

Прототипы заданий 1, 3, 7, 10
("Алгебра")

Задание №14675

Найдите значение выражения: $49^2 \cdot 4^3 : 196$.

$$\frac{49^2 \cdot 4^3}{196} = \frac{49^2 \cdot 4^3}{49 \cdot 4} = 49^{2-1} \cdot 4^{3-1} = 49 \cdot 16 = 784.$$

Ответ: 784.

Задание №15123

Найдите значение выражения: $(7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22$ при $x=80$.

$$(7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22 = 49x^2 - 169 - 49x^2 + 6x + 22 = 6x - 147.$$

Подставим требуемое значение $x=80$

$$6 \cdot 80 - 147 = 480 - 147 = 333.$$

Ответ: 333.

Задание №15623

Найдите значение выражения: $3^{\sqrt{5}+10} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}}$.

$$3^{\sqrt{5}+10} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}} = 3^5 = 243.$$

Ответ: 243.

Задание №18287

Для транспортировки 5 тонн груза на 150 км можно воспользоваться услугами одной из трех фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждого перевозчика указана в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую перевозку?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 10 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	90	1,8
Б	120	2,4
В	180	3,6

Считаем каждый вариант аккуратно и честно.

А: нам потребуется минимум 3 автомобиля для транспортировки 5 тонн, $3 \cdot 1,8 = 5,4$. Тогда полная стоимость будет $3 \cdot 1,8 \cdot 150 \cdot 90 = 7290$.

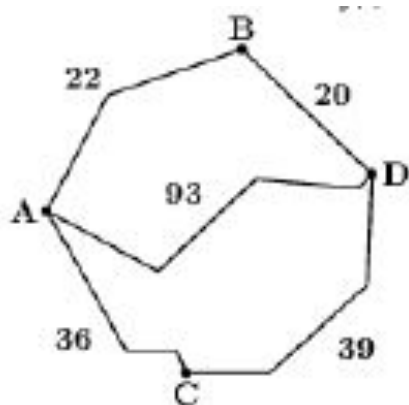
Б: нам потребуется минимум 3 автомобиля для транспортировки 5 тонн (потому что $2 \cdot 2,4 = 4,8 < 5$), $3 \cdot 2,4 = 7,2$. Тогда полная стоимость будет $3 \cdot 2,4 \cdot 150 \cdot 120 = 12960$.

В: нам потребуется минимум 2 автомобиля для транспортировки 5 тонн, $2 \cdot 3,6 = 7,2$. Тогда полная стоимость будет $2 \cdot 3,6 \cdot 150 \cdot 180 = 17280$.

Ответ: 7290.

Задание №18373

Из пункта А в пункт D ведут три дороги. Одновременно из пункта А в пункт D выехали грузовик, автобус и легковой автомобиль. Грузовик едет через пункт В со средней скоростью 42 км/ч, автобус едет через пункт С со средней скоростью 60 км/ч. По третьей дороге — без промежуточных пунктов — едет легковой автомобиль со средней скоростью 62 км/ч. На рисунке показана схема дорог и расстояние (в км) между пунктами по дорогам. Какое транспортное средство доберётся до D позже других? В ответе укажите, сколько часов оно будет находиться в пути.



Грузовик по дороге через В: $(22 + 20) : 42 = 1$.

Автобус по дороге через С: $(36 + 39) : 60 = 1,25$.

Легковой автомобиль по дороге без промежуточных пунктов: $93/62 = 3/2 = 1,5$.

Ответ: 1,5.

Задание №19639

В тупоугольном треугольнике ABC $AB=BC$, $AB=25$, высота CH равна 15.

Найдите косинус угла ABC .

Почему тупой угол лежит против основания равнобедренного треугольника, должно быть понятно всем: если предположить, что тупой угол лежит при основании равнобедренного треугольника, то сумма углов при основании получается больше 180° , чего не может быть.

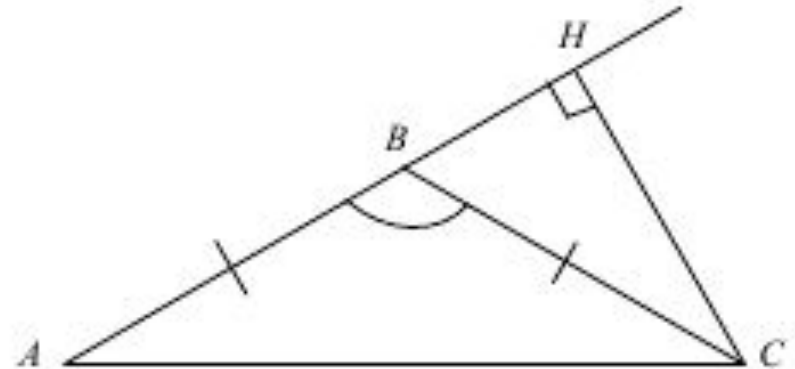
Известно, что

$$\cos a = \cos(\pi - a).$$

В нашем случае

$$\cos ABC = \cos BCH = \frac{BH}{BC} = \frac{\sqrt{(BC)^2 - (CH)^2}}{BC} = \frac{20}{25} = 0,8.$$

Ответ: 0,8.



Задание №24457

Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0.25 г 3 раза в день в течение 7 дней. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0.25 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

Считаем требуемое количество лекарства $0,25 \cdot 3 \cdot 7 = 21 \cdot 0,25$. Сколько лекарства в одной упаковке $10 \cdot 0,25$. Делим одно на другое, берем большее ближайшее целое $21 \cdot 0,25 / (10 \cdot 0,25) = 2,1$.

Ответ: 3.

Задание №24707

В городе N живет 2000000 жителей. Среди них 15% детей и подростков. Среди взрослых 45% не работает (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых жителей работает?

Всего взрослых $(1 - 0,15) \cdot 2000000 = 1700000$. Среди них работает $(1 - 0,45) \cdot 1700000 = 935000$ жителей.

Ответ: 935000.

Задание №26735

Найдите значение выражения $\sqrt{65^2 - 56^2}$.

$$\sqrt{65^2 - 56^2} = \sqrt{(65 - 56)(65 + 56)} = \sqrt{9 \cdot 121} = 3 \cdot 11 = 33.$$

Ответ: 33

Задание №26736

Найдите значение выражения $\frac{(2\sqrt{7})^2}{14}$.

$$\frac{(2\sqrt{7})^2}{14} = \frac{4 \cdot 7}{14} = 2.$$

Ответ: 2.

Задание №26740

Найдите значение выражения $7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}}$.

$$7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}} = 7^{\frac{4}{9}} \cdot (7^2)^{\frac{5}{18}} = 7^{\frac{4}{9}} \cdot 7^{\frac{5}{9}} = 7.$$

Ответ: 7.

Задание №26750

Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}}$.

$$\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}} = \frac{13 + 2\sqrt{91} + 7}{10 + \sqrt{91}} = \frac{20 + 2\sqrt{91}}{10 + \sqrt{91}} = 2.$$

Ответ: 2.

Задание №26755

Найдите значение выражения $\frac{12 \sin 11^\circ \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$.

$$\frac{12 \sin 11^\circ \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \frac{6(2 \sin 11^\circ \cos 11^\circ)}{\sin 22^\circ} = \frac{6 \sin 22^\circ}{\sin 22^\circ} = 6.$$

Ответ: 6.

Задание №27266

В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB=13$, $\operatorname{tg} A=5$. Найдите BH.

Для прямоугольного треугольника

$$\operatorname{tg} A = \operatorname{ctg} B; \quad \operatorname{tg} B = \operatorname{ctg} A.$$

Это следует из формулы

$$\operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - a \right) = 1.$$

Решаем

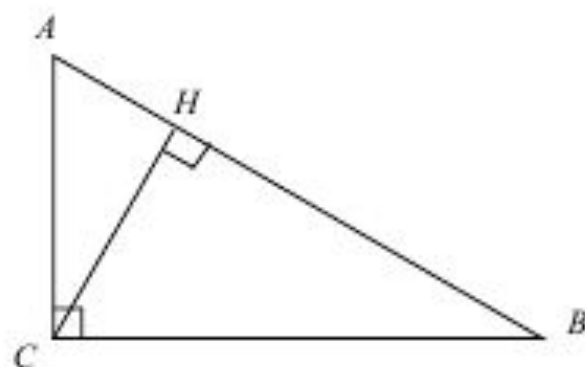
$$\operatorname{tg} A = \frac{CH}{AH}; \quad CH = AH \cdot \operatorname{tg} A.$$

$$\frac{CH}{BH} = \operatorname{tg} B; \quad BH = \frac{CH}{\operatorname{tg} B} = CH \cdot \operatorname{ctg} B.$$

Окончательно

$$BH = CH \cdot \operatorname{tg} A \cdot \operatorname{tg} A = 13 \cdot 25 = 325.$$

Ответ: 325.



Задание №40139

Для изготовления книжных полок требуется заказать 20 одинаковых стёкол в одной из трёх фирм. Площадь каждого стекла 0,2 кв. м. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края.

Фирма	Цена стекла (руб. за 1 кв. м)	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
А	420	75
В	440	70
С	470	65

Сколько рублей будет стоить самый дешёвый заказ?

А: $420 \cdot 0,2 \cdot 20 \cdot 75 = 126000$.

В: $440 \cdot 0,2 \cdot 20 \cdot 70 = 123200$.

С: $470 \cdot 0,2 \cdot 20 \cdot 65 = 122200$.

Ответ: 122200.

Задание №4523

Найдите значение выражения $\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$.

$$\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13} = \frac{\log_6 13^{\frac{1}{2}}}{\log_6 13} = \frac{\frac{1}{2} \log_6 13}{\log_6 13} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

Задание №4505

Найдите значение выражения $3^{\log_9 16}$.

$$3^{\log_9 16} = 3^{\log_{3^2} 4^2} = 3^{\frac{2}{2} \log_3 4} = 3.$$

Ответ: 3.

Задание №4453

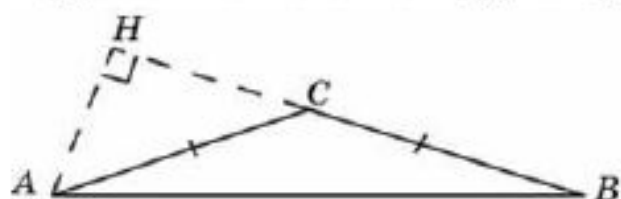
Найдите значение выражения $\frac{24}{3^{\log_3 2}}$.

$$\frac{24}{3^{\log_3 2}} = \frac{24}{2} = 12.$$

Ответ: 2.

Задание №4809

В треугольнике ABC $AC=BC= 2\sqrt{2}$, угол C равен 135° . Найдите высоту AH.



Из треугольника ACH

$$AH = AC \cdot \sin ACH.$$

Поскольку

$$\angle ACH = 180^\circ - \angle C = 45^\circ,$$

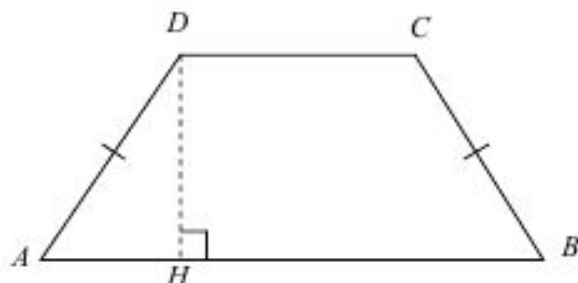
то окончательно

$$AH = AC \cdot \sin ACH = 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2.$$

Ответ: 2

Задание №4855

Основания равнобедренной трапеции равны 6 и 12. Боковые стороны равны 5. Найдите синус острого угла трапеции.



Из свойств равнобокой трапеции

$$AH = \frac{1}{2}(AB - CD) = 3.$$

По теореме Пифагора из треугольника ADH

$$DH = \sqrt{(AD)^2 - (AH)^2} = 4.$$

Окончательно

$$\sin A = \frac{DH}{AD} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

Ответ: 0,8.

Задание №77385

Найдите значение выражения $a(36a^2 - 25) \left(\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5} \right)$ при $a = 36,7$.

$$a(36a^2 - 25) \left(\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5} \right) = a(36a^2 - 25) \left(\frac{6a-5-6a-5}{36a^2-25} \right) = -10a = -367.$$

Ответ: -367.

Задание №77407

Найдите значение выражения $2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 8^{1-\sqrt{7}}$.

$$2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 8^{1-\sqrt{7}} = 2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 2^{3-3\sqrt{7}} = 2^2 = 4.$$

Ответ: 4.

Задание №77414

Найдите значение выражения: $12\sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ$.

Все участвующие значения являются табличными, их надо знать.

$$12 \sin 150^\circ \cos 120^\circ = 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) = -3.$$

Ответ: -3.

Задание №77418

Вычислите значение выражения: $(3^{\log_2 3})^{\log_3 2}$.

$$(3^{\log_2 3})^{\log_3 2} = 3^{\log_2 3 \cdot \log_3 2} = 3^{\log_3 3 \cdot \log_2 2} = 3.$$

Ответ: 3.

