Тема урока:

«Простейшие вероятностные задачи».

11 класс

Учитель математики Гомонова Галина Васильевна
ГБОУ СОШ п. Масленниково Хворостянского района Самарской области

Замечательно, что наука, которая начала с рассмотрения азартных игр, обещает стать наиболее важным объектом человеческого знания. Ведь большей частью жизненные вопросы являются на самом деле задачами из теории вероятностей.

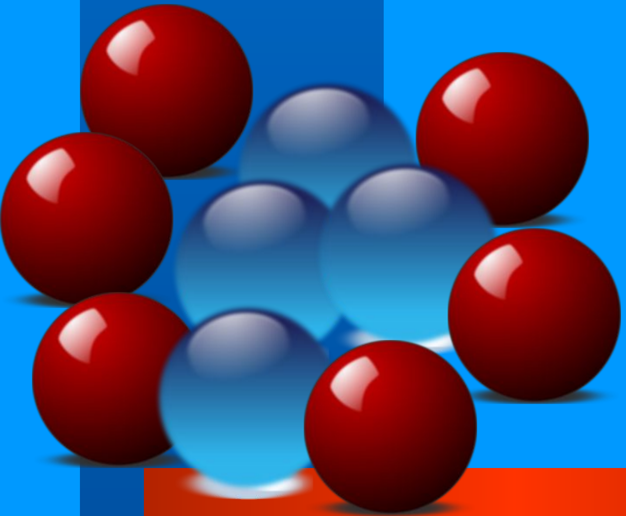
П. Лаплас

Что такое событие?

- В теории вероятностей под событием понимают то, относительно чего после некоторого момента времени можно сказать одно и только одно из двух. Да, оно произошло. Нет, оно не произошло.

- Возможный исход эксперимента, называется элементарным событием, а множество таких исходов называется просто событием.

- Событие – это результат испытания.



Из урны наудачу берут один шар. Извлечение шара из урны есть испытание. Появление шара определенного цвета – событие.

Непредсказуемые события называются случайными.

В жизни мы постоянно сталкиваемся с тем, что некоторое событие может произойти, а может и не произойти.

Пример.

- При бросании кубика выпадет шестерка.
- У меня есть лотерейный билет.

После опубликования результатов розыгрыша лотереи интересующее меня событие – выигрыш тысячи рублей, либо происходит, либо не происходит.

Два события, которые в данных условиях могут происходить одновременно, называются совместными, а те, которые не могут происходить одновременно, - несовместными.

Пример.

Брошена монета. Появление «герба» исключает появление надписи. События «появился герб» и «появилась надпись» - несовместные.

Равновозможными называются события, когда в их наступлении нет преимуществ. Неравновозможные события те, у которых в наступлении одного из событий есть какое то преимущество.

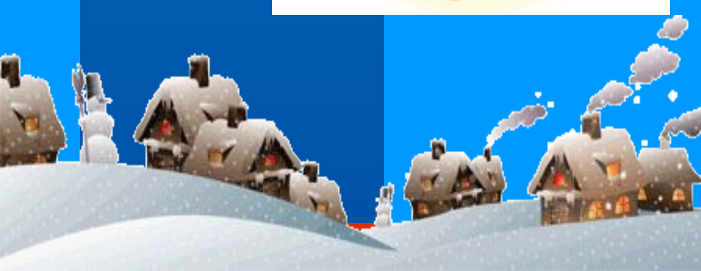
Примеры.

- Появление герба или надписи при бросании монеты представляют собой равновероятные события.
- Пусть бросают игральную кость. В силу симметрии кубика можно считать, что появление любой из цифр 1, 2, 3, 4, 5 или 6 одинаково возможно (равновероятно).

Событие, которое происходит всегда, называют достоверным.
Событие, которое не может произойти, называется невозможным.

Примеры.

- В следующем году снег не выпадет.
  При бросании кубика выпадет семерка.
  Это невозможные события.
- В следующем году снег выпадет.
  При бросании кубика выпадет число, меньше семи. Ежедневный восход солнца.
  Это достоверные события.
- Пусть, например, из урны, содержащей только черные шары, вынимают шар. Тогда появление черного шара – достоверное событие; появление белого шара – невозможное событие.



Классическое определение вероятности.

Вероятностью события А при проведении некоторого испытания называют отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие А, к общему числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания.

Алгоритм нахождения вероятности случайного события.

Для нахождения вероятности случайного события А при проведении некоторого испытания следует найти:

1) число N всех возможных исходов данного испытания;
2) количество N(A) тех исходов, в которых наступает событие A;
3) частное $\frac{N(A)}{N}$, оно и будет равно вероятности события А.

Принято вероятность события А обозначать так: Р(А).

Значит $P(A) = \frac{N(A)}{N}$

Пример.

На завод привезли партию из 1000 подшипников. Случайно в эту партию попало 30 подшипников, не удовлетворяющих стандарту. Определить вероятность P(A) того, что взятый наудачу подшипник окажется стандартным.

Решение.

Число стандартных подшипников равно 1000 – 30 = 970. Будем считать, что каждый подшипник имеет одинаковую вероятность быть выбранным. Тогда полная группа событий состоит из N = 1000 равновероятных исходов, из которых событию A благоприятствуют N(A) = 970 исходов.

Поэтому $$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{970}{1000} = 0.97$$

Ответ: 0,97.

Для вычисления вероятности часто используют правило умножения.

Для того, чтобы найти число всех возможных исходов независимого проведения двух испытаний A и B, следует перемножить число всех исходов испытания A и число всех исходов испытания B.

Пример.

Найдем вероятность того, что при подбрасывании двух костей суммарное число очков окажется равным 5.

Решение.

Возможно следующее сочетание очков на первой и второй костях: 1 + 4, 2 + 3, 3 + 2, 4 + 1 – четыре благоприятных случая ($N(A) = 4$). Всего возможных исходов $N = 6 \cdot 6 = 36$ (по шесть для каждой кости). Тогда вероятность рассматриваемого события

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}.$$

Ответ: . $\frac{1}{9}$.

Свойство вероятностей противоположных событий.

События А и В называются противоположными, если всякое наступление события А означает ненаступление события В, а ненаступление события А – наступление события В.

Событие, противоположное событию А, обозначают символом Ā. Сумма вероятностей противоположных событий равна 1. $P(A)+P(\bar{A})=1$.

Пример.

1. Бросаем один раз игральную кость. Событие А – выпадение четного числа очков, тогда событие $\bar{A}$ - выпадение нечетного числа очков.

Пример.

2. В среднем из 1000 аккумуляторов, поступивших в продажу, 6 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется исправным.

Решение.

Элементарный исход – случайно выбранный аккумулятор. Поэтому N = 1000. Событию A = {аккумулятор исправен} благоприятствуют 1000 – 6 = 994 исхода. Поэтому N(A) = 994.

Тогда $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{994}{1000}$=0,994.

Ответ: 0,994.

Эту задачу можно решить с помощью формулы вероятности противоположного события $\bar{A}$ = {аккумулятор неисправен}.

$N(\bar{A})=6$. Имеем $P(\bar{A}) = \frac{N(\bar{A})}{N} = \frac{6}{1000} = 0{,}006$.

Значит, $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0{,}006 = 0{,}994$.

Ответ: 0,994.

Решение задач.

1. Монета бросается два раза. Какова вероятность того, что:
а) герб выпадет хотя бы один раз? б) герб выпадет два раза?

Решение.

а) Пусть А - событие, состоящее в том, что в результате проведенного испытания герб выпал хотя бы один раз.
Равновозможными элементарными исходами здесь являются: ГГ, ГР, РГ, РР, т.е. N = 4.
Событию А благоприятствуют исходы: ГГ, ГР, РГ, т.е. N(A) = 3. Следовательно, $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

б) Пусть В - событие, состоящее в том, что в результате проведенного испытания герб выпал два раза.
Событию В благоприятствует один исход: ГГ, т.е. N(B) = 1.
Следовательно, $P(B) = \frac{N(B)}{N} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

Ответ: а) 0,75; б) 0,5.

2. Игральная кость бросается два раза. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков равна 6 ?

Решение.

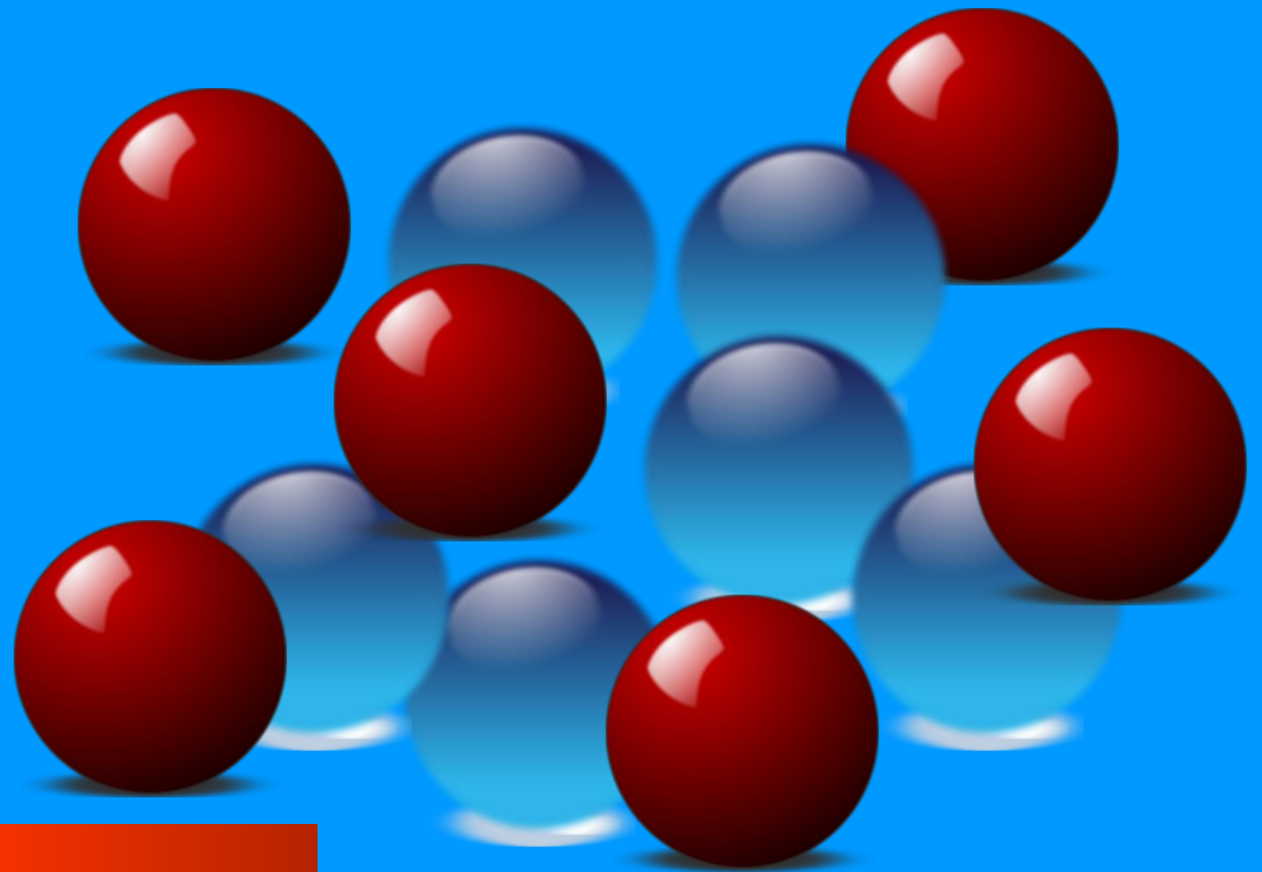
Равновозможными элементарными исходами здесь являются пары (x, y), где x и y принимают значения: 1,2,3,4,5,6. Таким образом, общее число
элементарных исходов равно N = 6 · 6 = 36. Событию A благоприятствуют пары (1;5), (2;4), (3;3), (4;2), (5;1), число которых равно N(A) = 5.

Следовательно, $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{5}{36}$.

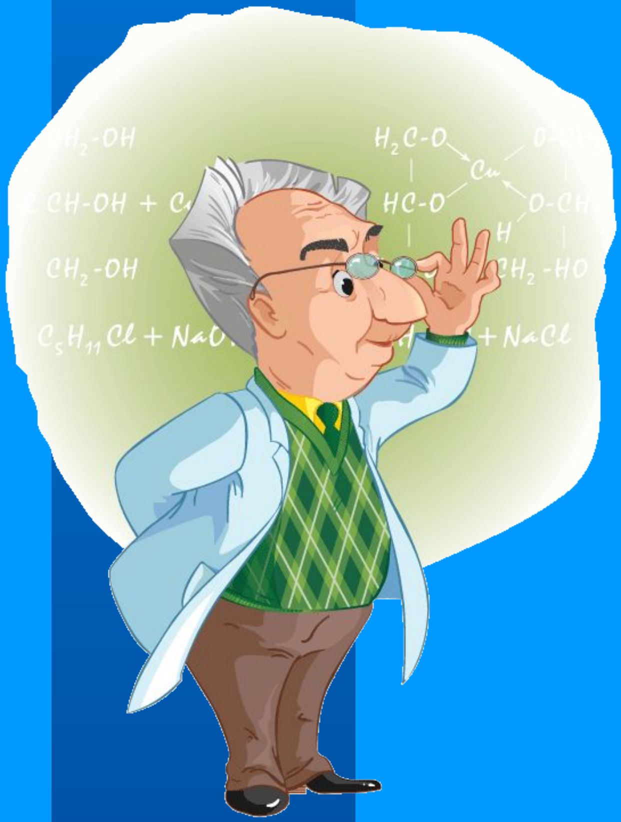
Ответ: $\frac{5}{36}$.

3. В ящике лежат 6 красных и 6 синих шаров. Наудачу вынимают 8 шаров. Определите вероятность события А - все выбранные шары красные.

Решение. Р(А) = 0, т.к. это событие А - невозможное.
Ответ: 0.



4. Научная конференция проводится 3 дня. Всего запланировано 50 докладов: в первый день – 30 докладов, а остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?



Решение.

Так как в третий день будут слушать 10 докладов, то благоприятных исходов N(A) = 10, а всего докладов 50, т.е. равновозможных исходов N = 50.

Поэтому $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{10}{50} = 0{,}2.$

Ответ: 0,2.

5. Перед началом первого тура чемпионата по теннису разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 46 теннисистов, среди которых 19 участников из России, в том числе Ярослав Исаков. Найдите вероятность того, что в первом туре Ярослав Исаков будет играть с каким – либо теннисистом из России.

Решение.

Число всех исходов N = 45. Число элементарных событий, благоприятствующих событию А равно 18. Все элементарные события равновозможны по условию задачи, поэтому $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{18}{45} = 0{,}4.$

Ответ: 0,4.

Итог урока

Домашнее задание:

выполнить онлайн тест

дресу

//gomonova.ucoz.ru/

x/test/0-32.

Литература.

1. А.Г.Мордкович. Алгебра и начала математического анализа.
10 - 11классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник;
2. А.Г.Мордкович и др. Алгебра и начала математического анализа.
10 – 11классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник;
3. И.Р.Высоцкий, И.В.Ященко. ЕГЭ 2012. Математика. Задача В10. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь/ Под редакцией А.Л.Семенова, И.В.Ященко. Москва. Издательство МЦНМО, 2012;
4. Задача В10. Открытый банк заданий по математике. ЕГЭ 2012.
5. Интернет – источники:

- http://www.toehelp.ru/theory/ter_ver/1_3/
- http://ssau2011.narod2.ru/l1.htm
- http://ru.wikipedia.org/wiki/%D2%E5%EE%F0%E8%FF_%E2%E5%F0%EE%FF%F2%ED%EE%F1%F2%E5%E9
- http://redpencil.ru/index2.php?option=com_content&task=view&id=92&pop=1&page=0&Itemid=35