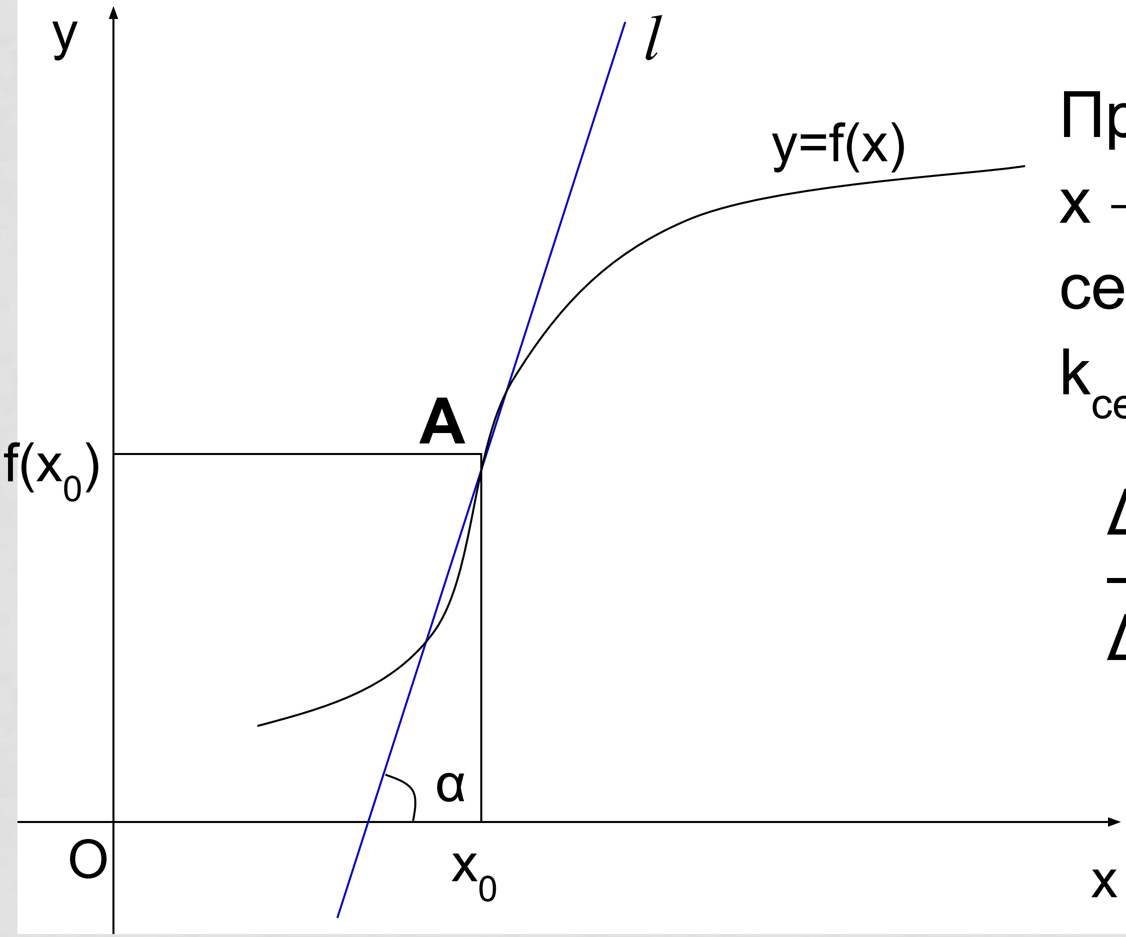
y= kx+b

$\frac{\Delta f}{\Delta x}$ = tg **α** = ***k*** *– угловой коэффициент прямой*

Если тело движется по прямой и за время Δt его координата изменяется на Δx, то

$$V_{ср}(\Delta t) = \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{t(x_0 + \Delta x) - t(x_0)}{\Delta x}$$

- средняя скорость движения тела за Δt



При $\Delta x \to 0$

$x \to x_0$, $B \to A$,

секущая $\to$ касательная,

$k_{сек} \to k_{кас}$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} \to \operatorname{tg} \boldsymbol{\alpha}$$

$$V_{ср}(\Delta t) = \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

При $\Delta x \to 0$ $V_{ср}(\Delta t) \to V_{мгн}(\Delta t)$

Производная

<u>Производной</u> функции *f* в точке x_0 называется число, к которому стремится разностное отношение при $\Delta x \to 0$.

$$f'(x_0) = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

при $\Delta x \to 0$.

Правила вычисления производных

Если функции U и V дифференцируемы в точке x_0, то

1. $(U + V)' = U' + V'$

2. $(U V)' = U' V + U V'$

1. $$\left[\frac{U}{V}\right]' = \frac{U' V - U V'}{V^2}$$

Если функция U дифференцируема в точке x_0, а С-постоянная, то $(CU)'=CU'$

Формулы для вычисления производных

1. $C' = 0$
2. $x' = 1$
3. $(x^n)' = nx^{n-1}$
4. $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
5. $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$

Задание 1. Найдите производные функций:

1. $f(x)=3x+5$

2. $f(x)=4x^2-5x^3+9x$

3. $f(x)=\dfrac{3}{x}+\dfrac{x}{3}$

4. $f(x)=\dfrac{2}{x^2}+\dfrac{5}{x^3}-\dfrac{7}{x}$

5. $f(x)=\sqrt{x}+4$

6. $f(x)=\dfrac{1}{3x}+\dfrac{1}{2x^2}+\sqrt{4x}$

Задание 2. Найдите производные функций:

1. $f(x)=(3x+5)(x-3)$

2. $f(x)=(x^2-5x)(x^3-x^2)$

3. $f(x)=\dfrac{3+x}{x^3}$

4. $f(x)=\dfrac{2x^2-5}{x+1}$

5. $f(x)=(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-2)$

6. $f(x)=\left[\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{x}\right]4x^2$

Ответы:

1. $f'(x)=3$
2. $f'(x)=8x-15x^2+x$
3. $f'(x)= -\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{1}{3}$
4. $f'(x) = -\dfrac{4}{x^3}-\dfrac{15}{x^4}+\dfrac{7}{x^2}$
5. $f'(x)= 1/(2\sqrt{x})$
6. $f'(x) = -\dfrac{1}{3x^2}-\dfrac{1}{2x^3}+1/\sqrt{x}$

1. $f'(x)=6x-9$
2. $f'(x)=5x^4-24x^3+15x^2$
3. $f'(x)= \dfrac{4x+9}{x^4}$
4. $f'(x) = \dfrac{2x^2+4x+5}{(x+1)^2}$
5. $f'(x)= 1+1/\sqrt{x}$
6. $f'(x) = 4x+4$