

Скрещивающиеся

прямые



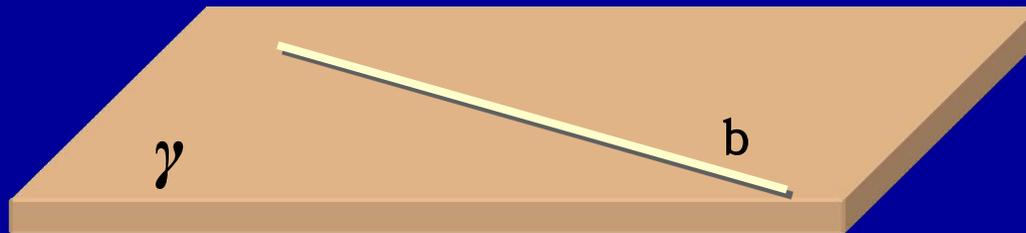
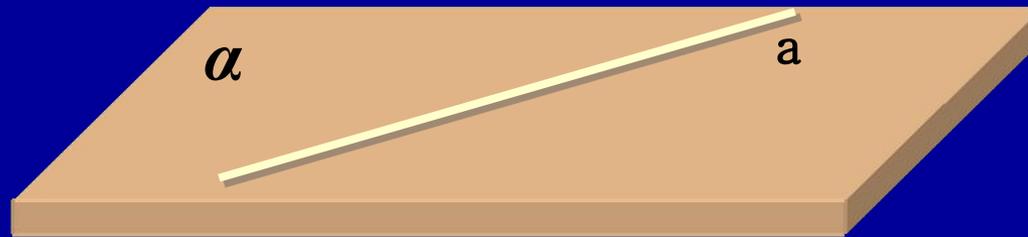


Ребята! Сегодня мы с вами выходим в открытое пространство. Объект изучения – скрещивающиеся прямые.

Вы конечно помните, что две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.

Давайте посмотрим какими еще интересными свойствами обладают скрещивающиеся прямые.

1 СВОЙСТВО

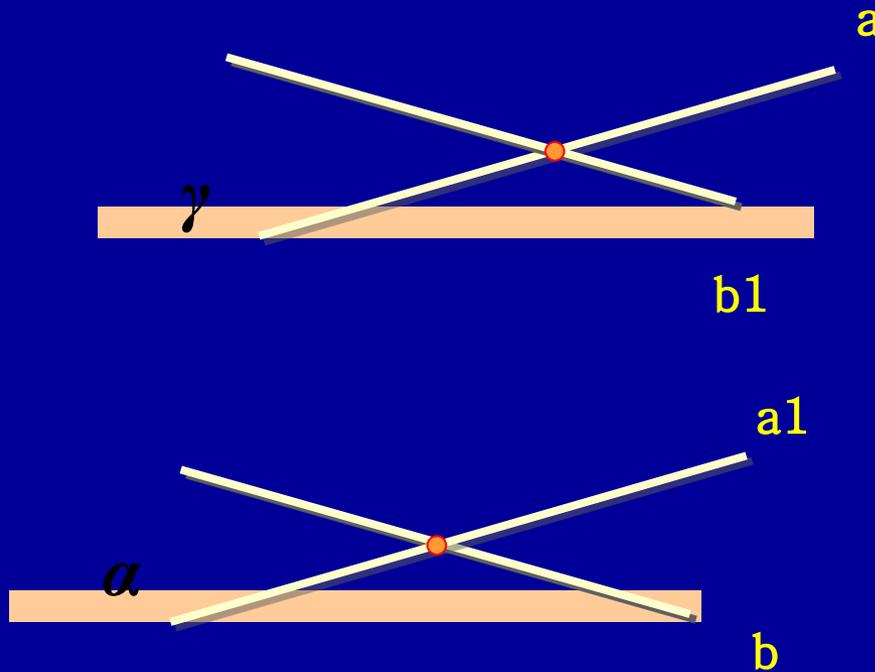


Скрещивающиеся
прямые лежат в
параллельных
плоскостях.

Вопрос №1: Как доказать, что прямые скрещиваются?

Вопрос №2: Как построить эти параллельные плоскости?

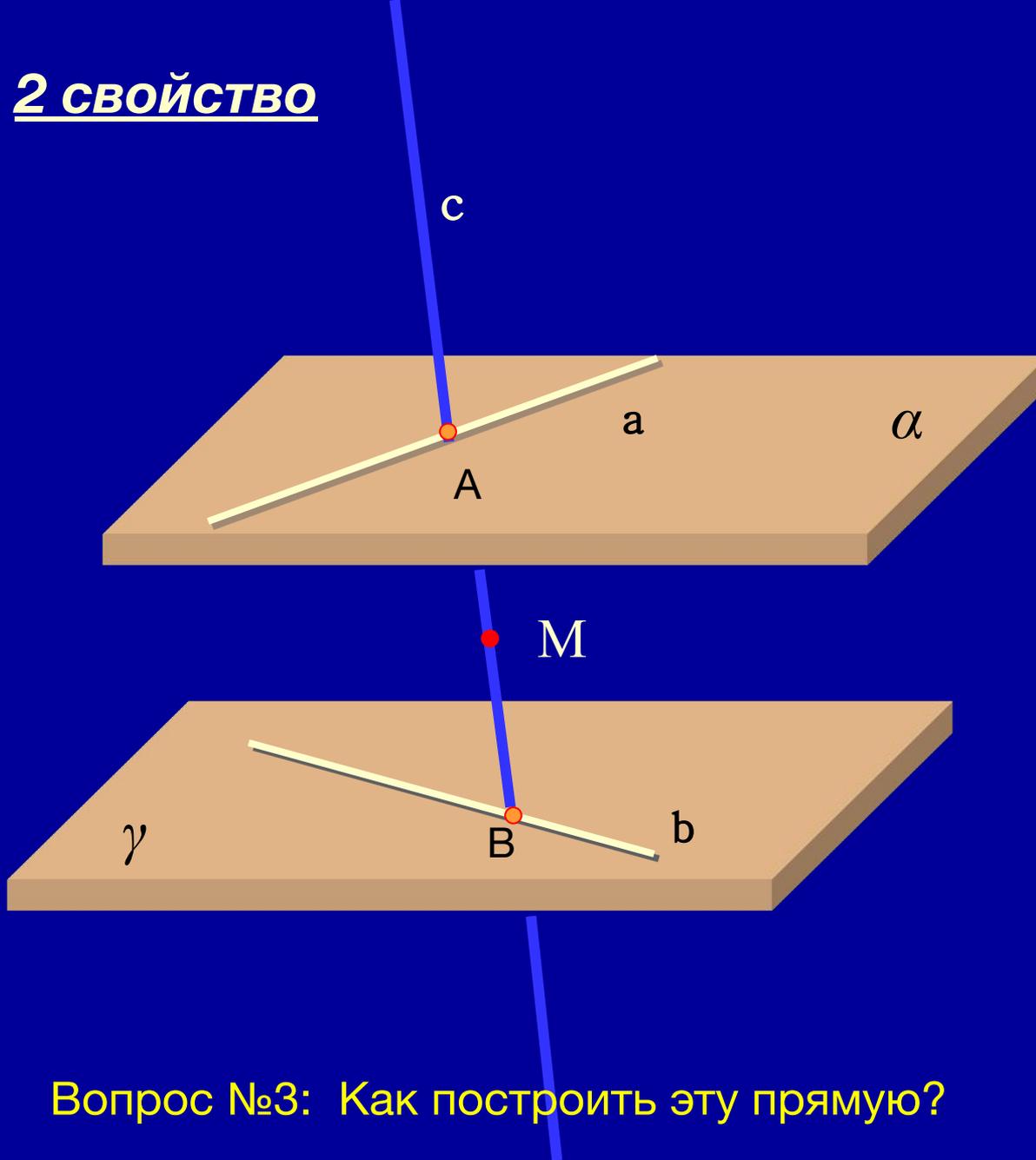
1 СВОЙСТВО



Скрещивающиеся
прямые лежат в
параллельных
плоскостях.

Вопрос №2: Как построить эти параллельные плоскости?

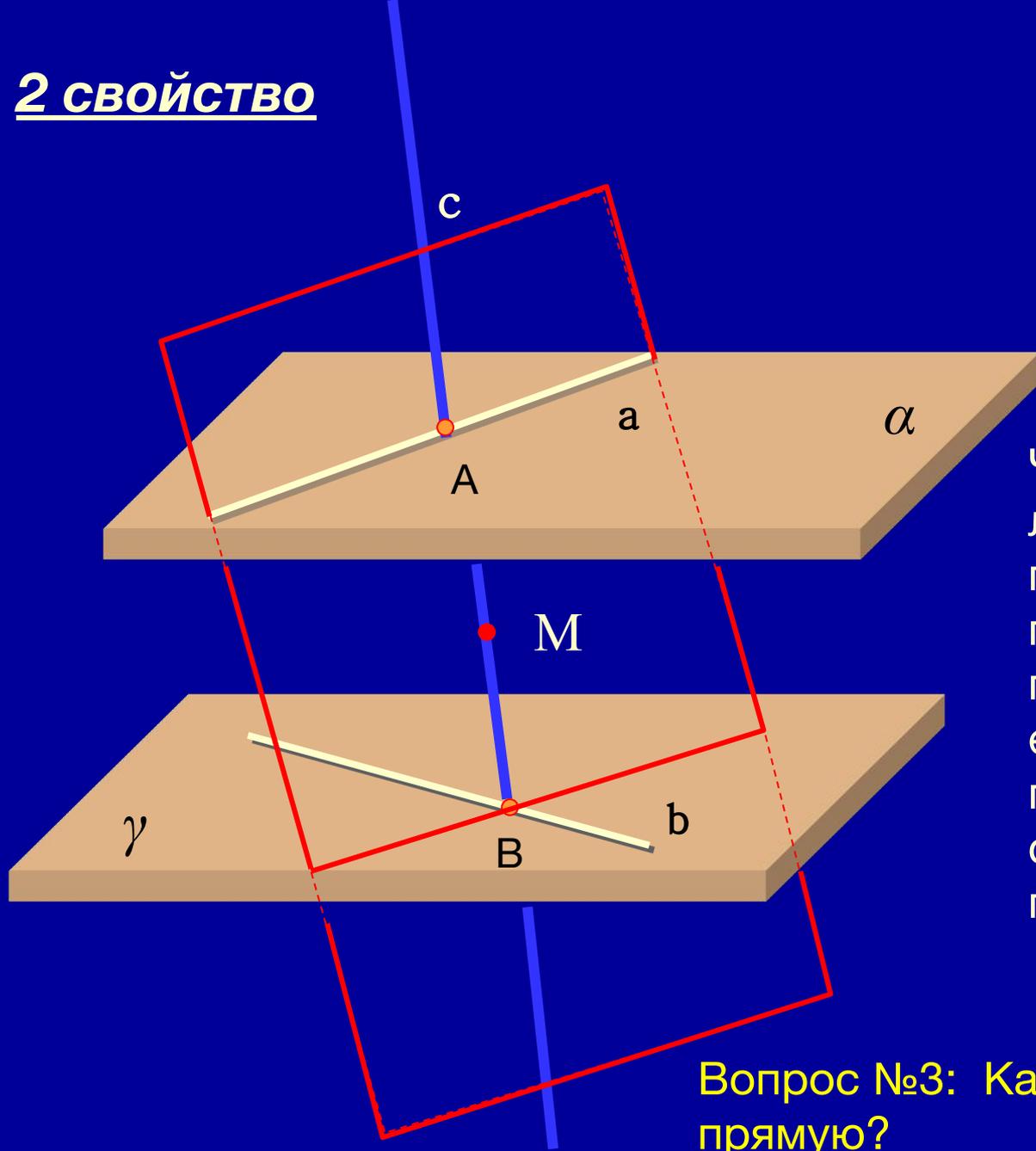
2 СВОЙСТВО



Через точку, не лежащую на данных параллельных плоскостях, проходит прямая, и притом, единственная, пересекающая обе скрещивающиеся прямые.

Вопрос №3: Как построить эту прямую?

2 СВОЙСТВО



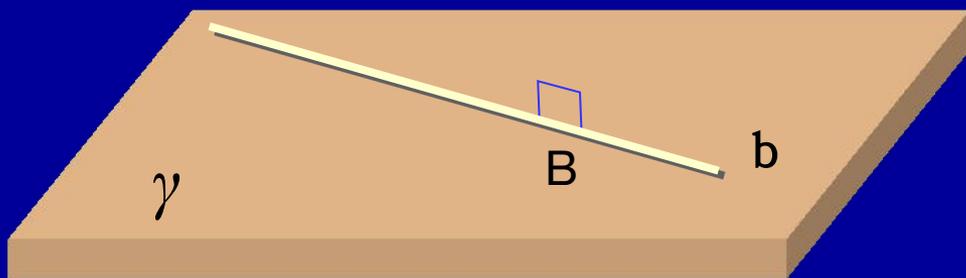
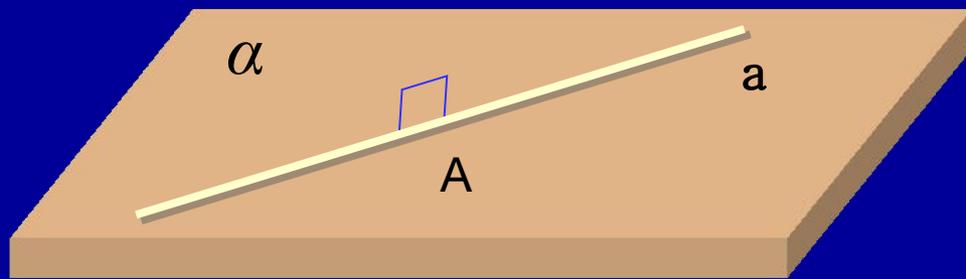
Через точку, не лежащую на данных параллельных плоскостях, проходит прямая, и притом, единственная, пересекающая обе скрещивающиеся прямые.

Вопрос №3: Как построить эту прямую?

3 СВОЙСТВО



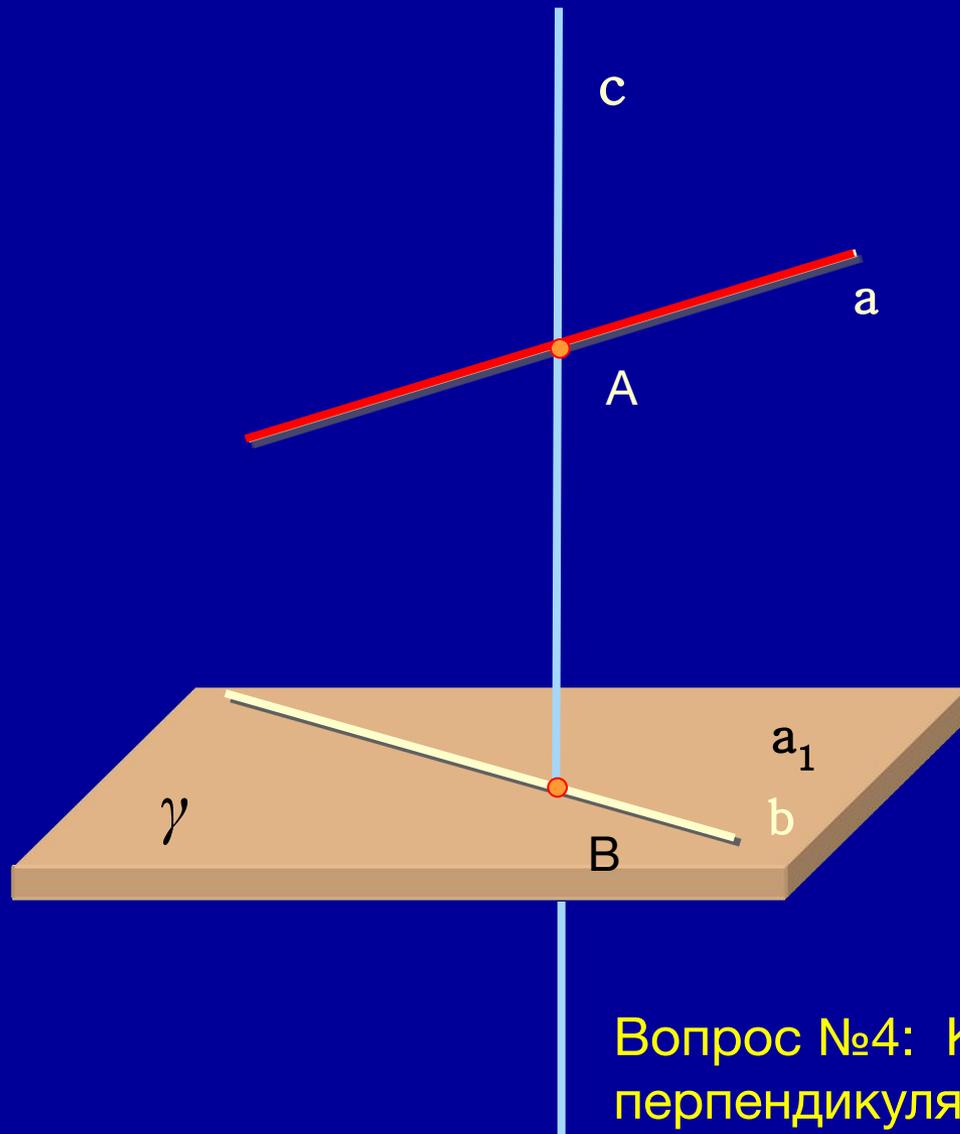
с



У всяких двух скрещивающихся прямых имеется один общий перпендикуляр.

Вопрос №4: Как построить этот перпендикуляр?

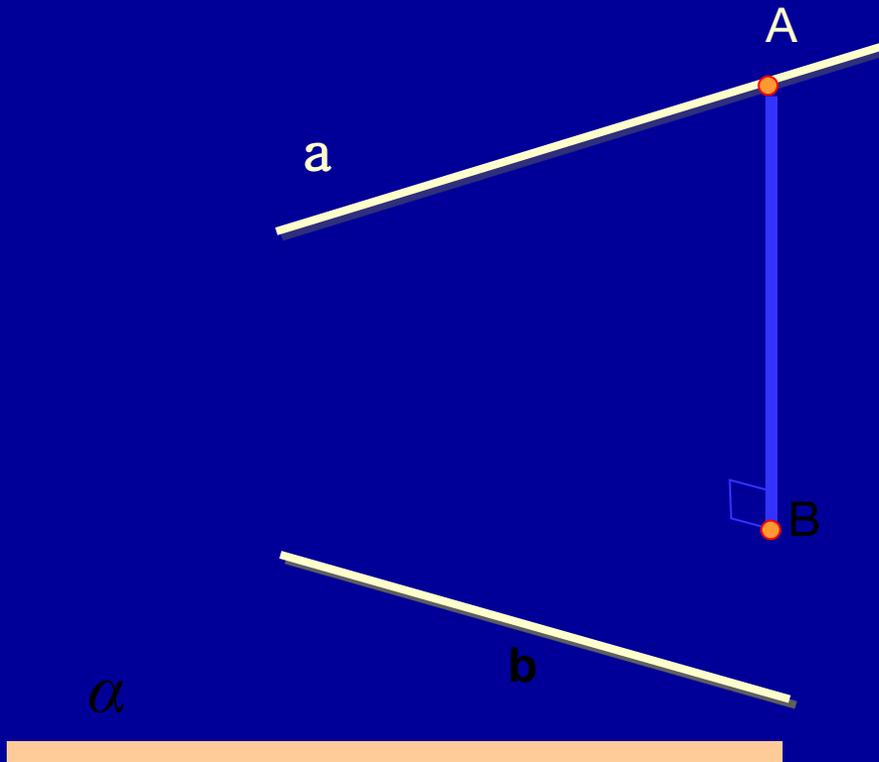
3 СВОЙСТВО



У всяких двух скрещивающихся прямых имеется один общий перпендикуляр.

Вопрос №4: Как построить этот перпендикуляр?

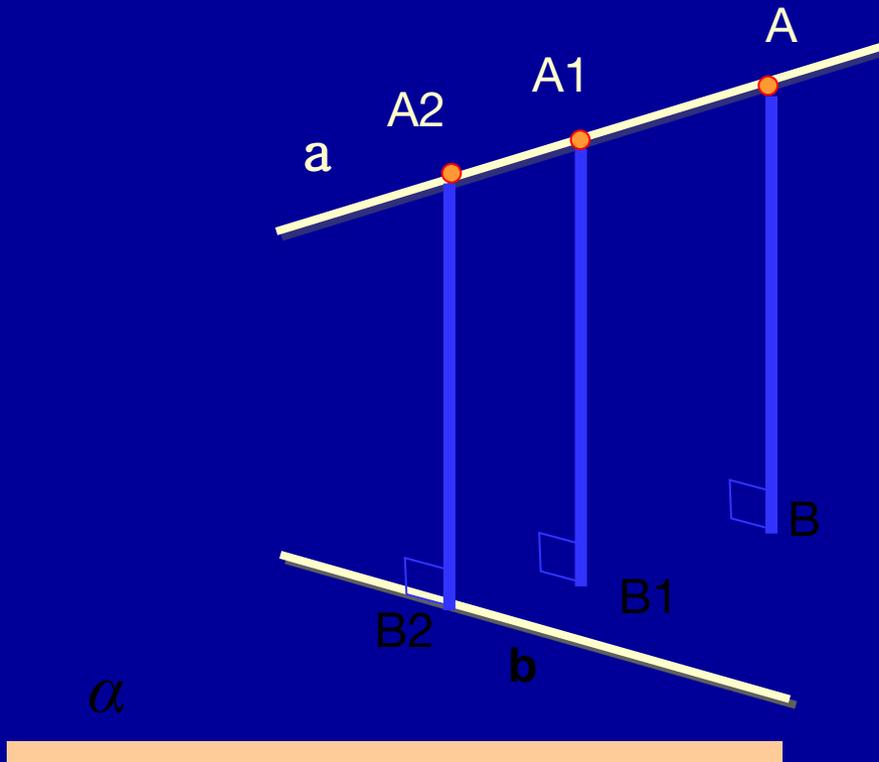
4 СВОЙСТВО



Если одна из двух скрещивающихся прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая параллельна этой плоскости, то длина перпендикуляра, опущенного из любой точки второй прямой на эту плоскость есть расстояние между скрещивающимися прямыми.

Вопрос №4: Зависит ли расстояние между скрещивающимися прямыми от выбора точки A?

4 СВОЙСТВО



Если одна из двух скрещивающихся прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая параллельна этой плоскости, то длина перпендикуляра, опущенного из любой точки второй прямой на эту плоскость есть расстояние между скрещивающимися прямыми.

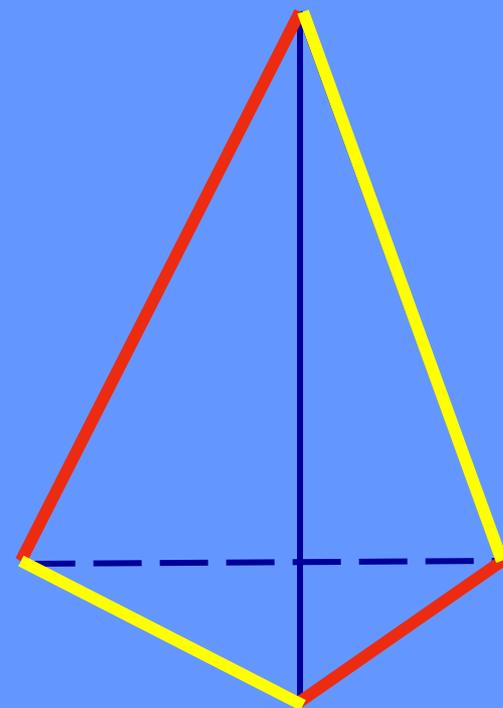
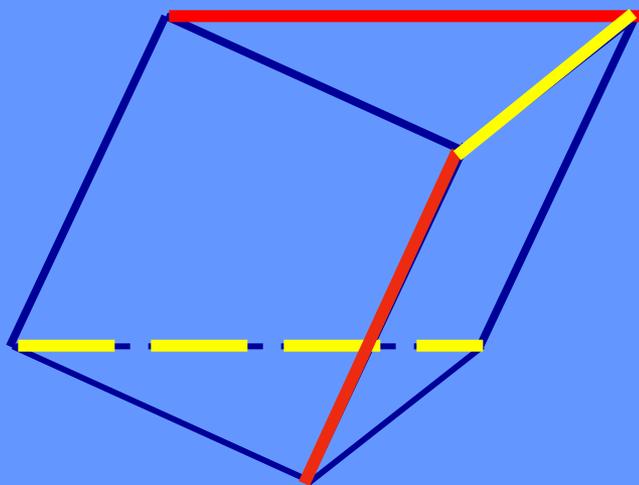
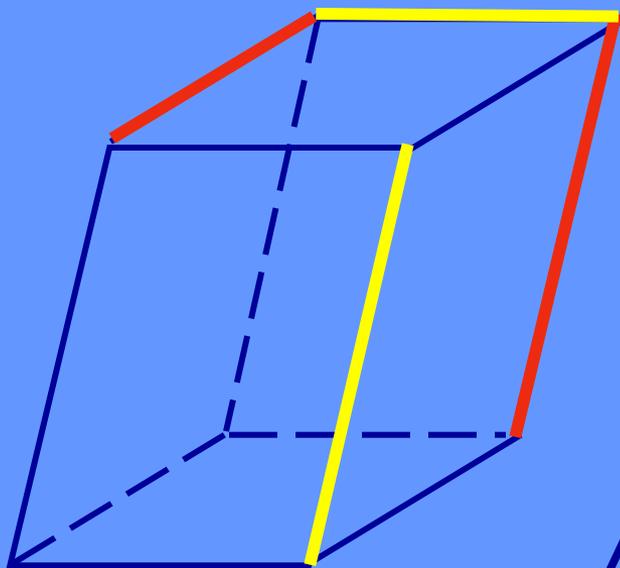
Вопрос №5: Зависит ли расстояние между скрещивающимися прямыми от выбора точки A ?

Теперь вы догадываетесь, какие интересные конструкции можно составлять из скрещивающихся прямых.



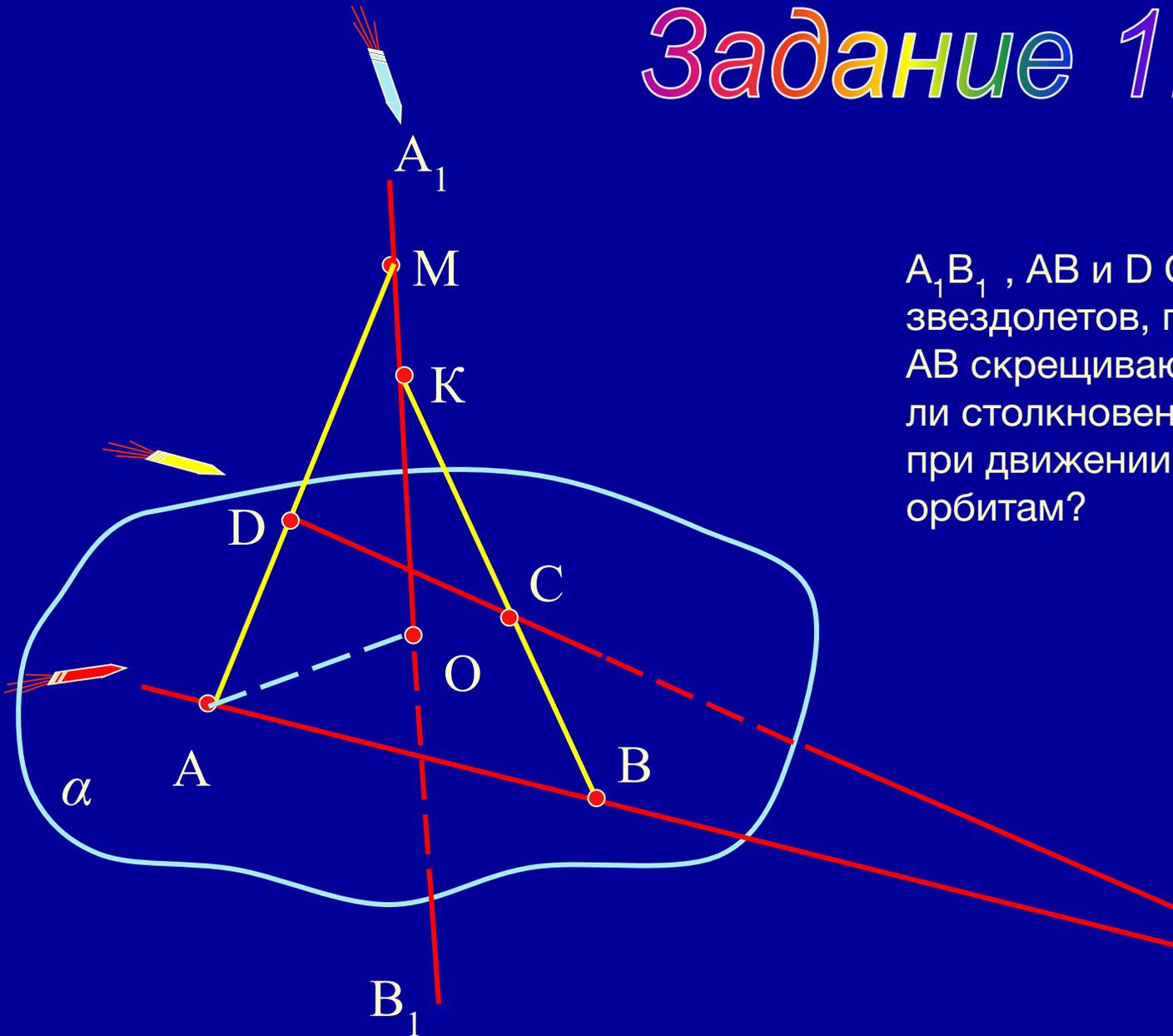
Без скрещивающихся ребер нет и многогранника.

Рассмотрим несколько моделей различных многогранников.



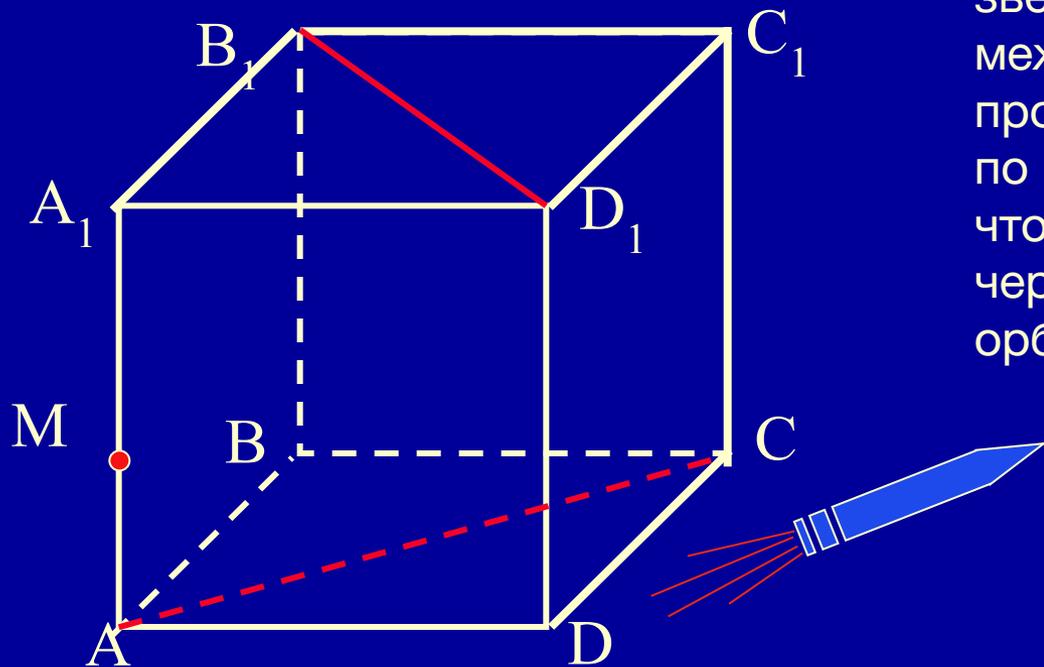
Вы видите пары скрещивающихся ребер.

Задание 1:



A_1B_1 , AB и DC – орбиты звездолетов, при этом A_1B_1 и AB скрещиваются. Возможно ли столкновение спутников при движении их по этим орбитам?

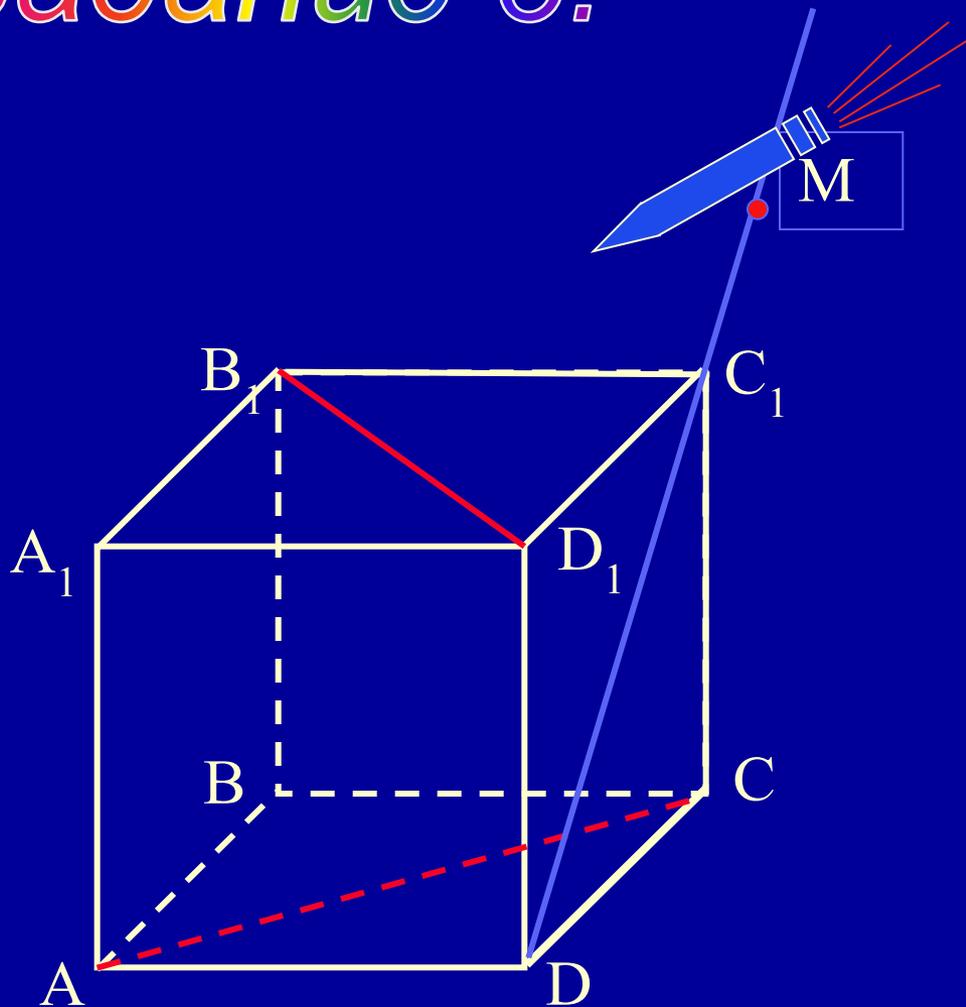
Задание 2:



AC и B_1D_1 – орбиты звездолетов, а точка M – это межпланетная станция. Надо произвести запуск звездолета по космическому тоннелю так, что бы тоннель проходил через точку M и пересекал орбиты.*

*Требуется построить прямую линию, пересекающую две скрещивающиеся прямые и проходящую через точку M.

Задание 3:



Надо произвести запуск космического звездолета с межпланетной станции (точка M), таким образом, что бы он пересек орбиты B_1D_1 и AC за минимально короткое время. Постройте траекторию движения звездолета.*

*Требуется построить прямую линию, проходящую через точку M и пересекающую две скрещивающиеся прямые.

А теперь попробуйте выполнить следующие задания.

Задание 4:

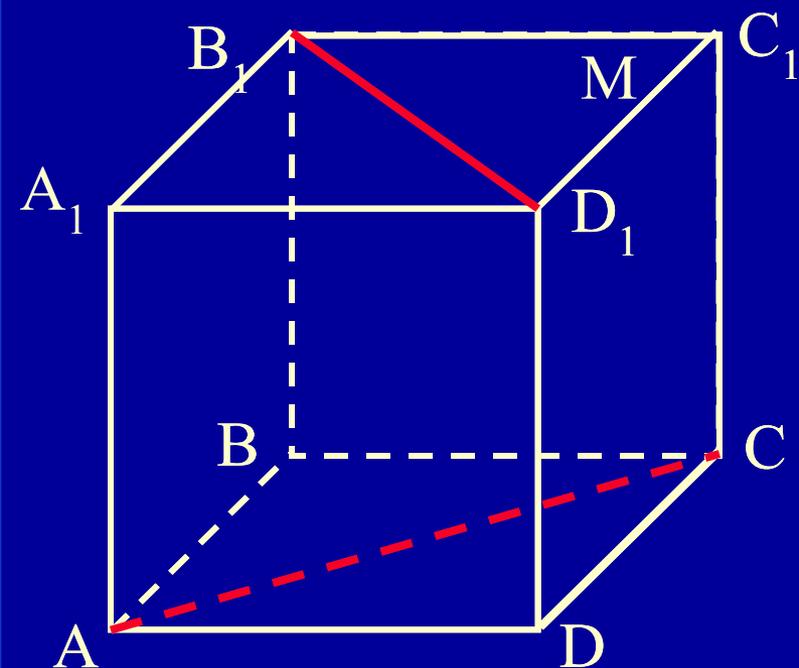
Дан куб.

1. Докажите, что прямые AC и B_1D_1 скрещивающиеся.

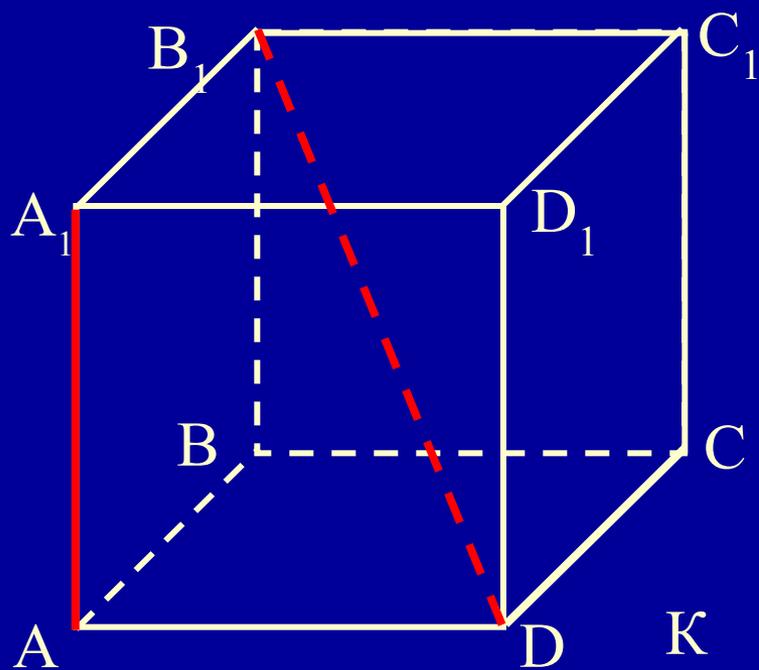
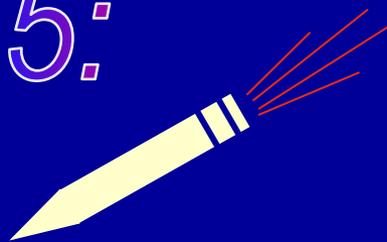
2. Пусть дана точка M , не лежащая ни на одной из скрещивающихся прямых и лежащая в плоскости $A_1B_1C_1D_1$. Можно ли построить прямую, проходящую через эту точку и пересекающую обе скрещивающиеся прямые?

3. Постройте общий перпендикуляр для прямых AC и B_1D_1 .

4. Каково расстояние между прямыми AC и B_1D_1 , если ребро куба равно a ?

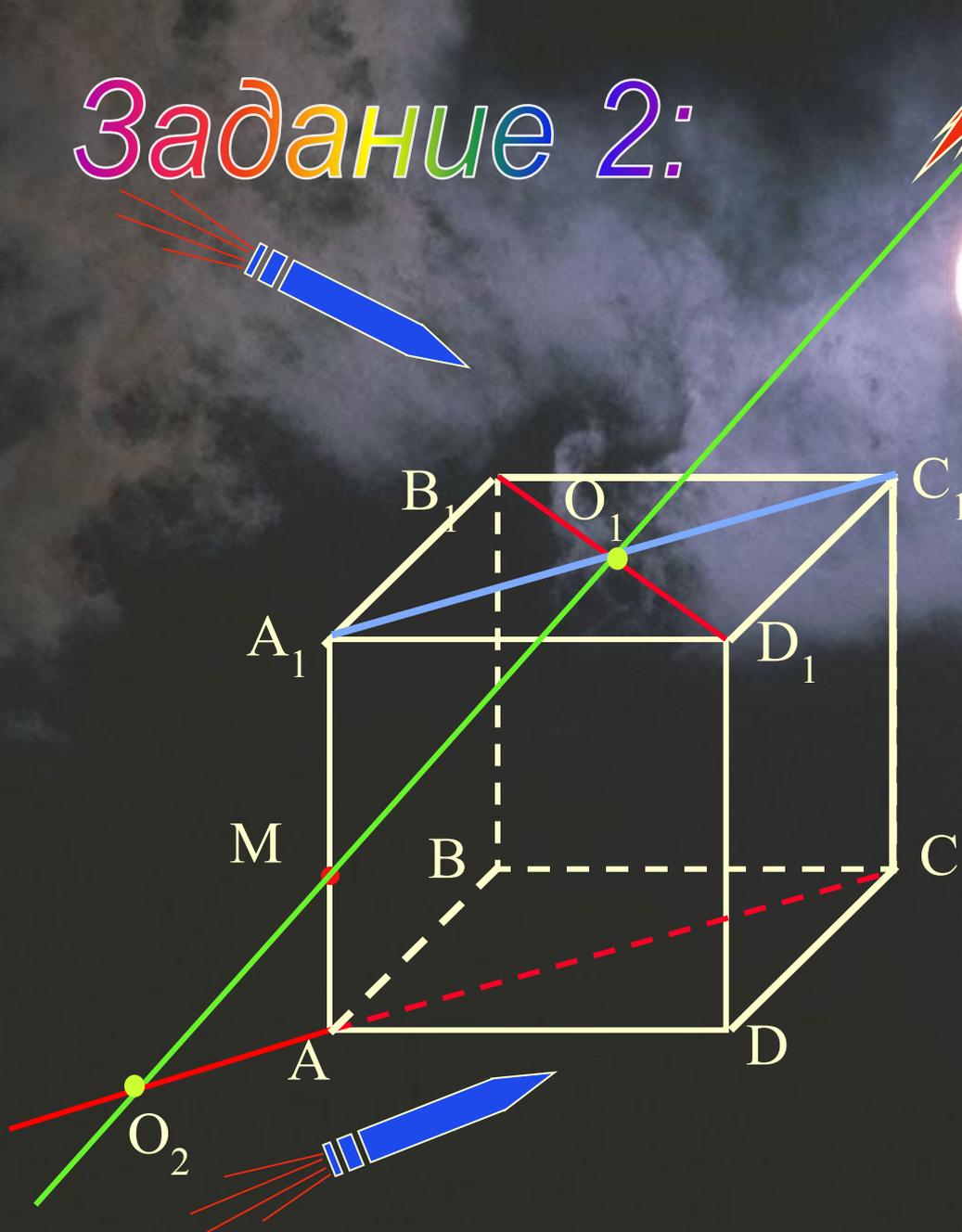


Задание 5:



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ –
космическая станция,
имеющая форму куба.
Требуется найти
расстояние между AA_1 и
 $B_1 D$, если ребро куба
равно a .

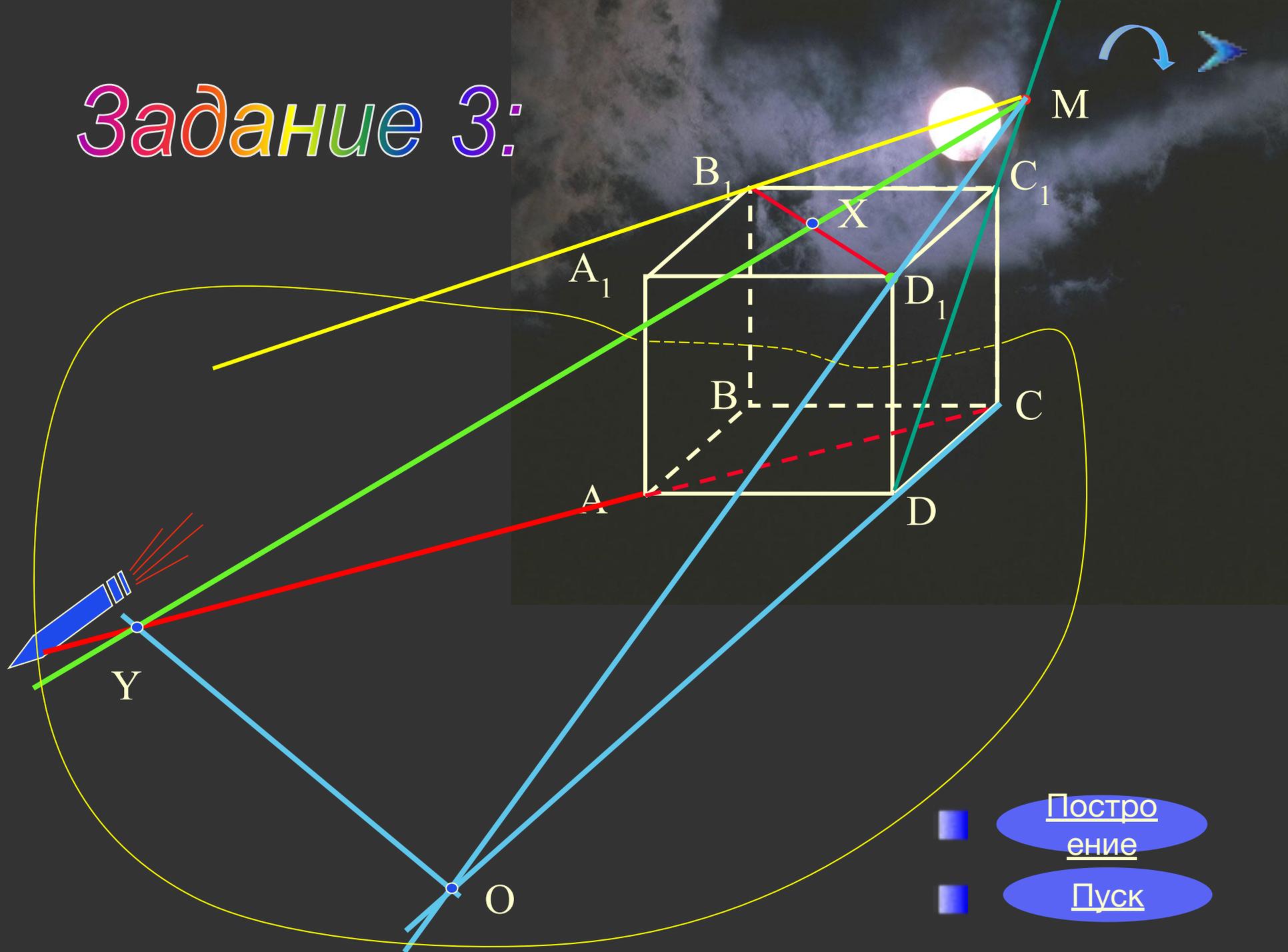
Задание 2:



Искомая прямая проходит через точку M и прямую AC , поэтому B_1D_1 и AC должны быть скрещивающимися прямыми. Если искомая прямая проходит через точку M и AC , то она должна пересекать прямые B_1D_1 и AC в одной точке O_1 . Следовательно, задача сводится к построению точки пересечения прямой B_1D_1 и плоскости AA_1C_1C . Строим сечение AA_1C_1C .

-  Построение
-  Пуск

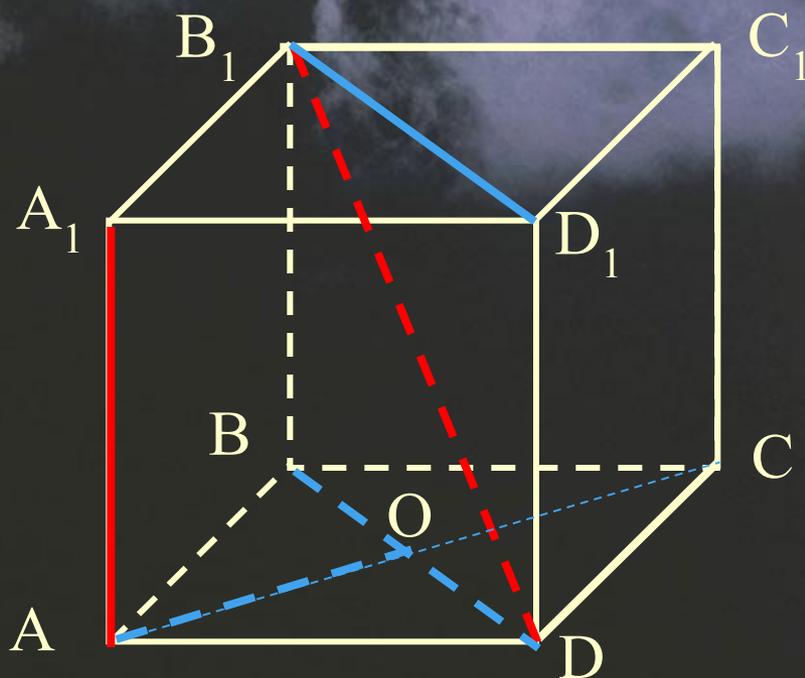
Задание 3:



-  Построение
-  Пуск



Задание 5:



Замечаем, что прямая B_1D лежит в плоскости сечения BB_1D_1D , а прямая AA_1 параллельна этой плоскости. Следовательно, чтобы найти расстояние между прямыми AA_1 и B_1D , опустим перпендикуляр AO на плоскость BB_1D (объясни как). Тогда AO и будет искомым расстоянием.

$$AO = a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ответы:



1. Т.к. прямые лежат в параллельных плоскостях, то они не пересекаются, а т.к. они не параллельны. Следовательно они скрещиваются.
2. Надо на одной из скрещивающихся прямых отметить произвольную точку и построить через эту точку прямую, параллельную второй скрещивающейся прямой. Затем через две пересекающиеся прямые построить 1-ю плоскость. Аналогичным образом поступить со второй плоскостью. (признак параллельности двух плоскостей).
3. Надо через одну из скрещивающихся прямых и данную точку построить плоскость. Вторая из скрещивающихся прямых будет пересекать эту плоскость в некоторой точке. Через эту точку и данную точку провести искомую прямую.
4. Надо через одну из скрещивающихся прямых провести плоскость, параллельную второй прямой и затем параллельным переносом опустить вторую прямую на эту плоскость, что бы найти точку пересечения прямых. Из этой точки восстановить перпендикуляр на вторую прямую.
5. Нет.

*Наше путешествие закончилось,
но никогда не кончатся удивительные
открытия, которые вам предстоят
при дальнейшем изучении
стереометрии.*

