

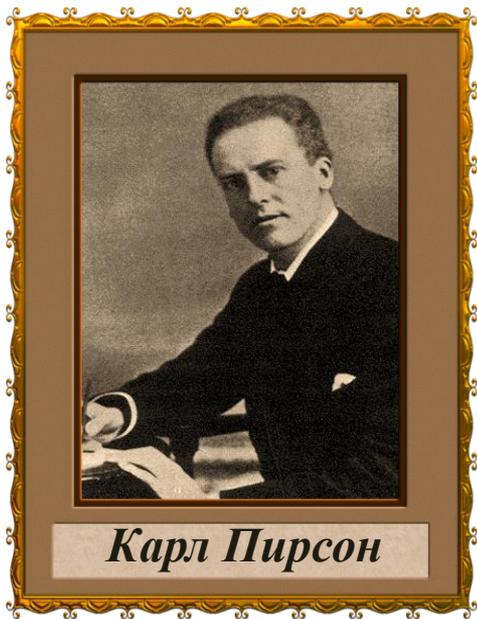
Простейшие вероятностные задачи

Классическое определение вероятности

Вероятность события A при проведении некоторого испытания называют отношением числа тех исходов, в результате которых наступает событие A , к общему числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания.

Алгоритм нахождения вероятности случайного события:

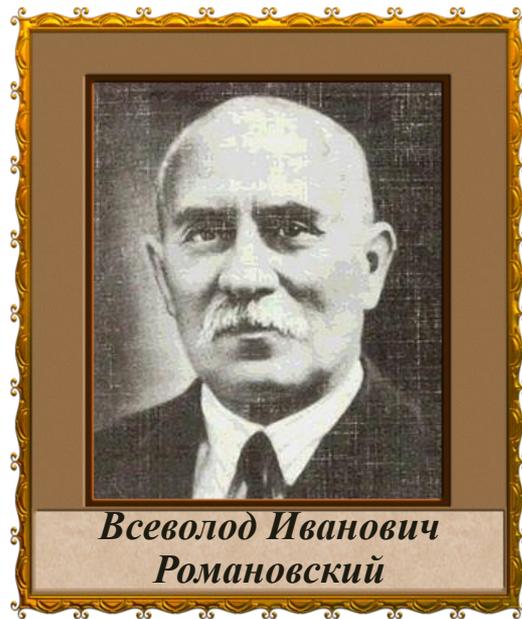
1. число N всех возможных исходов данного события;
2. количество $N(A)$ тех исходов, в которых наступает событие A ;
3. частное $\frac{N(A)}{N}$ — вероятность события A ($P(A)$).



Карл Пирсон

24000 раз

$p = 0,5005$



*Всеволод Иванович
Романовский*

80640 раз

$p = 0,4923$



80640 раз
 $p = 0,4$

Теория вероятностей



24000 раз
 $p = 0,5005$

Карл Гаусс



Статистическая обработка данных

Пример:

В связке шаров **14** красных, **13** синих, **11** зелёных и **10** жёлтых.

Решение:

$N =$

$$\text{а) } N(A) = 14$$

$$P(A) = \frac{14}{48}$$

$$\text{б) } N(B) = 23 + 11$$

$$P(B) = \frac{24}{48}$$

$$\text{в) } N(B) = 34 + 11 + 10$$

$$P(B) = \frac{35}{48}$$

Ответ: а) $\frac{7}{24}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{35}{48}$.

Правило умножения

Для того чтобы найти число всех равновозможных исходов независимого проведения двух испытаний А и Б, следует перемножить число всех исходов испытания А и число всех исходов испытания Б.

Пример:

Игральный кубик подбрасывают 5 раз. Найти вероятности:

- а) равна шести;
- б) меньше двух.

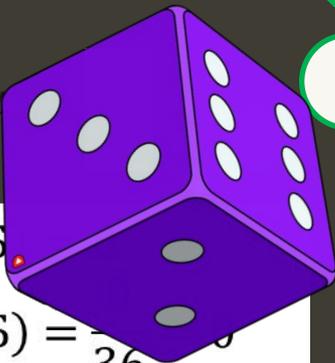
Решение:

а) 6

$N(A) = 1$

б) $N(B) = 0$

$$P(B) = \frac{0}{36} = 0$$



5

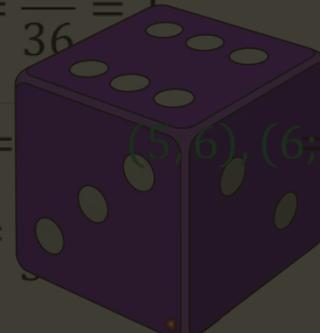
Невозможное событие никогда не наступает при проведении данного испытания.

$$P = 0$$

$$P(B) = \frac{0}{36} = 0$$

г) $N(\bar{\Gamma}) = 35$

$$P(\bar{\Gamma}) = \frac{35}{36}$$



Достоверное событие
всегда наступает
при проведении данного
испытания.

$$P = 1$$

а) 6: (1; 5), (5; 1), (2; 4), (4; 2), (3; 3).

$$N(A) = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{5}{36}$$

б) $N(B) = 0$

$$P(B) = \frac{0}{36} = 0$$

в) $N(B) = 36$

$$P(B) = \frac{36}{36} = 1$$

г) $N(\bar{\Gamma}) = 3 \Rightarrow N(\Gamma) = 33$

$$P(\Gamma) = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$$

Противоположное событие
наступает в том и только том
случае,
когда не наступает
интересующее нас событие.

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$\begin{aligned} \text{б) } N(B) &= 0 \\ P(B) &= \frac{0}{36} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } N(\bar{\Gamma}) &= 3 \Rightarrow N(\Gamma) = 33 \\ P(\Gamma) &= \frac{33}{36} = \frac{11}{12} \end{aligned}$$

Пример:

Ученику предложили записать на доске любое натуральное число от 100 до 200, не включая. Найти вероятность того, что:

а) это число нечётно;

в) это число не является кубом целого числа;

б) среди цифр этого числа есть 3;

г) сумма его цифр больше 3.

Решение:

а) чётных 49

50 99

$P(A)$

б) 103, 113, 123, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 137, 139, 143, 153, 163, 173, 183, 193

19

$P(B) =$

Пример:

Ученику предложили записать на доске любое натуральное число от 100 до 200, не включая. Найти вероятность того, что:

а) это число нечётно;

в) это число не является кубом целого числа;

б) среди цифр этого числа есть 3;

г) сумма его цифр больше 3.

Решение: 101, 102, 103, ..., 198, 199 $\Rightarrow N = 99$

в) $125 = 5^3$

$$P(\bar{B})$$

$$P(B) + P(\bar{B}) = 1$$

$$P(B) = 1 - \frac{1}{99} = \frac{98}{99}$$

Пример:

Ученику предложили записать на доске любое натуральное число от 100 до 200, не включая. Найти вероятность того, что:

а) это число нечётно;

в) это число не является кубом целого числа;

б) среди цифр этого числа есть 3;

г) сумма его цифр больше 3.

Решение: 101, 102, 103, ..., 198, 199 $\Rightarrow N = 99$

г) $\bar{\Gamma}$: сумма цифр ≤ 3

101, 102, 110, 111, 120

$$P(\bar{\Gamma}) = \frac{5}{99}$$

$$P(\Gamma) + P(\bar{\Gamma}) = 1$$

$$P(\Gamma) = 1 - \frac{5}{99}$$

$$P(\Gamma) = \frac{94}{99}$$

Классическое определение вероятности

$\underbrace{103, 113, 123, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 137, 139, 143, 153, 163, 173, 183, 193}_{19}$

$\underbrace{101, 102, 103, \dots, 198, 199}_{99} \Rightarrow N = 99$

$\bar{\Gamma}$: сумма цифр ≤ 3

$\underbrace{101, 102, 110, 111, 120}_5$

ИНСТРУМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ