

# ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

**Сложная функция:**  $y = g(f(x))$ .

**Примеры:** 1)  $y = (3x^2 - 2x)^5$ .  $\begin{cases} y = f^5; \\ f = 3x^2 - 2x. \end{cases}$

2)  $y = \sqrt{\sin x}$ .  $\begin{cases} y = \sqrt{f}; \\ f = \sin x. \end{cases}$

3)  $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ .  $\begin{cases} y = \cos f; \\ f = 2x - \frac{\pi}{3}. \end{cases}$

**Правило нахождения производной сложной функции**

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x)$$

**(производная сложной функции равна  
производной основной функции  
на производную внутренней функции)**

# ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция:  $y = g(f(x))$ .

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \quad \left( \begin{array}{l} \text{производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции} \end{array} \right)$$

Простая функция	Производная простой функции	Сложная функция	Производная сложной функции
$x^n$	$nx^{n-1}$	$f^n(x)$	$n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{f(x)}$	$-\frac{f'(x)}{f^2(x)}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{f(x)}$	$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$\sin x$	$\cos x$	$\sin f(x)$	$\cos f(x) \cdot f'(x)$

# ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция:  $y = g(f(x))$ .

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \left\{ \begin{array}{l} \text{(производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции)} \end{array} \right.$$

Простая функция	Производная простой функции	Сложная функция	Производная сложной функции
$x^n$	$nx^{n-1}$	$f^n(x)$	$n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$

**Пример:** 1)  $y = (2x - 1)^4$ .  $\begin{cases} y = f^4; \\ f = 2x - 1. \end{cases}$

$$y' = \left[ (2x - 1)^4 \right]' = 4(2x - 1)^3 \cdot (2x - 1)' = 4(2x - 1)^3 \cdot 2 = 8(2x - 1)^3.$$



# ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция:  $y = g(f(x))$ .

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \quad \left( \begin{array}{l} \text{производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции} \end{array} \right)$$

Простая функция	Производная простой функции	Сложная функция	Производная сложной функции
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{f(x)}$	$-\frac{1}{f^2(x)} \cdot f'(x) = -\frac{f'(x)}{f^2(x)}$

**Пример:** 1)  $y = \frac{1}{\sin x}$ .  $\begin{cases} y = \frac{1}{f}; \\ f = \sin x. \end{cases}$

$$y' = \left( \frac{1}{\sin x} \right)' = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot (\sin x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot \cos x = -\frac{\cos x}{\sin^2 x} \quad \star$$

# ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция:  $y = g(f(x))$ .

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \quad \left( \begin{array}{l} \text{производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции} \end{array} \right)$$

Простая функция	Производная простой функции	Сложная функция	Производная сложной функции
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{f(x)}$	$\frac{1}{2\sqrt{f(x)}} \cdot f'(x) = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

**Пример:** 1)  $y = \sqrt{2x^3 - x}$ .  $\begin{cases} y = \sqrt{f}; \\ f = 2x^3 - x. \end{cases}$

$$y' = \sqrt{(2x^3 - x)^4}' = \frac{1}{2\sqrt{2x^3 - x}} \cdot (2x^3 - 1)' = \frac{6x^2}{2x\sqrt{2x^2 - 1}} = \frac{3x}{\sqrt{2x^2 - 1}} \star$$

# ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

**Сложная функция:**  $y = g(f(x))$ .

**Правило нахождения производной сложной функции**

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \left\{ \begin{array}{l} \text{(производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции)} \end{array} \right.$$

Простая функция	Производная простой функции	Сложная функция	Производная сложной функции
$\sin x$	$\cos x$	$\sin f(x)$	$\cos f(x) \cdot f'(x)$

**Пример:** 1)  $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \begin{cases} y = \sin f; \\ f = 2x - \frac{\pi}{3}. \end{cases}$

$$y' = \sin'\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \left(2x - \frac{\pi}{3}\right)' = 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right).$$



# ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Простая функция	Производная простой функции	Сложная функция	Производная сложной функции
$x^n$	$nx^{n-1}$	$f^n(x)$	$n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{f(x)}$	$-\frac{f'(x)}{f^2(x)}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{f(x)}$	$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$\sin x$	$\cos x$	$\sin f(x)$	$\cos f(x) \cdot f'(x)$
$\cos x$	$-\sin x$	$\cos f(x)$	$-\sin f(x) \cdot f'(x)$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} f(x)$	$\frac{1}{\cos^2 f(x)} \cdot f'(x) = \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)}$

