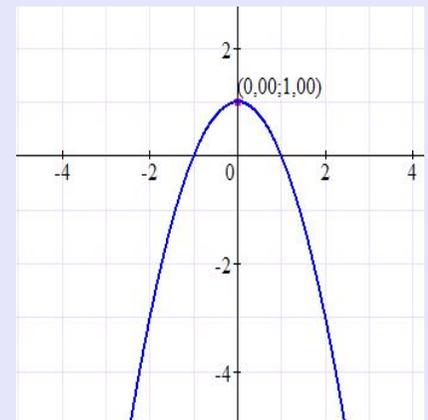
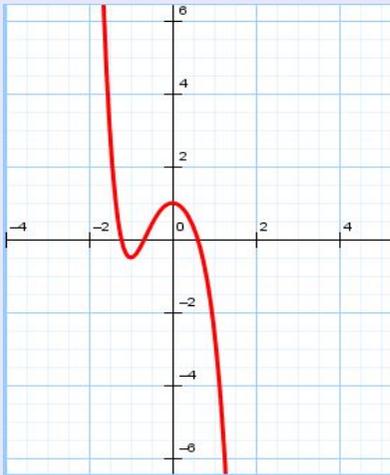


*Теория без практики мертва или  
бесплодна, практика без теории  
невозможна или пагубна.*

*Для теории нужны знания, для  
практики, сверх всего того, и умение.*

*А.Н. Крылов*

***Производная.  
Применение производной.  
11 класс.  
Учитель: Коленкова Людмила  
Николаевна***



# Тема урока: « Производная и её применение».

Тип урока: Урок закрепления и совершенствование знаний.

- - организационный момент ;
- постановка цели;
- - проверка домашнего задания;
- - воспроизведение ранее полученных знаний;
- - свобода деятельности в новой ситуации;
- - контроль усвоения полученных знаний;
- - домашнее задание и его инструктаж
- подведение итогов урока.

***Цель. Систематизировать ранее рассмотренный материал .  
Знания и навыки учащихся.***

- Знать производные элементарных функций и правила дифференцирования.*
- Знать признак возрастания (убывания) функции.*
- Уметь составлять уравнение касательной к графику функции.*
- Знать определение критических точек, точек максимума (минимума) функции .*
- Знать алгоритм исследования и построения графика функции с помощью производной.*
- Уметь применять полученные сведения для построения графиков функций на основе предварительного проведённого исследования функции в соответствии с планом.*

***Готовится к ЕГЭ.***

# Проверка домашнего задания.

1. Задание №8 (ЕГЭ). Найдите наименьшее значение функции на отрезке  $[-5; 7]$
  2. № 5.64 (в) Точка движется по прямой по закону  $s = 0,5t^2 + 2t + 1$ . Определите скорость и ускорение в момент времени  $t = 4$ .
  3. Написать уравнение касательной к графику функции  $y = x^2 - 2x + 1$  в точке  $x = 3$
  4. №5.32 (а) Под каким углом пересекает ось  $Ox$  график функции  $y = x^2 - 2x + 1$  в каждой из точек пересечения с осью  $Ox$ .
  5. (ЕГЭ 2009 часть С1) Найдите абсциссу точки графика функции  $y = x^2 - 2x + 1$ , касательная в которой параллельна прямой  $y = 2x - 1$
- Дополнительно.** Построить график функции  $y = x^2 - 2x + 1$  можно с презентацией

Функция	Область определения
$y = x^3 - 2x^2 + 3$	
$y = 1 - 2,5x^2 - x^5$	
$y = 1/(x+2)$	
$y = 1 + 2/x$	
$y = x - \sin 2x$	
$y = 1 + 3\sqrt{x-5}$	
$y = xe^x$	
$y = \operatorname{tg} x - 2$	

$$y = x^3 - 2x^2 + 3 \quad x \in (5; +\infty)$$

$\mathbb{R}$   
(действительные числа)  $x \in (-\infty; -5]$

$\mathbb{R}$   
(действительные числа)  $x \in [5; +\infty)$

$\mathbb{R}$ , кроме 0  
(действительные числа)

1. Найдите область определения функции.

$\mathbb{R}$   
(действительные числа)



$\mathbb{R}$   
(действительные числа)

$\mathbb{R}$   
(действительные числа)

$\mathbb{R}$ , кроме  $\pi/2 + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$   $\mathbb{R}$ , кроме -2  
(действительные числа)

$\mathbb{R}$   
(действительные числа)

## Функция

$$y = x^3 - 2x^2 + 3$$

$$y = 1 - 2,5x^2 - x^5$$

$$y = 1/(x+2)$$

$$y = 1 + 2/x$$

$$y = x - \sin 2x$$

$$y = 1 + 3\sqrt{x-5}$$

$$y = xe^x$$

$$\text{☐ } y = \operatorname{tg} x - 2$$

## Производная

$$y' = 1 - 2\cos 2x$$

$$y' = -5x - 5x^4$$

$$y' = 3/2\sqrt{x-5}$$

$$y' = 1/\cos^2 x$$

$$y' = -2/x^2$$

$$y' = e^x(1+x)$$

$$y' = 3x^2 - 4x$$

$$\text{☐ } y' = -1/(x+2)^2$$

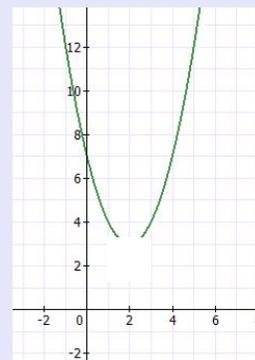
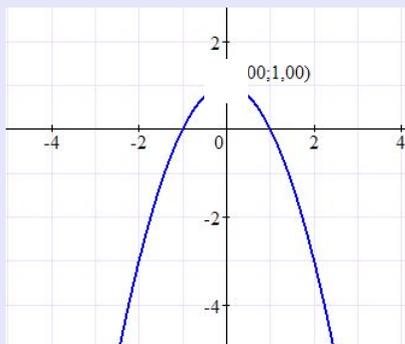
2. Установите соответствие функция-производная.

## Решение задач по теме : «Применение производной к решению задач, к построению графиков функций.

- 1.(ЕГЭ 2009), часть С1. Найдите абсциссы всех точек графика функции  $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ , касательные в которых параллельны прямой  $y = 2x - 1$  или совпадают с ней.
- 2.№ 5.59. Доказать, что функция  $y = x^3 - 3x^2 + 2x$  на отрезке  $[-1; 3]$  имеет один корень.
- 3.

## Экстремумы функции

- Наибольшее значение функции на отрезке называют максимумом функции на отрезке.
- Наименьшее значение функции на отрезке называют минимумом функции на отрезке
- Точки максимума и минимума называют точками экстремума.



$$f'(x) = 0.$$

• Теорема. Пусть функция  $f(x)$  дифференцируема на интервале  $(a; b)$ ,  $x_0 \in (a; b)$ , и

нелифференцируема, называют критическими точками этой функции.

• Точки, в которых функция может производную, называют критическими точками этой функции. Если  $x_0$  - точка максимума дифференцируемой функции  $f(x)$ , то  $f'(x_0) = 0$ .

$$f'(x_0) = 0.$$

• Точки, в которых функция может производную, называют критическими точками этой функции. Если  $x_0$  - точка минимума дифференцируемой функции  $f(x)$ , то  $f'(x_0) = 0$ .

• Теорема.

Пусть функция  $f(x)$  дифференцируема на интервале  $(a; b)$ ,  $x_0 \in (a; b)$ , и  $f'(x) = 0$ .

Тогда:

1) если при переходе через критическую точку  $x_0$  функции  $f(x)$  её производная меняет знак с "+" на "-", т.е.  $f'(x) > 0$  слева от  $x_0$  и  $f'(x) < 0$  справа от точки  $x_0$ , то  $x_0$  - точка максимума функции  $f(x)$ ;

2) если при переходе через стационарную точку  $x_0$  функции  $f(x)$  её производная меняет знак с "-" на "+", т.е.,  $f'(x) < 0$  слева от  $x_0$  и  $f'(x) > 0$  справа от точки  $x_0$ , то  $x_0$  - точка минимума функции  $f(x)$ .



*Применение производной к построению графиков функций.*

***План исследования и построения  
графика функции с помощью производной.***

1. *Найти область определения функции.*



2. *Найти производную функции.*



3. *Определить является ли функция  
чётной или является нечётной.*



4. *Найти точки экстремума .*



5. *Найти промежутки возрастания и убывания функции.*



6. *Результаты исследования записать в виде таблицы. Найти  
несколько дополнительных точек графика функции. Построить  
график функции.*



3. Найдите  
стационарные точки.

$$y = 1 - 2,5x^2 - x^5$$

$$y' = -5x - 5x^4$$

*Ответ*

*Критические точки.*

## Применение производной к построению графиков функций.

4. Найдите промежутки возрастания и убывания.

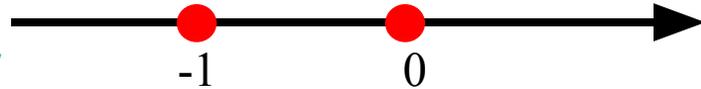
$$y = 1 - 2,5x^2 - x^5$$

$$y' = -5x - 5x^4$$

$x_1 = 0$  и  $x_2 = -1$  стационарные точки

$$y' = -5x - 5x^4$$

$$y = 1 - 2,5x^2 - x^5$$



+

-

-

1.  $(-\infty; -1)$ :  $f'(-2) = -5(-2) - 5(-2)^4 = 10 - 80 = -70$ ,  $-70 < 0$ .

2.  $(-1; 0)$ :  $f'(-0,5) = -5(-0,5) - 5(-0,5)^4 = 2,5 - 0,78125 = 1,71875$ ,  $1,71875 > 0$ .

3.  $(0; +\infty)$ :  $f'(1) = -5(1) - 5(1)^4 = -5 - 5 = -10$ ,  $-10 < 0$ .

**Ответ**

**Промежутки возрастания и убывания функции.**

## Применение производной к построению графиков функций.

5. Найдите точки экстремума и значения функции в этих точках.

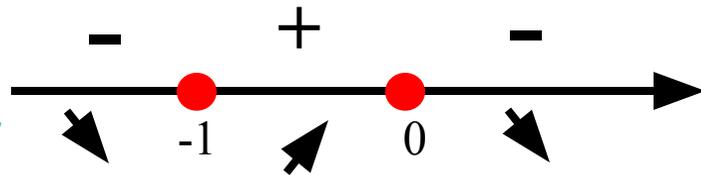
$$y = 1 - 2,5x^2 - x^5$$

$$y' = -5x - 5x^4$$

$x_1 = 0$  и  $x_2 = -1$  стационарные точки

$$y' = -5x - 5x^4$$

$$y = 1 - 2,5x^2 - x^5$$



Ответ

Точки экстремума функции.

Применение производной к построению графиков функций.

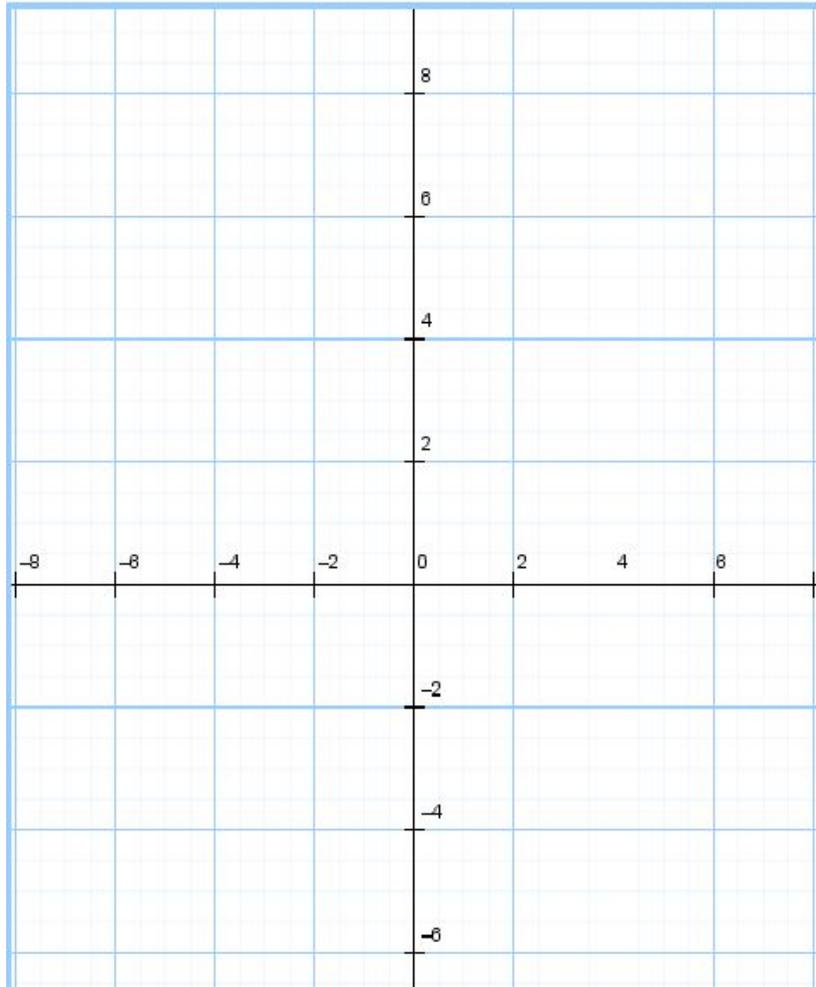
$x$	$(-\infty; -1)$	$-1$	$(-1; 0)$	$0$	$(0; +\infty)$
$f'(x)$					
$f(x)$					

6. Результаты исследования.  
Построение графика.

$$f(x) = 1 - 2,5x^2 - x^5$$

$x$	$-1,5$	$-1$	$-0,5$	$0$	$0,5$	$1$
$f(x)$		$-0,5$		$1$		

- $f(-1,5) = 2,96875$
- $f(-1) = -0,5$
- $f(-0,5) = 0,40625$
- $f(0) = 1$
- $f(0,5) = 0,34375$
- $f(1) = -2,5$



Классная работа.

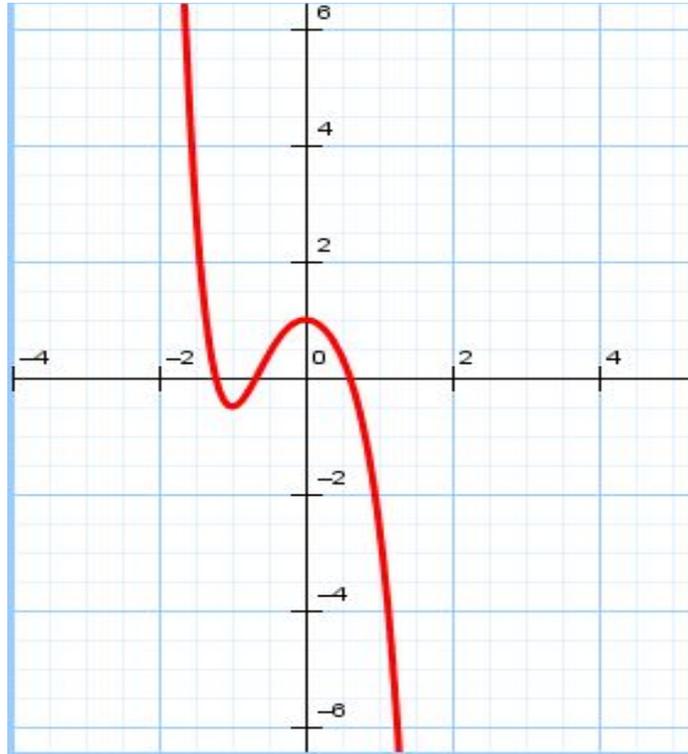
Применение производной к построению графиков функций.

$x$	$(-\infty; -1)$	$-1$	$(-1; 0)$	$0$	$(0; +\infty)$
$f'(x)$	-	$0$	+	$0$	-
$f(x)$	↙	$-0,5$	↗	$1$	↘

6. Результаты  
исследования.  
Построение графика.



$$f(x) = 1 - 2,5x^2 - x^5$$



*Применение производной к построению графиков функций.*

***План исследования и построения  
графика функции с помощью производной.***

1. *Найти область определения функции.*



2. *Найти производную функции.*



3. *Определить является ли функция  
чётной или является нечётной.*



4. *Найти точки экстремума .*



5. *Найти промежутки возрастания и убывания функции.*



6. *Результаты исследования записать в виде таблицы. Найти  
несколько дополнительных точек графика функции. Построить  
график функции.*





*Применение производной к построению графиков функций.*

*Задания для классной работы.*

*Построить график функции.*

1.  $y=x^3-3x^2+4$                       2.  $y=-x^3+4x^2-4x.$

*Задания для домашней работы*

*Применение производной к построению графиков функций.*

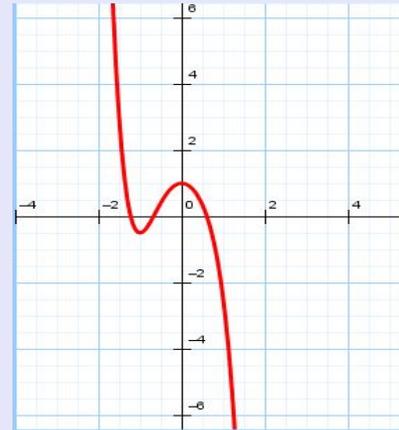
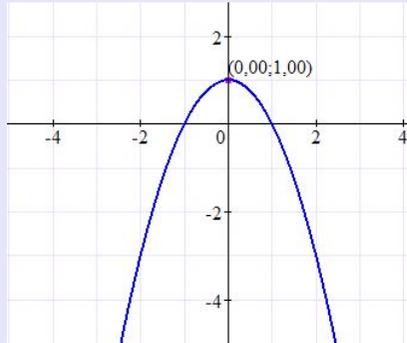
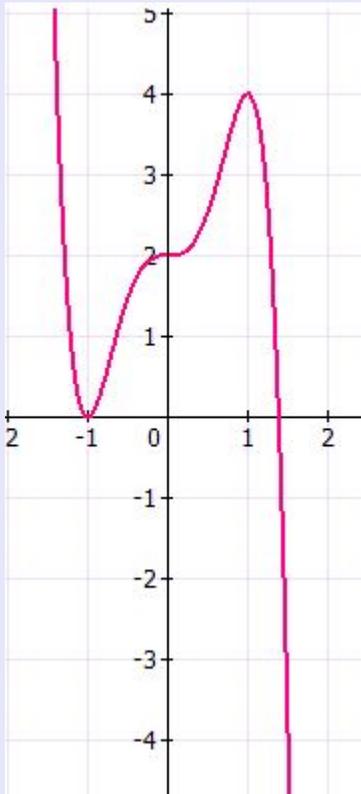
***Итог урока.***

***Задания ученикам по рефлексии их деятельности.***

***Цель. Воспроизвести динамику чувств и ощущений учащихся за время участия в уроке.***

- 1.Какие вопросы по изучаемой теме тебе стали более понятны?*
- 2.Что осталось неясным по изучаемым темам?*
- 3.Удовлетворен ли ты своей оценкой, полученной на этом уроке?*
- 4.Как оценил бы ты себя сам?*
- 5.Как часто тебе хотелось ответить на вопрос учителя?*
- 6.Нравится ли тебе работать у доски?*

# Производная . Применение производной .



# Спасибо за урок!

$y = x \cdot \sqrt[4]{5-x}$	Orange
$y = \sqrt[3]{x^2} \cdot (1-x)$	Green
$y = \frac{x^2}{x-2}$	Pink
$y = x - \frac{1}{\sqrt[2]{x}}$	Blue

