

# Тема 7. Проверка гипотез относительно возможных значений коэффициентов МЛРМ

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011



# Темы лекции

0011, 0010, 1010, 1101, 0001, 0100, 1011

- Проверка гипотезы о незначимости регрессии в целом
- Проверка гипотезы о равенстве коэффициента регрессионного уравнения некоторому числу
- Проверка гипотезы об одновременном равенстве нулю  $q$  коэффициентов регрессионного уравнения
- Проверка гипотезы о наличии линейных ограничений на коэффициенты
- Тест Чоу



# Проверка гипотезы о

## незначимости регрессии в целом

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

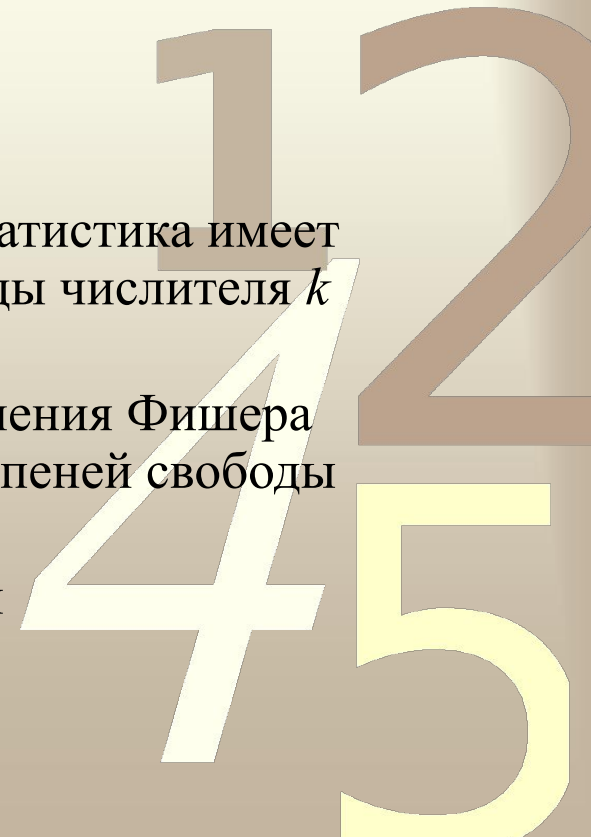
$H_a$  : хотя бы один из коэффициентов отличен от 0  
статистический критерий

$$F_{k, N-k-1} = \frac{R^2}{1-R^2} \frac{N-k-1}{k} = \frac{RSS/k}{ESS/(N-k-1)}$$

При справедливости нулевой гипотезы данная статистика имеет распределение Фишера с числом степеней свободы числителя  $k$  и знаменателя  $N-k-1$

Критическую точку находим из таблиц распределения Фишера для выбранного уровня значимости  $\alpha$  и числу степеней свободы числителя  $k$  и знаменателя  $N-k-1$

если  $F > F_{кр}$ , мы нулевую гипотезу отвергаем



## Проверка гипотезы о равенстве коэффициента регрессионного уравнения некоторому числу

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$H_0: \beta_j = \beta_{j0}$$

$$H_a: \beta_j \neq \beta_{j0}$$

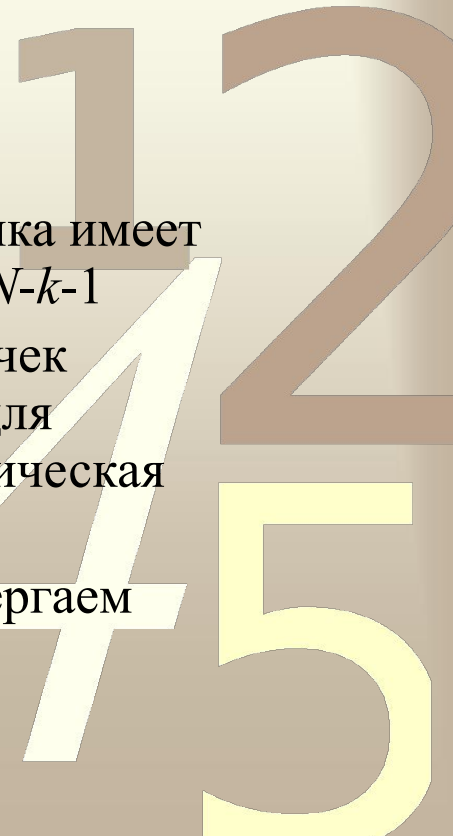
статистический критерий

$$t = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{s_{\hat{\beta}_i}} \sim t(N - k - 1)$$

При справедливости нулевой гипотезы данная статистика имеет распределение Стьюдента с числом степеней свободы  $N-k-1$

Критическую точку находим из таблиц критических точек распределения Стьюдента с  $N-k-1$  степенями свободы для выбранного уровня значимости  $\alpha$  и учитывая, что критическая область двусторонняя

если  $|t_{\text{набл}}| > t_{\text{кр}}^{\text{дв}}(\alpha, N - k - 1)$ , мы нулевую гипотезу отвергаем



## Проверка гипотезы о незначимом отличии от нуля коэффициента регрессионного уравнения

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$H_0: \beta_j = 0$$

$$H_a: \beta_j \neq 0$$

статистический критерий

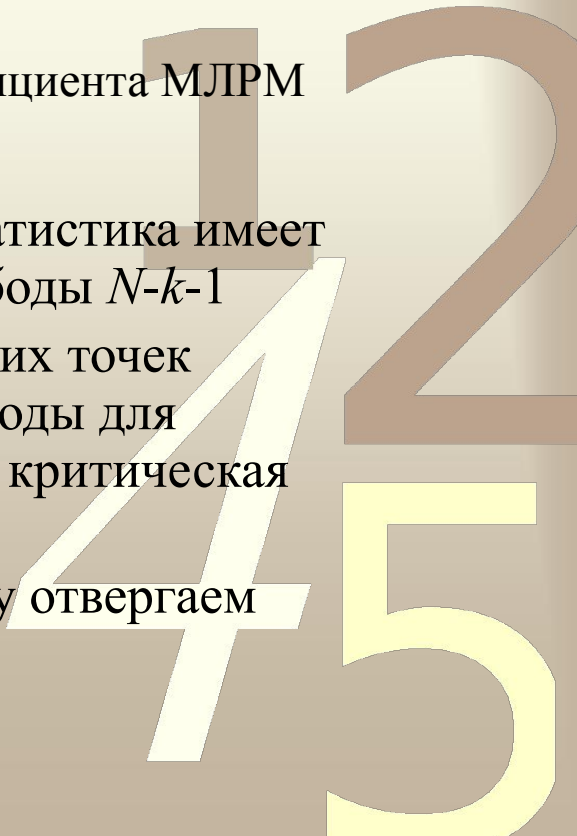
$$t_j = \frac{\hat{\beta}_j}{s_{\hat{\beta}_j}} \sim t(N - k - 1)$$

$t$  - статистика  $j$ -го коэффициента МЛРМ

При справедливости нулевой гипотезы данная статистика имеет распределение Стьюдента с числом степеней свободы  $N-k-1$

Критическую точку находим из таблиц критических точек распределения Стьюдента с  $N-k-1$  степенями свободы для выбранного уровня значимости  $\alpha$  и учитывая, что критическая область двусторонняя

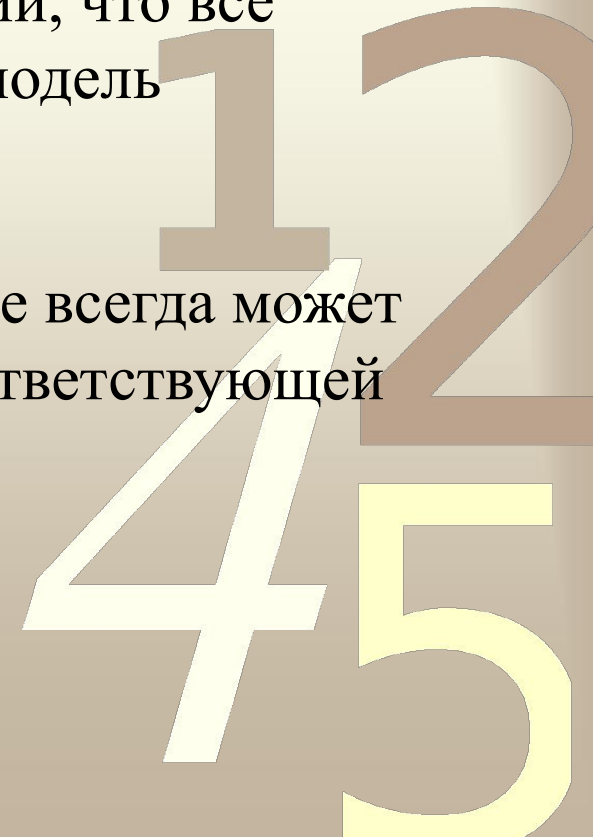
если  $|t_{\text{набл}}| > t_{\text{кр}}^{\text{дв}}(\alpha, N - k - 1)$ , мы нулевую гипотезу отвергаем



# Значимость коэффициента регрессионного уравнения

*t*-тесты обеспечивают проверку значимости предельного вклада каждой переменной при допущении, что все остальные переменные уже включены в модель

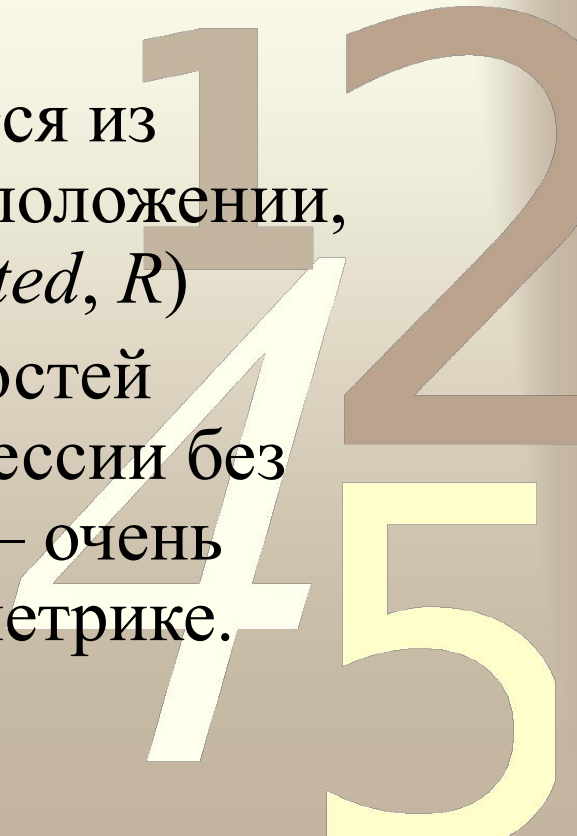
Незначимость коэффициента регрессии не всегда может служить основанием для исключения соответствующей переменной из модели



# Регрессия с ограничениями

0011, 0010, 1010, 1101, 0001, 0100, 1011

- Модель, в которой мы проверяем гипотезу о коэффициентах, называется регрессия без ограничений (*unrestricted, UR*)
- Регрессия с ограничениями строится из регрессии без ограничений в предположении, что нулевая гипотеза верна (*restricted, R*)
- Сравнение объясняющих способностей регрессии с ограничениями и регрессии без ограничений при помощи  $F$ -теста – очень распространенный прием в эконометрике.



# Проверка гипотезы об одновременном равенстве нулю $q$ коэффициентов регрессионного уравнения

$$H_0 : \beta_{k-q} = \dots = \beta_k = 0$$

$$UR : Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

$$R : Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_{k-q-1} X_{k-q-1} + \varepsilon$$

статистический критерий

$$F_{q, N-k-1} = \frac{(ESS_R - ESS_{UR}) / q}{ESS_{UR} / (N - k - 1)} \sim F(q, N - k - 1)$$

При справедливости нулевой гипотезы данная статистика имеет распределение Фишера с числом степеней свободы числителя  $q$  и знаменателя  $N-k-1$

Критическую точку находим из таблиц распределения Фишера для выбранного уровня значимости  $\alpha$  и числу степеней свободы числителя  $q$  и знаменателя  $N-k-1$

если  $F > F_{кр}$ , мы нулевую гипотезу отвергаем



# Проверка гипотезы о наличии линейных ограничений на коэффициенты

0011, 0010, 1010, 1101, 0001, 0100, 1011

Пример составления регрессии без ограничений:

$$UR: C = \beta_0 + \beta_1 X_L + \beta_2 X_{NL} + \varepsilon$$

$X_L$  – трудовые доходы,

$X_{NL}$  – нетрудовые доходы,

$C$  - потребление

$$H_0: \beta_1 = \beta_2$$

$$C = \beta_0 + \beta_1 (X_L + X_{NL}) + \varepsilon$$

$q$  – число ограничений, накладываемых на коэффициенты -.

в нашем случае равно 1



# Тест Вальда тестирования линейного ограничения общего вида

$$H_0: H\beta = r$$

Например: 
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$
 означает, что 
$$\begin{cases} 2\beta_1 + \beta_3 = 0 \\ \beta_2 + \beta_3 = 1 \end{cases}$$

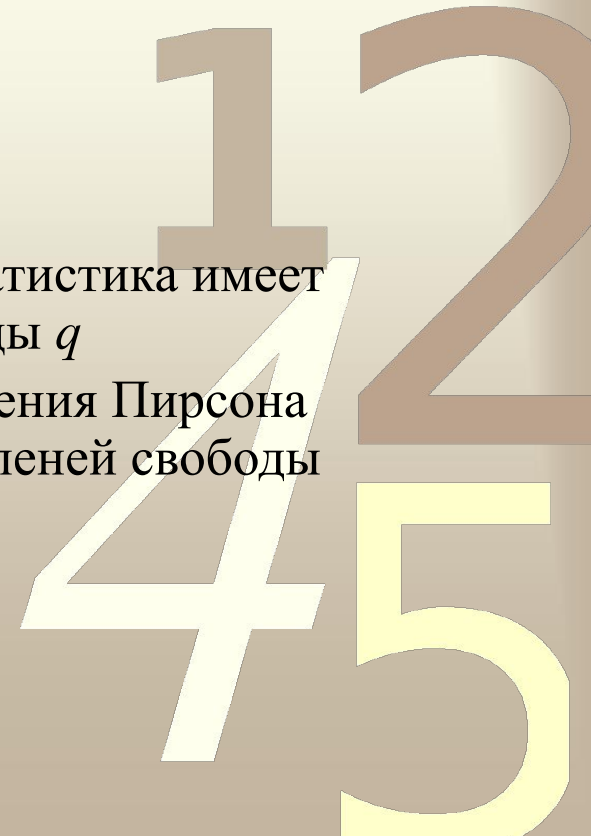
статистический критерий

$$W = \frac{1}{s^2} [H\hat{\beta} - r]' [h(X'X)^{-1}H']^{-1} [H\hat{\beta} - r]$$

При справедливости нулевой гипотезы данная статистика имеет распределение Пирсона с числом степеней свободы  $q$

Критическую точку находим из таблиц распределения Пирсона для выбранного уровня значимости  $\alpha$  и числу степеней свободы  $q$

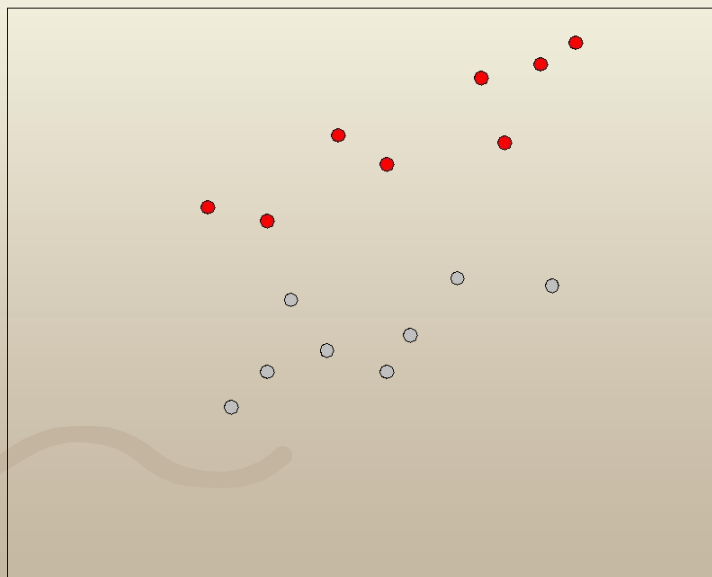
если  $W_{набл} > W_{кр}$ , мы нулевую гипотезу отвергаем



# Проверка гипотезы о равенстве коэффициентов различных регрессионных уравнений (тест Чоу)

0011, 0010, 1010, 1101, 0001, 0100, 1011

Предположим, что мы рассматриваем регрессионное уравнение и данные для его оценки содержат наблюдения для разных по качеству объектов: для мужчин и женщин, для занятых и безработных. Верно ли, что рассматриваемая модель совпадает для двух выборок, относящихся к объектам разного качества



# Проверка гипотезы о равенстве коэффициентов различных регрессионных уравнений (тест Чоу)

$$H_0 : \beta'_1 = \beta''_1, \beta'_2 = \beta''_2, \dots, \beta'_k = \beta''_k$$

$$UR: \begin{cases} Y_i = \beta'_1 X_{1i} + \dots + \beta'_k X_{ki} + \varepsilon'_i, & i=1, \dots, N \\ Y_i = \beta''_1 X_{1i} + \dots + \beta''_k X_{ki} + \varepsilon''_i, & i=N+1, \dots, N+M \end{cases}$$

$$R: Y = \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad i=1, \dots, N+M$$

статистический критерий

$$F_{q, N-k-1} = \frac{(ESS_R - ESS_{UR})/k}{ESS_{UR}/(N+M-2k)} \sim F(k, N+M-2k)$$

При справедливости нулевой гипотезы данная статистика имеет распределение Фишера с числом степеней свободы числителя  $k$  и знаменателя  $N+M-2k$

Критическую точку находим из таблиц распределения Фишера для выбранного уровня значимости  $\alpha$  и числу степеней свободы числителя  $k$  и знаменателя  $N+M-2k$

если  $F > F_{кр}$ , мы нулевую гипотезу отвергаем

# Вопросы для самопроверки

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- Как проверить значимость регрессии в целом.
- В чем заключается содержательный смысл гипотезы о равенстве коэффициента уравнения нулю.
- Как провести односторонний тест на равенство коэффициента нулю.
- В чем смысл доверительного интервала коэффициента.
- Как проверить гипотезу о равенстве коэффициента уравнения нулю при помощи доверительного интервала..
- Как связаны между собой F и t статистика в парной модели.
- Как проверить гипотезу о равенстве коэффициента уравнения некоторому числу.
- Какова основная идея F-теста на улучшение качества оценивания.
- Приведите пример построения регрессии с ограничениями.
- Как формулируется гипотеза о наличие линейных ограничений на коэффициенты.
- Как провести тест Вальда.
- Для чего нужен тест Чоу.

