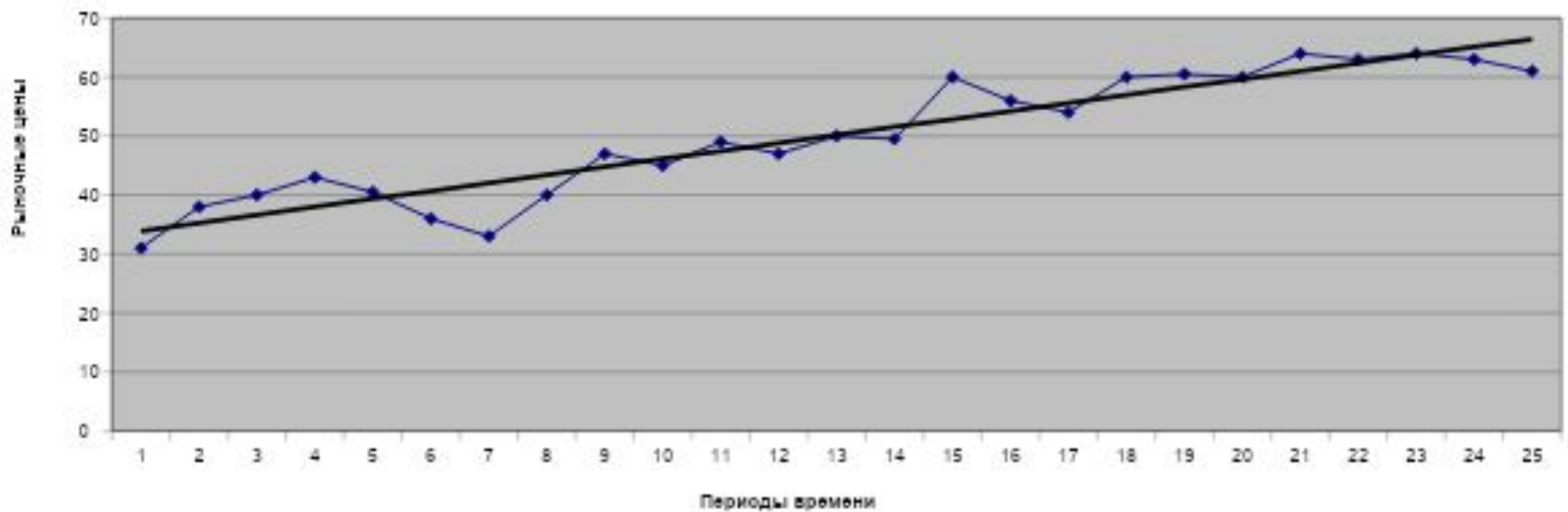


# Прямолинейный тренд

$$\hat{y}_i = a + b \cdot t_i$$



# Свойства прямолинейного тренда

- равные изменения за равные промежутки времени;
- если средний абсолютный прирост - положительная величина, то относительные приросты или темпы прироста постепенно уменьшаются;
- если среднее абсолютное изменение - отрицательная величина, то относительные изменения или темпы сокращения постепенно увеличиваются по абсолютной величине снижения к предыдущему уровню;
- если тенденция к сокращению уровней, а изучаемая величина является по определению положительной, то среднее изменение  $b$  не может быть больше среднего уровня  $a$ ;
- при линейном тренде ускорение, т.е. разность абсолютных изменений за последовательные периоды, равно нулю.

# Прямолинейный тренд

$$f(a,b) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bt_i)^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n [(y_i - a - bt_i)(-1)] = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^n [(y_i - a - bt_i)(-t)] = 0$$

# Прямолинейный тренд

$$na + b \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$a \sum_{i=1}^n t_i + b \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i t_i)$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \bar{y}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i t_i)}{\sum_{i=1}^n t_i^2}$$

# Параболический тренд и его свойства

$$\hat{y}_i = a + b \cdot t_i + c \cdot t_i^2$$

# Параболический тренд и его СВОЙСТВА

Основные свойства тренда в форме параболы II порядка таковы:

- неравные, но равномерно возрастающие или равномерно убывающие абсолютные изменения за равные промежутки времени;
- парабола, рассматриваемая относительно ее математической формы, имеет две ветви: восходящую с увеличением уровней признака и нисходящую с их уменьшением. Но относительно статистики по содержанию изучаемого процесса изменений трендом, выражающим определенную тенденцию развития, чаще всего можно считать только одну из ветвей: либо восходящую, либо нисходящую. В особых, более конкретных, ситуациях мы не отрицаем возможности объединения обеих ветвей в единый тренд;
- 3) так как свободный член уравнения « $a$ » как значение показателя в начальный момент (период) отсчета времени, как правило, величина положительная; то характер тренда определяется знаками параметров  $b$  и  $c$ :
- а) при  $b > 0$  и  $c > 0$  имеем восходящую ветвь, т.е. тенденцию к ускоренному росту уровней;
- б) при  $b < 0$  и  $c < 0$  имеем нисходящую ветвь - тенденцию к ускоренному сокращению уровней;
- в) при  $b > 0$  и  $c < 0$  имеем либо восходящую ветвь с замедляющимся ростом уровней, либо обе ветви параболы, восходящую и нисходящую, если их по существу можно считать единым процессом;
- г) при  $b < 0$  и  $c > 0$  имеем либо нисходящую ветвь с замедляющимся сокращением уровней, либо обе ветви - нисходящую и восходящую, если их можно считать единой тенденцией;

# Параболический тренд и его свойства

$$na + b \sum_{i=1}^n t_i + c \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$a \sum_{i=1}^n t_i + b \sum_{i=1}^n t_i^2 + c \sum_{i=1}^n t_i^3 = \sum_{i=1}^n y_i t_i$$

$$a \sum_{i=1}^n t_i^2 + b \sum_{i=1}^n t_i^3 + c \sum_{i=1}^n t_i^4 = \sum_{i=1}^n y_i t_i^2$$

# Параболический тренд и его

СВОЙСТВА

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i t_i)}{\sum_{i=1}^n t_i^2}$$

$$na + c \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$a \sum_{i=1}^n t_i^2 + c \sum_{i=1}^n t_i^4 = \sum_{i=1}^n y_i t_i^2$$



# Экспоненциальный тренд и его свойства

$$\widehat{y}_i = ak^{t_i}$$

Основные свойства экспоненциального тренда:

- Абсолютные изменения уровней тренда пропорциональны самим уровням.
- Экспонента экстремумов не имеет: при  $k > 1$  тренд стремится к плюс бесконечности, при  $k < 1$  тренд стремится к нулю.
- Уровни тренда представляют собой геометрическую прогрессию.
- При  $k > 1$  тренд отражает ускоряющийся неравномерно рост уровней, при  $k < 1$  тренд отражает замедляющееся неравномерно уменьшение уровней.

# Экспоненциальный тренд и его свойства

$$\ln(a) = \frac{\sum_{i=1}^n \ln y_i}{n}$$

$$\ln(k) = \frac{\sum_{i=1}^n t_i \ln y_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2}$$

# Гиперболический тренд и его свойства

$$\hat{y}_i = a + \frac{b}{t}$$

# Гиперболический тренд и его свойства

- Основные свойства гиперболического тренда:
- Абсолютный прирост или сокращение уровней, ускорение абсолютных изменений, темп изменения - все эти показатели не являются постоянными. При  $b > 0$  уровни замедленно уменьшаются, отрицательные абсолютные изменения, а также положительные ускорения тоже уменьшаются, цепные темпы изменения растут и стремятся к 100%.
- При  $b < 0$  уровни замедленно возрастают, положительные абсолютные изменения, а также отрицательные ускорения и цепные темпы роста замедленно уменьшаются, стремясь к 100%.

# Гиперболический тренд и его свойства

$$na + b \sum_{i=1}^n \frac{1}{t_i} = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$a \sum_{i=1}^n \frac{1}{t_i} + b \sum_{i=1}^n \frac{1}{t_i^2} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{t_i}$$

# Логарифмический тренд и его свойства

$$\hat{y}_i = a + b \ln(t_i)$$

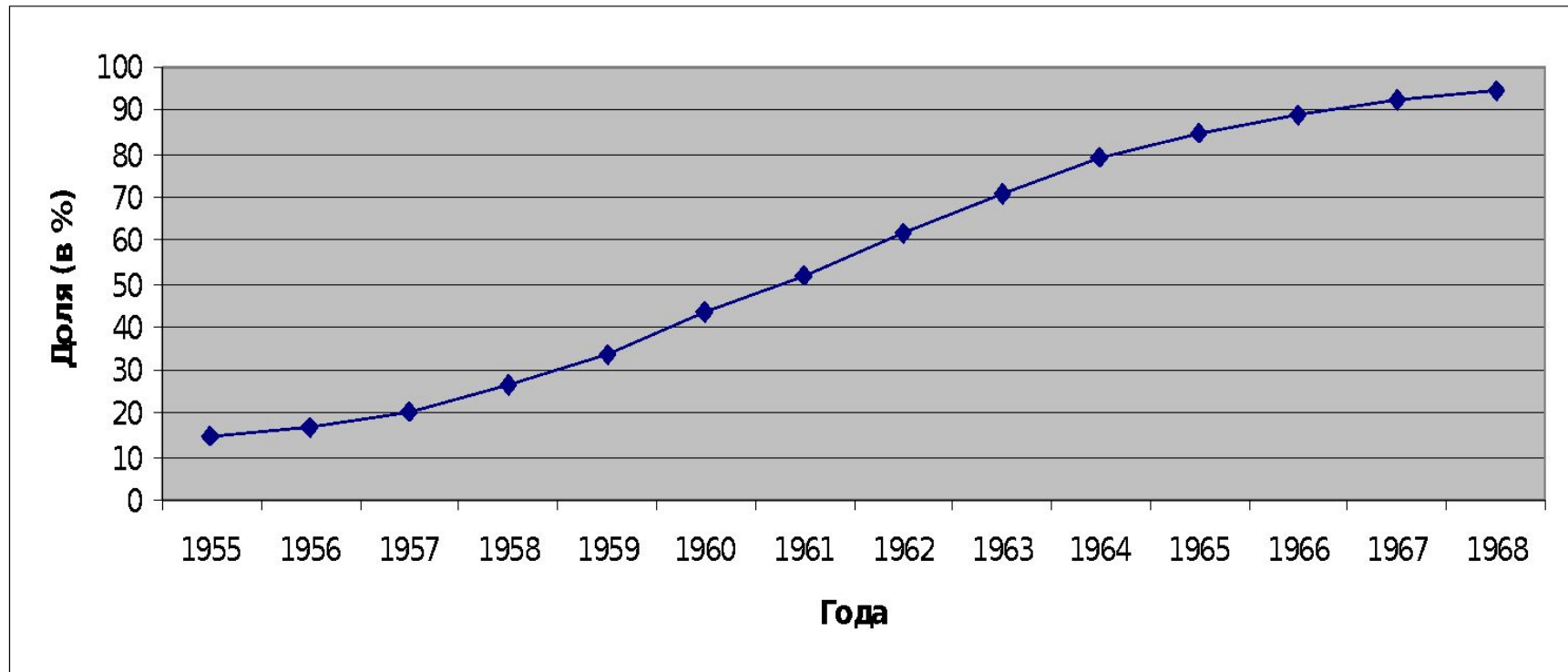
# Логарифмический тренд и его свойства

Основные свойства логарифмического тренда:

- Если  $b > 0$ , то уровни возрастают, но с замедлением, а если  $b < 0$ , то уровни тренда уменьшаются, тоже с замедлением.
- Абсолютные изменения уровней по модулю всегда уменьшаются со временем.
- Ускорения абсолютных изменений имеют знак, противоположный самим абсолютным изменениям, а по модулю постепенно уменьшаются.
- Темпы изменения (цепные) постепенно приближаются к 100% при  $t$  стремящемся к бесконечности.

# Логистический тренд и его свойства

$$\hat{y}_i = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{e^{a_0 + a_1 t_i} + 1} + y_{\min}$$





# Логистический тренд и его свойства

$$\frac{\hat{y}_{\max} - \hat{y}_{\min}}{\hat{y}_i - \hat{y}_{\min}} - 1 = e^{a_0 + a_1 t_i}$$

$$\frac{y_{\max} - y_{\min}}{y_i - y_{\min}} - 1 = \xi_i$$

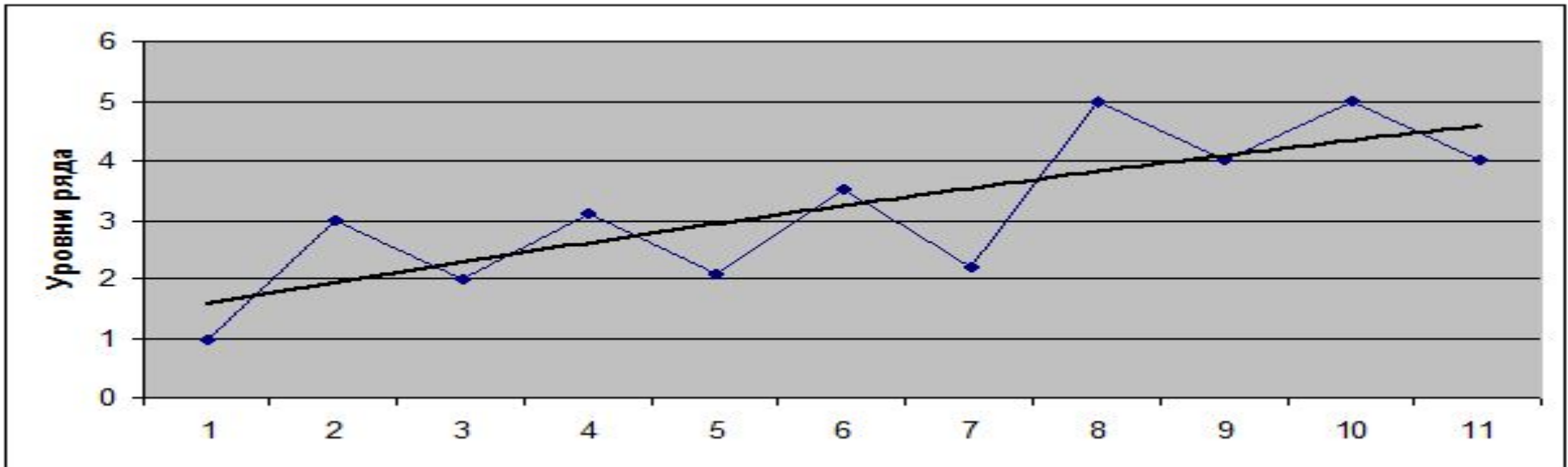
$$\xi_i = e^{a_0 + a_1 t_i} \quad \ln \xi_i = a_0 + a_1 t_i$$

# Методы распознавания типа колебаний

Три основных типа колебаний:

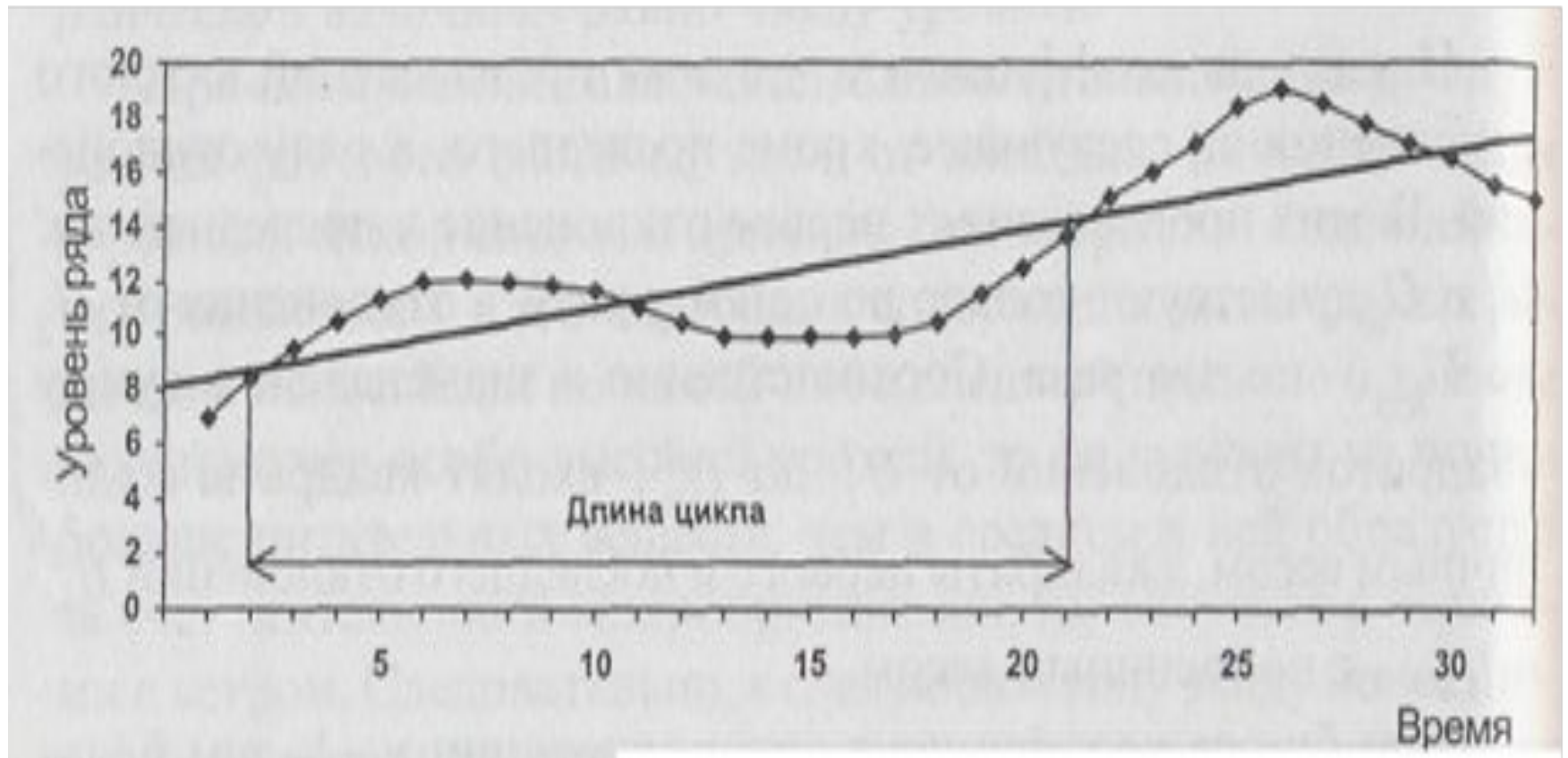
- пилообразная или маятниковая;
- долгопериодическая или циклическая;
- случайно распределенная во времени.

# Пилообразная колеблемость



$$r_u^a = \frac{\sum_{i=1}^n u_i u_{i+1}}{\frac{u_1^2}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} u_i^2 + \frac{u_n^2}{2}}$$

# Циклическая колеблемость



# Случайная колеблемость

