

LOGO

# Производная показательной функции.

11 класс.

# План урока

- 1 Повторение материала
- 2 **Объяснение нового материала**
- 3 Решение примеров
- 4 Задание на дом

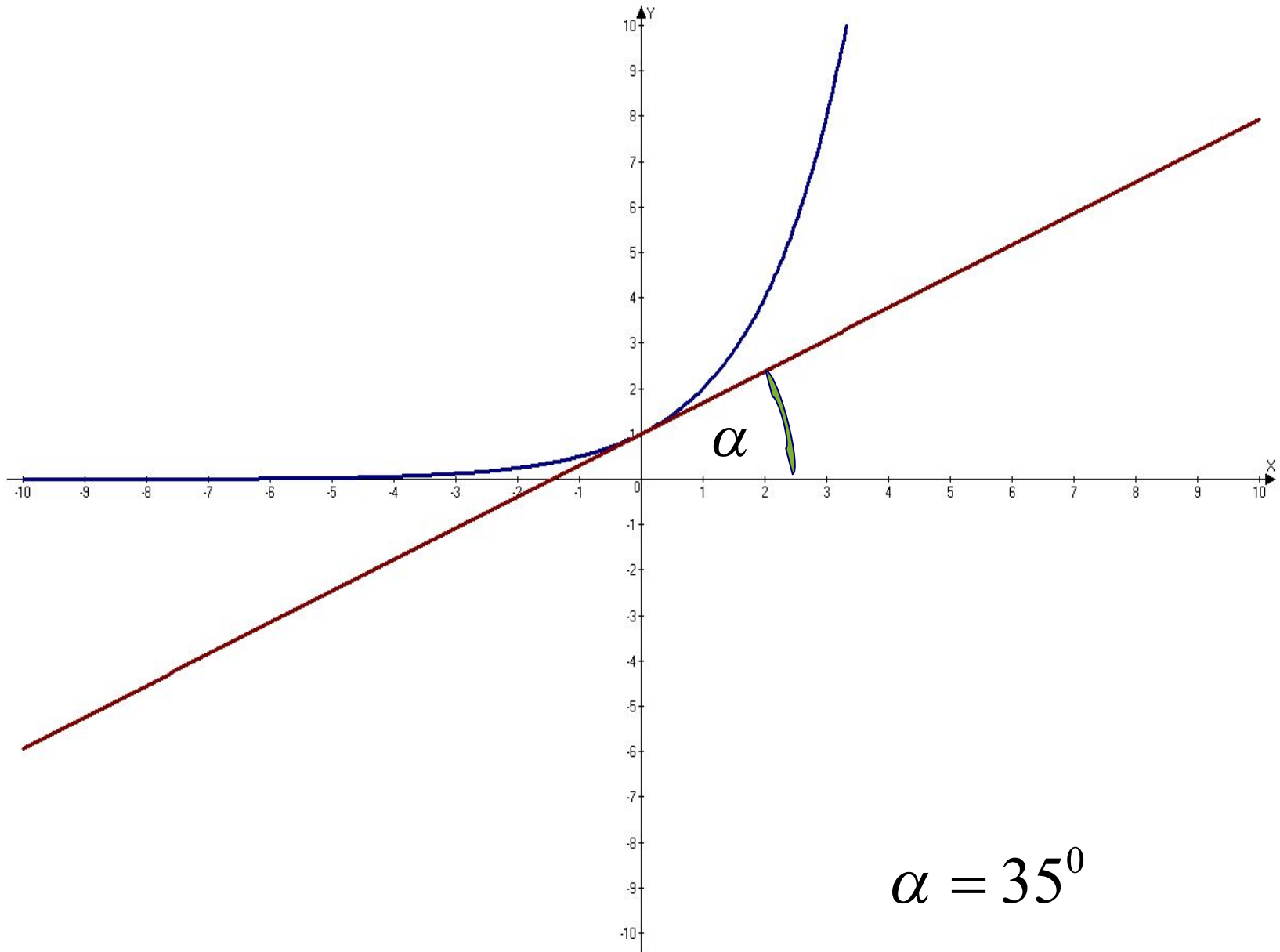
# Устная работа.

1. **Определение производной.**
2. **Правила дифференцирования.**
3. **Производные элементарных функций.**
4. **Применение производной при исследовании функции.**
5. **Уравнение касательной.**

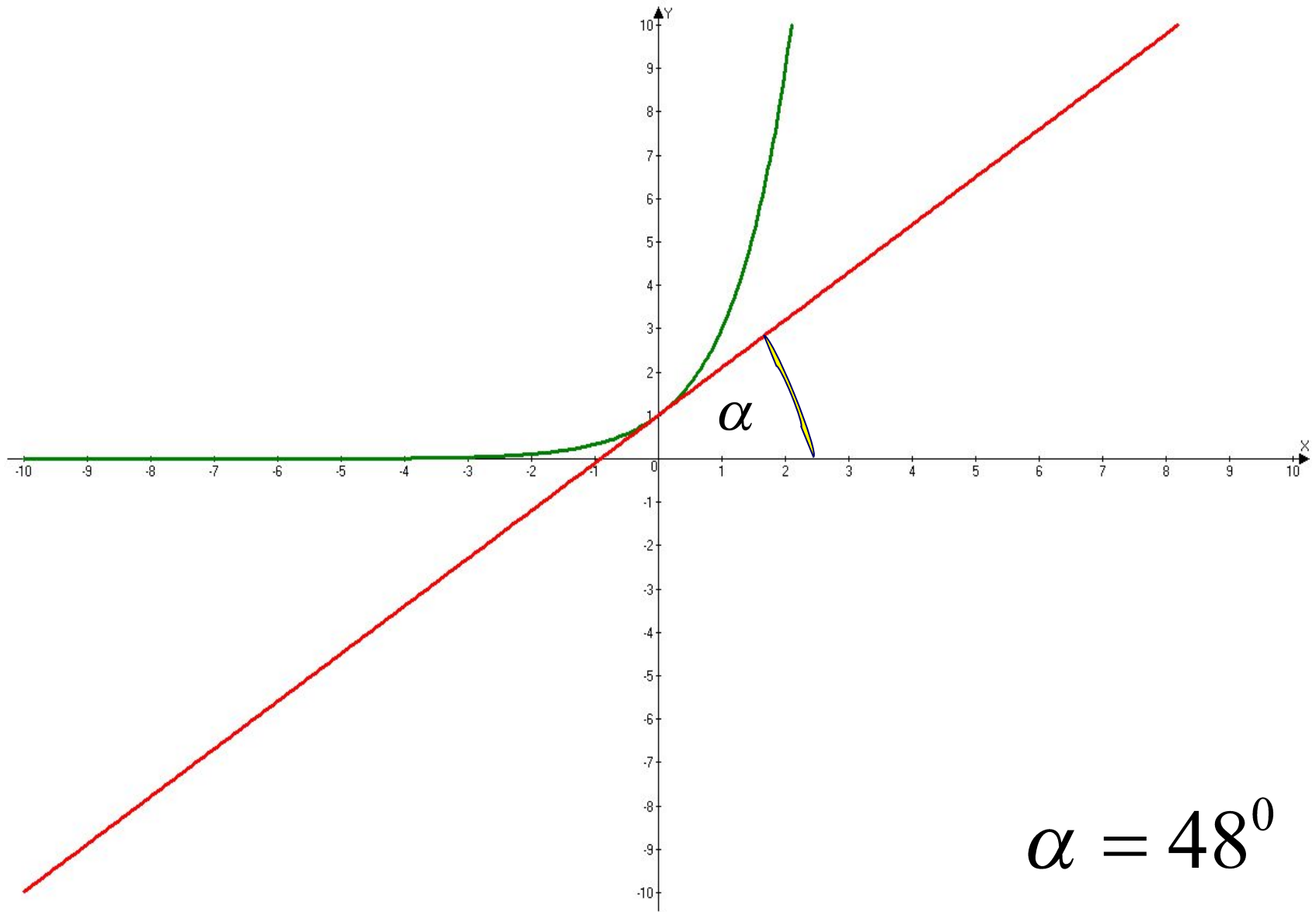
# Устная работа.

$f(x)$	$x^3$	$x^{-7}$	$4x^6$	$8$	$\sqrt{x}$	$\frac{x^3}{3}$	$\sin(4x)$
$f'(x)$	$3x^2$	$-7x^{-8}$	$24x^5$	$0$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$x^2$	$4\cos(4x)$

$$f(x) = 2^x$$



$$g(x) = 3^x$$



$$\alpha = 48^\circ$$

$f(x) = \ln(x)$  —

$\alpha$  — угол наклона касательной

$$\alpha = 45^\circ$$

$$a = 2,718281828\dots$$

$$e \approx 2,7$$

# Функция $f(x) = e^x$

Существует такое число большее 2 и меньше 3 (это число обозначают буквой  $e$ ), что показательная функция  $f(x) = e^x$  в точке 0 имеет производную, равную 1, т.е.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{e^{\Delta x} - 1}{\Delta x} = 1.$$

*функция*



# Теорема 1.

Функция  $f(x) = e^x$   
дифференцируема в каждой точке  
области определения, и

$$(e^x)' = e^x.$$

# Определение

Натуральным логарифмом  
называется логарифм по  
основанию  $e$ :

$$\ln x = \log_e x$$

## Теорема 2

Показательная функция  $y = a^x$

дифференцируема в каждой точке области определения, и

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

# Примеры.

1. Найдите производную функции

$$f(x) = e^{3x} (2x - 1).$$

**Решение:**

$$\begin{aligned} f'(x) &= (e^{3x})'(2x - 1) + e^{3x} (2x - 1)' = \\ &= 3e^{3x} (2x - 1) + 2e^{3x}. \end{aligned}$$

# Примеры

## 2. Исследуйте функцию на экстремумы:

$$f(x) = x^2 2^{-x}$$

**Решение:**

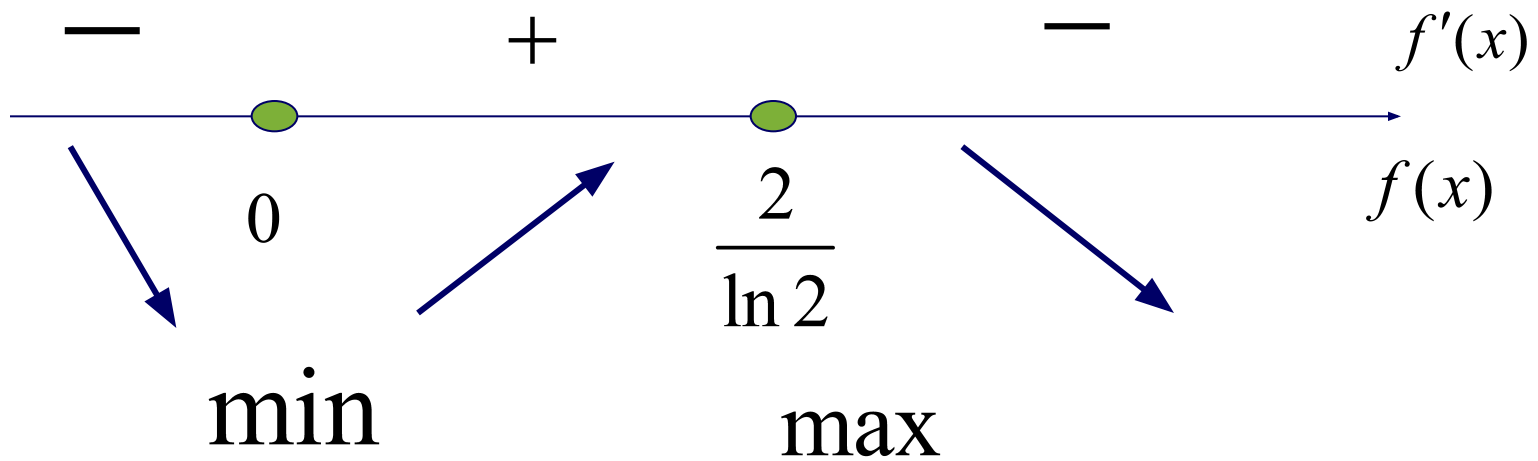
$$f(x) = x^2 \cdot 2^{-x}, D(f) = \mathbb{R}.$$

$$f'(x) = 2x \cdot 2^{-x} - x^2 \cdot 2^{-x} \ln 2, D(f') = \mathbb{R}.$$

$$2x \cdot 2^{-x} - x^2 \cdot 2^{-x} \ln 2 = 0;$$

$$x \cdot 2^{-x} (2 - x \ln 2) = 0;$$

$$x_1 = 0; x_2 = \frac{2}{\ln 2}.$$



$$\text{Ответ : } x_{\max} = \frac{2}{\ln 2}; x_{\min} = 0.$$

# Теорема 3

Первообразной для функции  $f(x) = a^x$

на  $\mathbb{R}$  является функция

$$F(x) = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

# Примеры.

## 3. Вычислить интеграл

$$\int_{-\frac{1}{2}}^1 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} \Big|_{-\frac{1}{2}}^1 = \frac{3^1}{\ln 3} - \frac{3^{-\frac{1}{2}}}{\ln 3} = \frac{3 - \sqrt{\frac{1}{3}}}{\ln 3} =$$
$$= \frac{3\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} \ln 3}.$$



# Решение примеров.

**№ 1617**

**№ 1618(абв)**

**№ 1619(вг)**

**№ 1620(вг)**

**№ 1624 (аб)**

**№ 1627 (б)**

**№ 1631 (бг)**

# Задание на дом

Пункт 41

№ 538

№ 539

№ 540 (ав)

№ 542(абв)