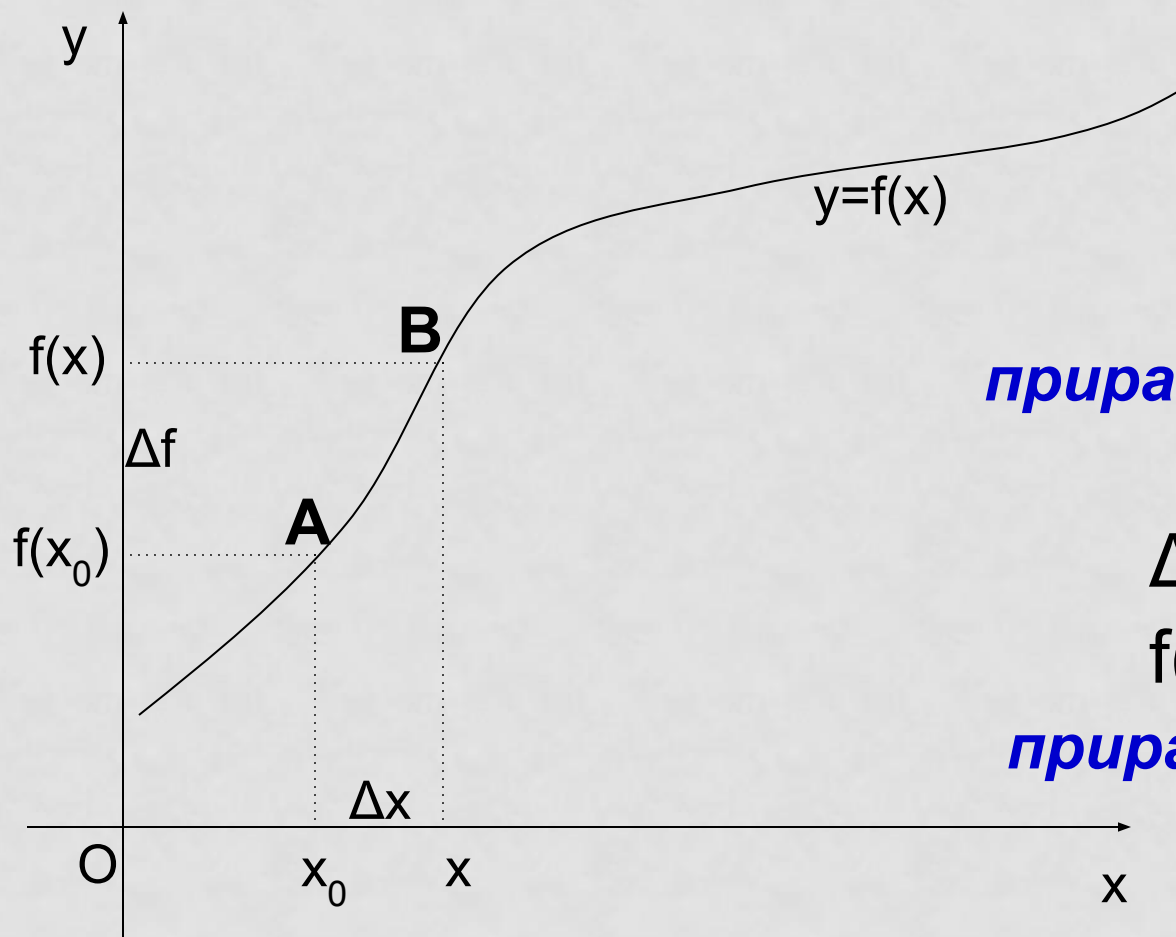


ПРОИЗВОДНАЯ

КОЛПАКОВА С. В.





$$\Delta x = x - x_0$$

$$x = x_0 + \Delta x$$

приращение аргумента

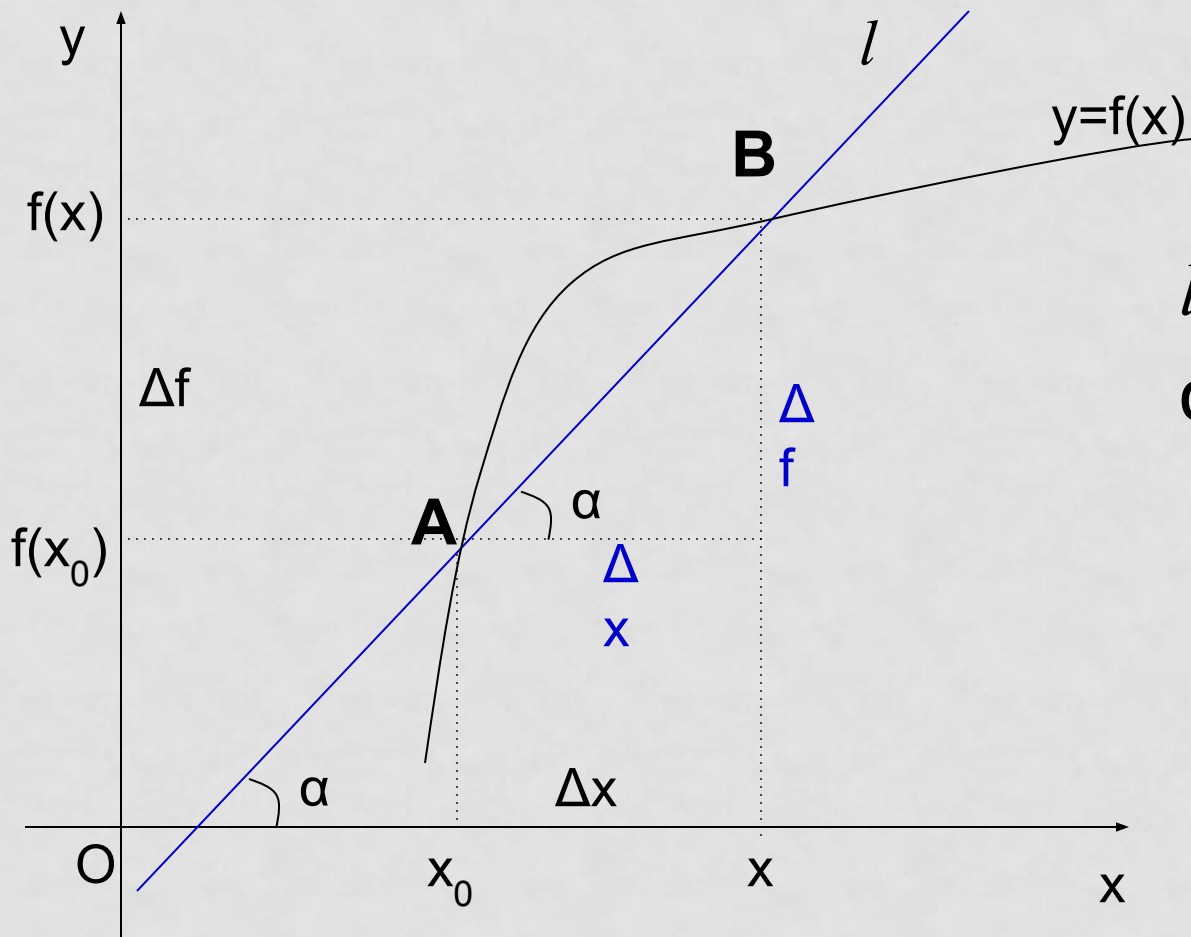
$$\Delta f = f(x) - f(x_0)$$

$$f(x) = f(x_0) + \Delta f$$

приращение функции

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

*разностное
отношение*



l – секущая
 α – угол наклона

$$y = kx + b$$

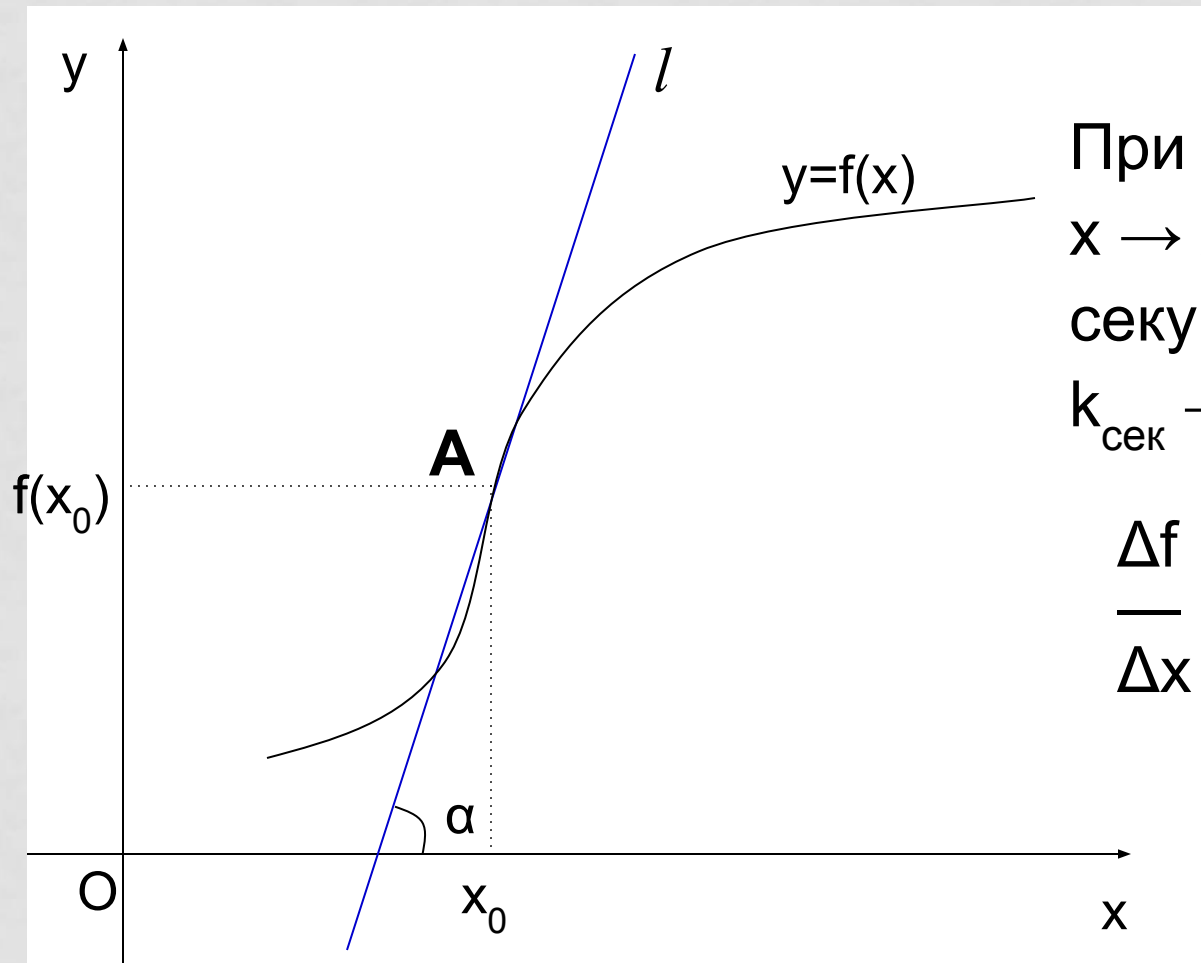
$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha = k \text{ – угловой коэффициент прямой}$$



Если тело движется по прямой и за время Δt его координата изменяется на Δx , то

$$V_{\text{ср}}(\Delta t) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{t(x_0 + \Delta x) - t(x_0)}{\Delta t}$$

- средняя скорость движения тела за Δt



При $\Delta x \rightarrow 0$
 $x \rightarrow x_0$, $B \rightarrow A$,
 секущая \rightarrow касательная,
 $k_{\text{сек}} \rightarrow k_{\text{кас}}$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} \rightarrow \operatorname{tg} \alpha$$

$$V_{\text{ср}}(\Delta t) = \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

При $\Delta x \rightarrow 0$ $V_{\text{ср}}(\Delta t) \rightarrow V_{\text{МГН}}(\Delta t)$

Производная

Производной функции f в точке x_0 называется число, к которому стремится разностное отношение при $\Delta x \rightarrow 0$.

$$f'(x_0) = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

при $\Delta x \rightarrow 0$.

Правила вычисления производных

Если функции U и V дифференцируемы в точке x_0 , то

$$1. (U + V)' = U' + V'$$

$$2. (U V)' = U' V + U V'$$

$$3. \left(\frac{U}{V} \right)' = \frac{U' V - U V'}{V^2}$$

Если функция U дифференцируема в точке x_0 , а C -
постоянная, то $(CU)' = CU'$

Формулы для вычисления производных

1. $C' = 0$

2. $x' = 1$

3. $(x^n)' = nx^{n-1}$

4. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

5. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

Задание 1. Найдите производные функций:

1. $f(x) = 3x + 5$

2. $f(x) = 4x^2 - 5x^3 + 9x$

3. $f(x) = \frac{3}{x} + \frac{x}{3}$

4. $f(x) = \frac{2}{x^2} + \frac{5}{x^3} - \frac{7}{x}$

5. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1} + \frac{4}{1}$

6. $f(x) = \frac{1}{3x} + \frac{1}{2x^2} + \sqrt{4x}$

Задание 2. Найдите производные функций:

1. $f(x) = (3x+5)(x-3)$

2. $f(x) = \frac{(x^2-5x)(x^3-x^2)}{3+x}$

3. $f(x) = \frac{x^3}{2x^2-5}$

4. $f(x) = \frac{x+1}{x+1}$

5. $f(x) = (\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 2)$

6. $f(x) = \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{x} \right] 4x^2$

Ответы:

$$1. f'(x) = 3$$

$$2. f'(x) = 8x - 15x^2 + x$$

$$3. f'(x) = -\frac{3}{x^2} + \frac{1}{3}$$

$$4. f'(x) = -\frac{4}{x^3} - \frac{15}{x^4} + \frac{7}{x^2}$$

$$5. f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$6. f'(x) = -\frac{1}{3x^2} - \frac{1}{2x^3} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$1. f'(x) = 6x - 9$$

$$2. f'(x) = 5x^4 - 24x^3 + 15x^2$$

$$3. f'(x) = \frac{4x+9}{x^4}$$

$$4. f'(x) = \frac{2x^2+4x+5}{(x+1)^2}$$

$$5. f'(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$6. f'(x) = 4x + 4$$