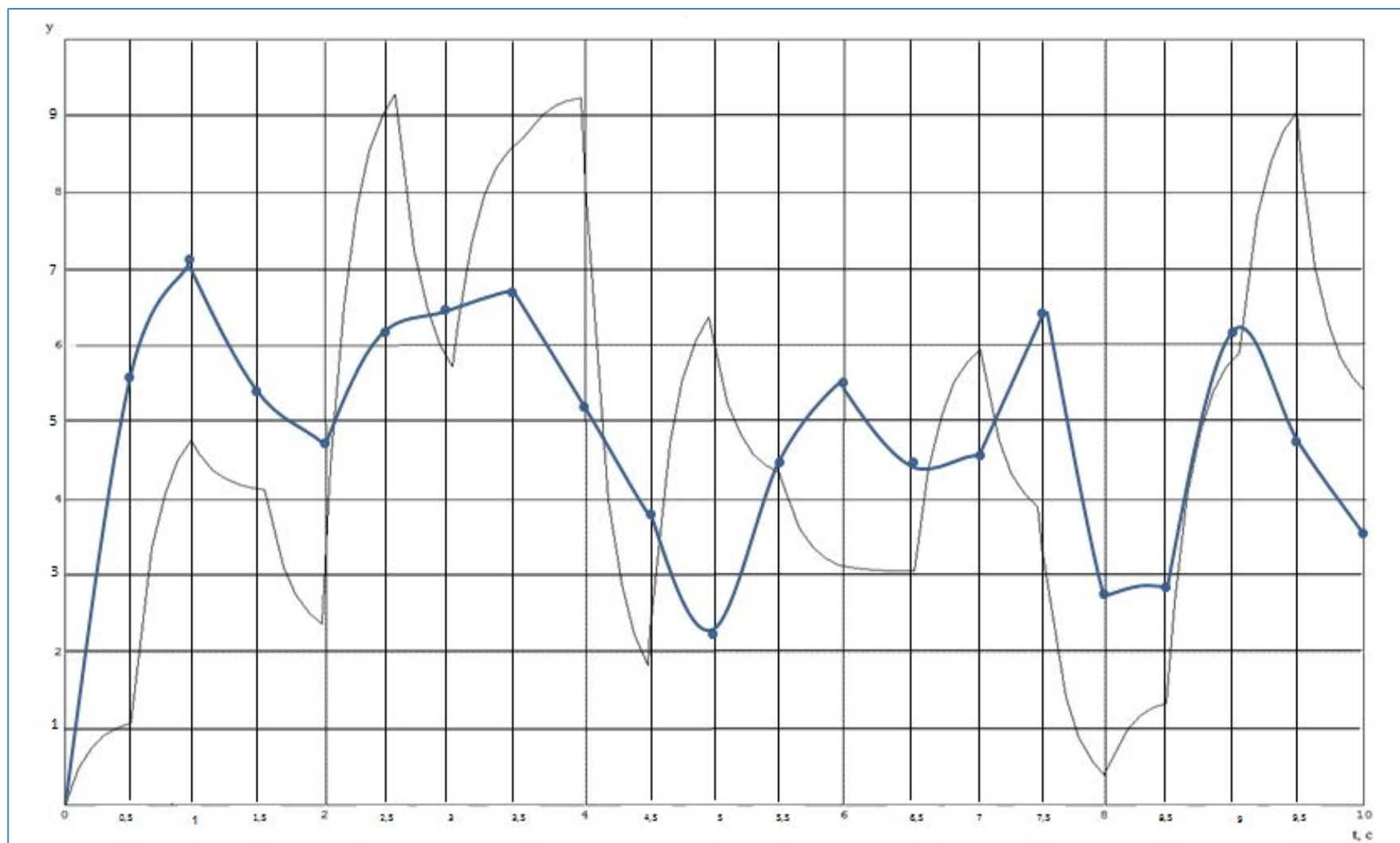
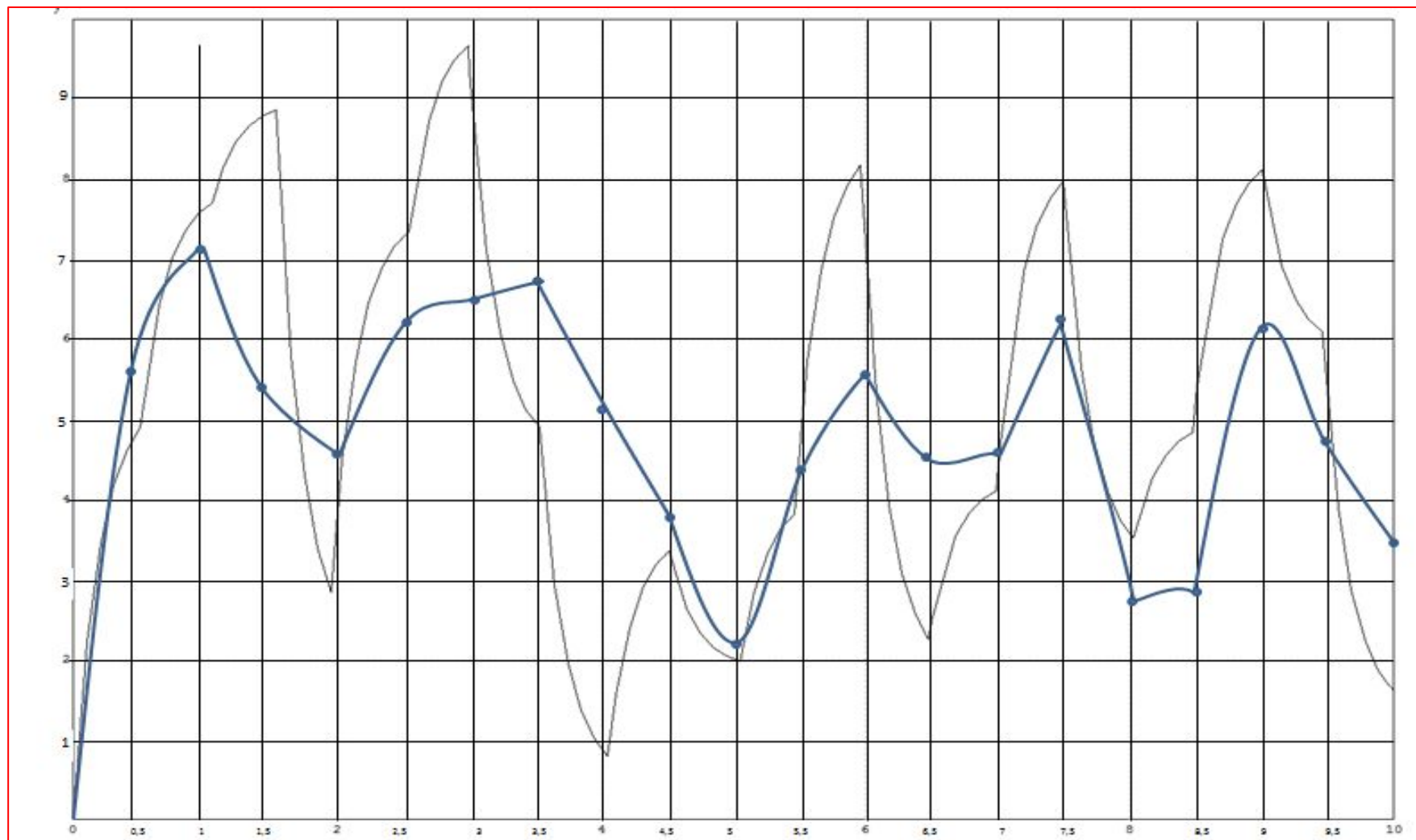


# **Расчет числовых характеристик случайных процессов**

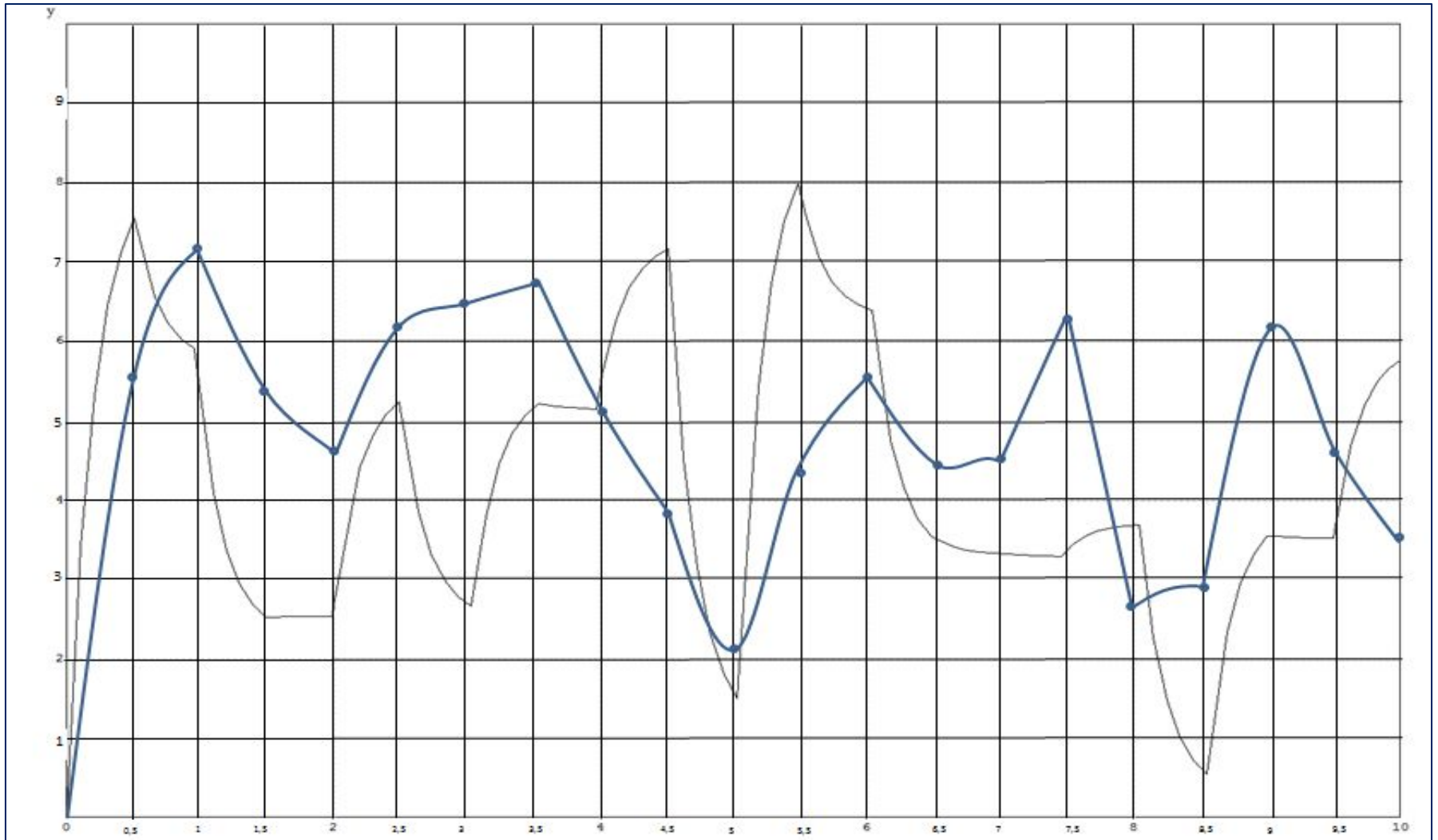
# График реализаций случайного процесса №1



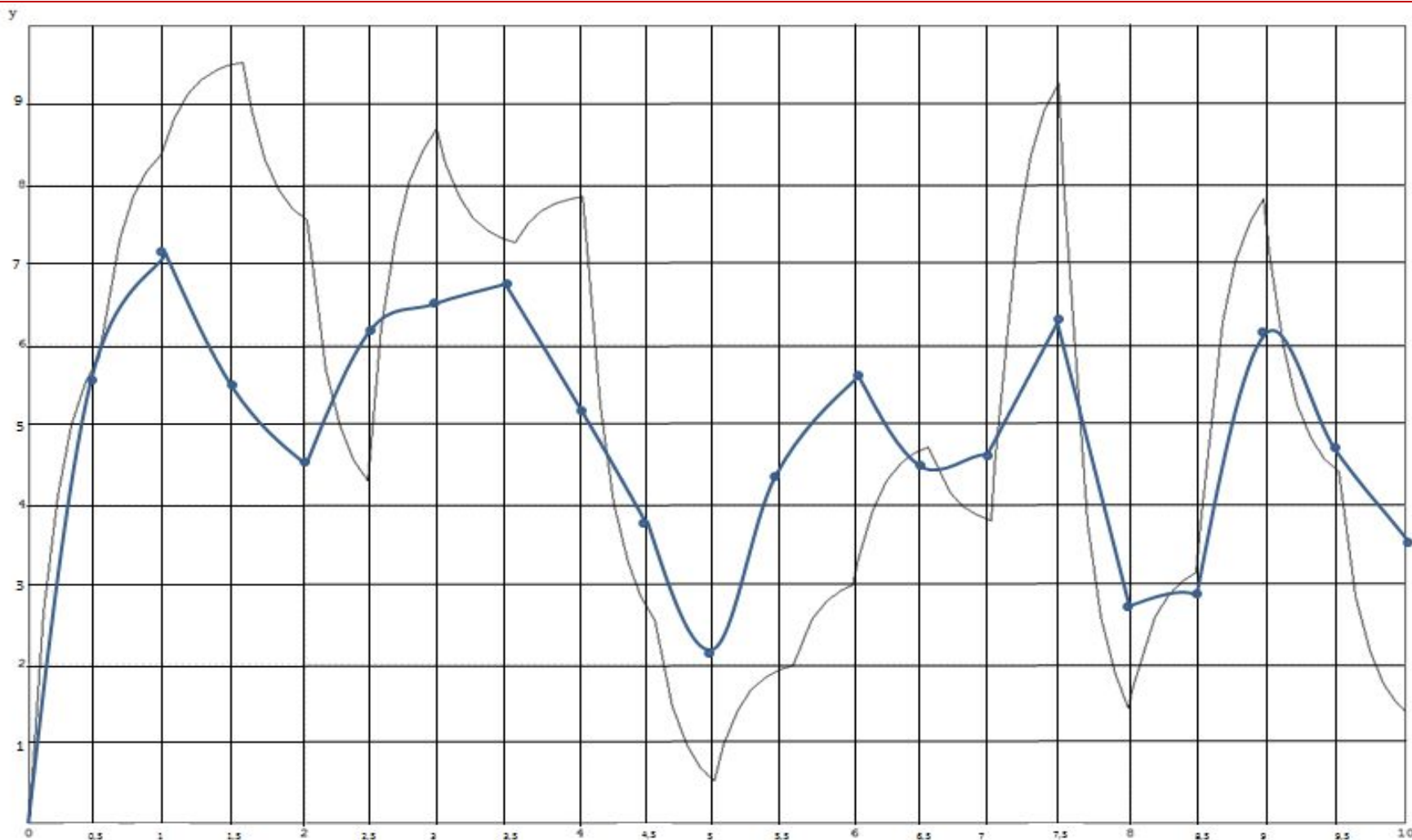
# График реализаций случайного процесса №2



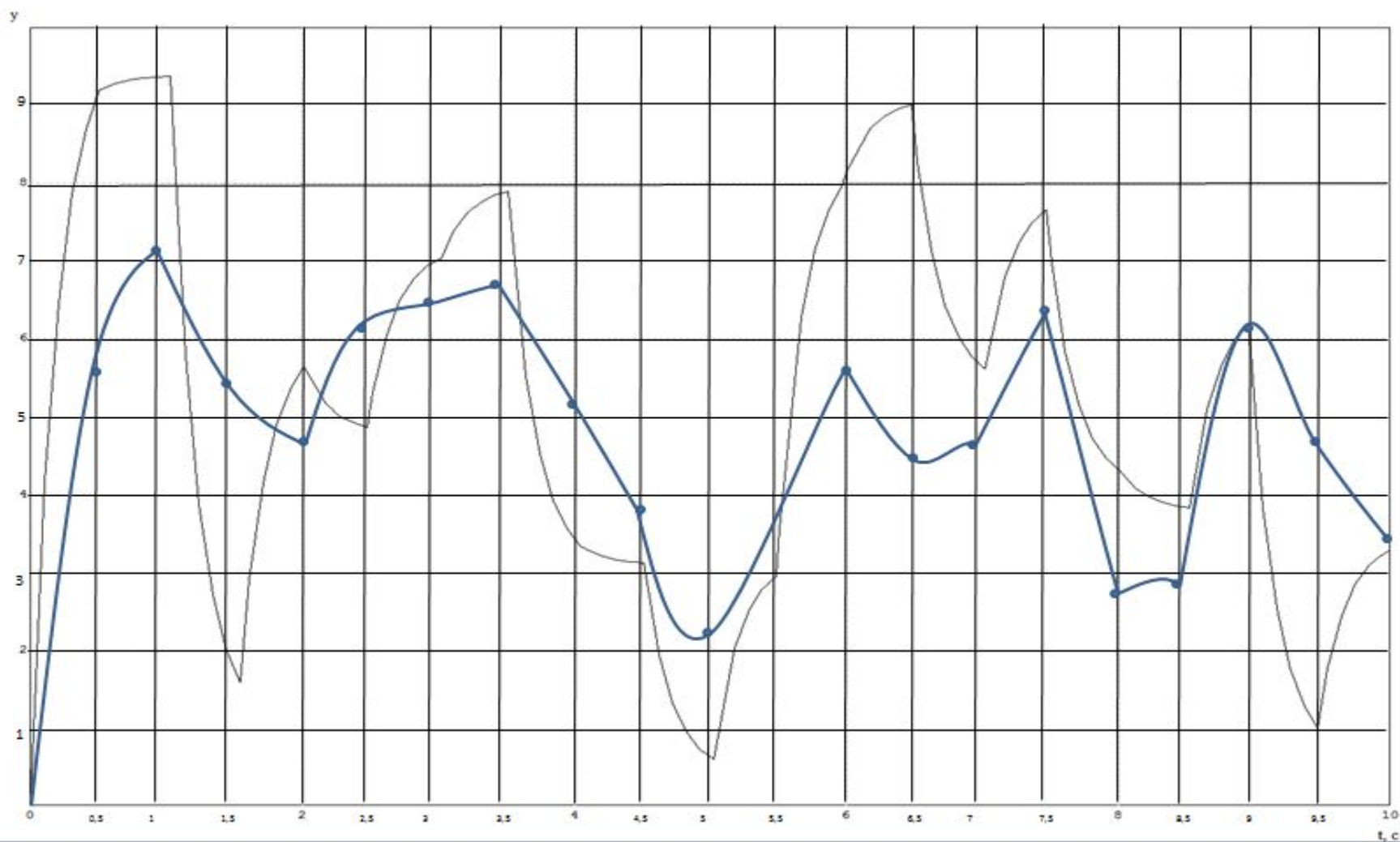
# График реализаций случайного процесса №3



# График реализаций случайного процесса №4



# График реализаций случайного процесса №5



# В таблицу заносятся значения моментов времени и величины ординат по каждой реализации

Таблица №1

$t, c$	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
$X(t)_1$	1	4,7	4,2	3,5	9,1	5,8	8,5	8	2,5	6	4,4	3,2	3,2	5,8	3,3	0,5	1,4	5,7	9	5,5
$X(t)_2$	4,7	7,5	8,7	4	7,4	8,7	5	0,8	3,4	2	5	7,4	2,4	4,2	7,9	3,7	5,2	8,1	5,5	1,6
$X(t)_3$	7,5	5,7	2,6	2,6	5,3	2,7	5,2	5,4	7,2	1,6	7,8	6,4	3,6	3,4	3,4	3,6	0,6	3,5	3,7	5,6
$X(t)_4$	5,7	8,4	9,5	7,6	4,4	8,6	7,3	7,8	2,7	0,6	1,9	3	4,6	3,8	9,3	1,5	3,5	7,4	4,4	1,4
$X(t)_5$	9	9,4	2	5,6	4,8	6,9	7,8	3,5	3,2	0,6	2,9	8	9	5,7	7,6	4,4	3,8	6	1,1	3,3
$m_x(t)$	5,58	7,14	5,4	4,66	6,2	6,54	6,76	5,1	3,8	2,16	4,4	5,6	4,56	4,58	6,3	2,74	2,9	6,14	4,74	3,48

## Расчет дисперсии случайного процесса.

- Для расчета дисперсии составляется таблица №2. В нее заносятся значения моментов времени.
- Для каждой реализации рассчитываются значения квадратов разности между значением случайного процесса и математическим ожиданием для фиксированных моментов времени.
- Рассчитывается среднее значение квадратов разности (дисперсии) и их значение заносится в таблицу №2.



# Расчет дисперсии случайного процесса

$t, c$	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
$(X(t) - m_x(t)_1)^2$	20,9764	5,9536	1,44	1,35	8,41	0,55	3,03	8,41	1,69	14,7	0	5,76	1,85	1,49	9	5,02	2,25	0,19	18,1	4,08
$(X(t) - m_x(t)_2)^2$	0,7744	0,1296	10,9	0,44	1,44	4,67	3,1	18,5	0,16	0,03	0,36	3,24	4,67	0,14	2,56	0,92	5,29	3,84	0,58	3,53
$(X(t) - m_x(t)_3)^2$	3,6864	2,0736	7,84	4,24	0,81	14,7	2,43	0,09	11,6	0,31	11,6	0,64	0,92	1,39	8,41	0,74	5,29	6,97	1,08	4,49
$(X(t) - m_x(t)_4)^2$	0,0144	1,5876	16,8	8,64	3,24	4,24	0,29	7,29	1,21	2,43	6,25	6,76	0	0,61	9	1,54	0,36	1,59	0,12	4,33
$(X(t) - m_x(t)_5)^2$	11,6964	5,1076	11,6	0,88	1,96	0,13	1,08	2,56	0,36	2,43	2,25	5,76	19,7	1,25	1,69	2,76	0,81	0,02	13,2	0,03
$D_x(t)$	7,4296	2,9704	9,71	3,11	3,17	4,87	1,99	7,37	3	3,99	4,08	4,43	5,43	0,98	6,13	2,19	2,8	2,52	6,63	3,29

# Расчет автокорреляционной функции.

Для каждой реализации рассчитывается произведение значений случайных величин для моментов времени  $t$  и  $t + \tau$ .

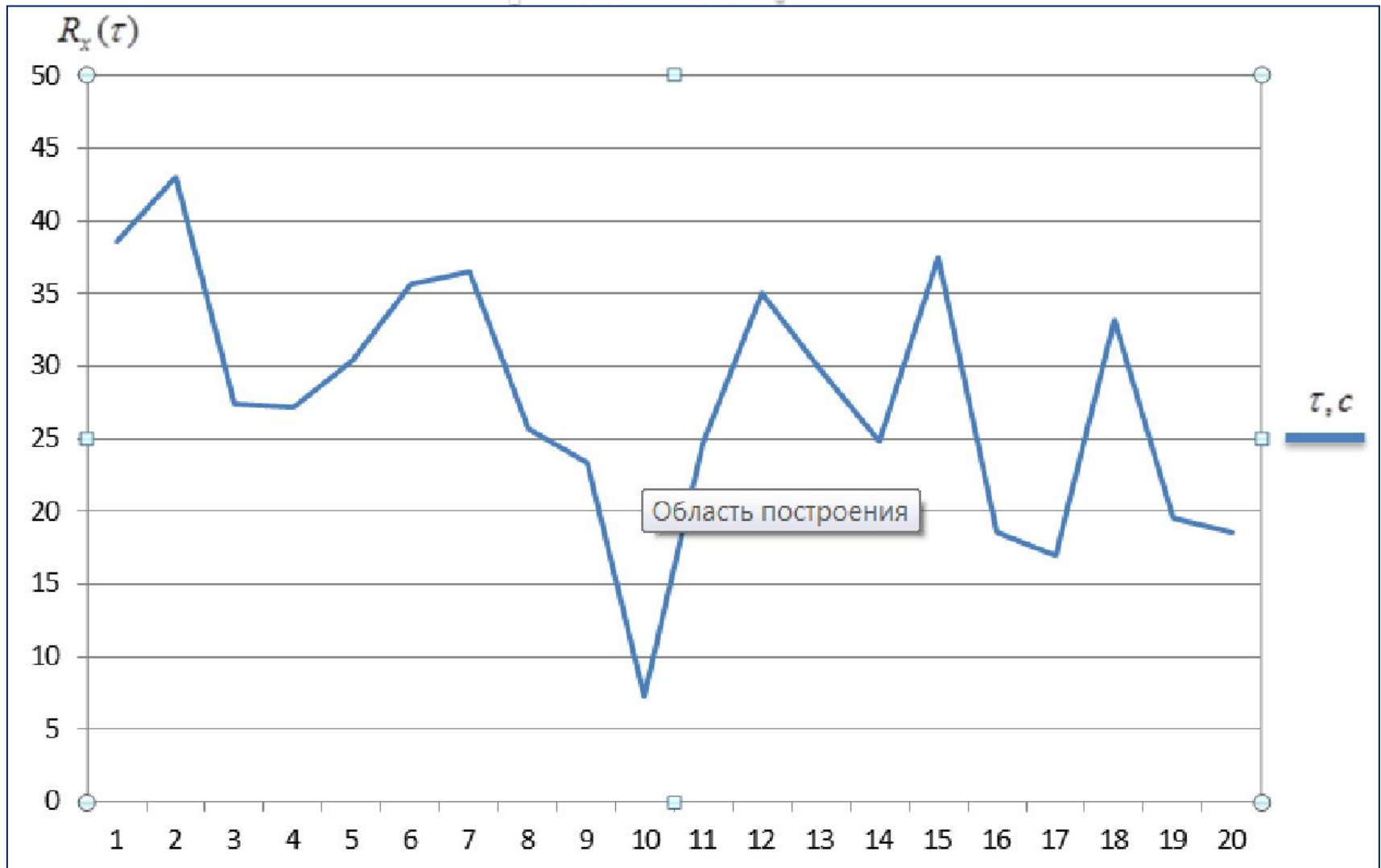
Для множества реализации рассчитывается среднее значение произведений по множеству реализаций для фиксированных моментов времени.

Это и есть автокорреляционная функция.

# Таблица 3. Расчет автокорреляционной функции

$\tau, c$	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
$(X(t) \cdot X(t+\tau))_1$	1	4,7	4,2	3,5	9,1	5,8	8,5	8	2,5	6	4,4	3,2	3,2	5,8	3,3	0,5	1,4	5,7	9	5,5
$(X(t) \cdot X(t+\tau))_2$	22,09	35,25	40,9	18,8	34,8	40,9	23,5	3,76	16	9,4	23,5	34,8	11,3	19,7	37,1	17,4	24,4	38,1	25,9	7,52
$(X(t) \cdot X(t+\tau))_3$	56,25	42,75	19,5	19,5	39,8	20,3	39	40,5	54	12	58,5	48	27	25,5	25,5	27	4,5	26,3	27,8	42
$(X(t) \cdot X(t+\tau))_4$	32,49	47,88	54,2	43,3	25,1	49	41,6	44,5	15,4	3,42	10,8	17,1	26,2	21,7	53	8,55	20	42,2	25,1	7,98
$(X(t) \cdot X(t+\tau))_5$	81	84,6	18	50,4	43,2	62,1	70,2	31,5	28,8	5,4	26,1	72	81	51,3	68,4	39,6	34,2	54	9,9	29,7
$R_x(\tau)$	38,566	43,036	27,3	27,1	30,4	35,6	36,6	25,6	23,3	7,24	24,7	35	29,7	24,8	37,5	18,6	16,9	33,2	19,5	18,5

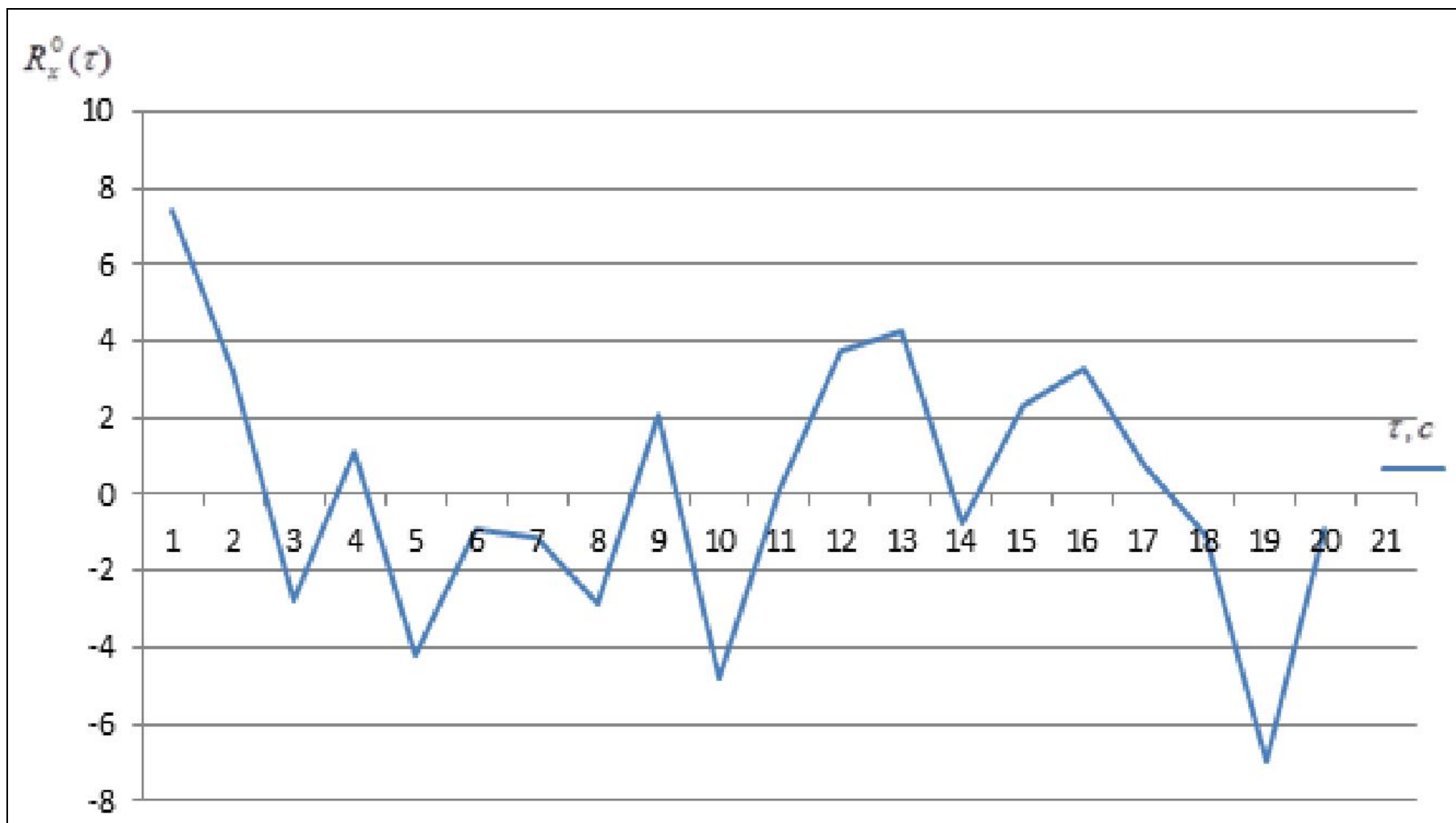
# График зависимости автокорреляционной функции от времени для данного множества реализаций.



# Расчет центрированной автокорреляционной функции

- Для каждой реализации рассчитывается произведение разностей между значениями случайных величин и математическим ожиданием для моментов времени  $t$  и  $t + T$ .
- Для множества реализаций рассчитывается среднее значение произведения разностей между значениями случайных величин и математическим ожиданием для фиксированных моментов времени.

# График зависимости централизованной автокорреляционной функции от времени для множества реализаций

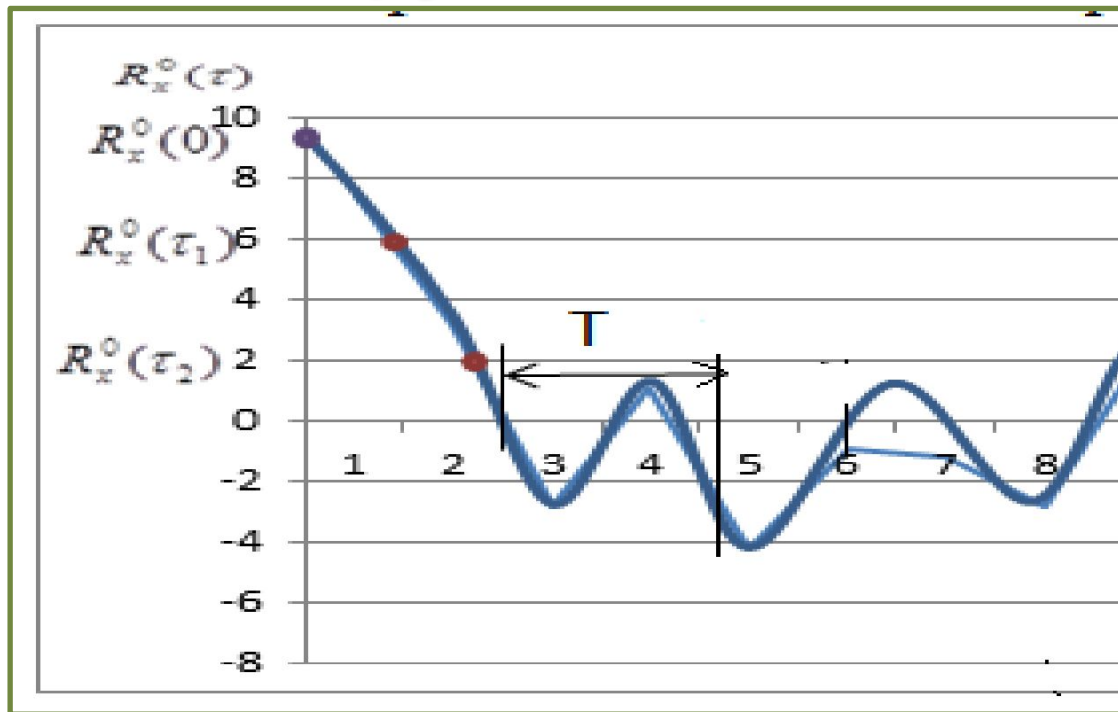


Опишем полученную центрированную автокорреляционную функцию следующим выражением:

$$R_z^0(\tau) = R(0)e^{-\alpha\tau} \cos \beta\tau,$$

$$\beta = \frac{2\pi}{T},$$

# Найдем период колебания центрированной автокорреляционной функции:



$$T = 4,5 - 2,5 = 2, c,$$

$$\beta = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3,14}{2,0} = 3,14 c^{-1}$$



На кривой centered автокорреляционной функции берем произвольно две точки и для них составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} R_x^0(\tau_1) = 9,4e^{-\alpha \cdot 0,9} \cos 3,14 \cdot 0,9 = 9,4e^{-0,9\alpha} \cos 2,82 ; \\ R_x^0(\tau_2) = 9,4e^{-\alpha \cdot 1,8} \cos 3,14 \cdot 1,8 = 9,4e^{-1,8\alpha} \cos 5,6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} e^{-0,9\alpha} = \frac{R_x^0(\tau_1)}{9,4 \cdot \cos 1,62} ; \\ e^{-1,8\alpha} = \frac{R_x^0(\tau_2)}{9,4 \cdot \cos 3,24} . \end{cases}$$

- После вычисления получим:

$$\begin{cases} e^{-0,9\alpha} = \frac{6}{9,4 \cdot \cos 1,62}; \\ e^{-1,8\alpha} = \frac{2}{9,4 \cdot \cos 3,24}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} e^{-0,9\alpha} = 0,6385; \\ e^{-1,8\alpha} = 0,2131. \end{cases}$$

- Прологарифмируем:

$$\begin{cases} \ln e^{-0,9\alpha} = \ln(0,6385); \\ \ln e^{-1,8\alpha} = \ln(0,2131). \end{cases}$$

$$\begin{cases} -0,9\alpha = -0,448634; \\ -1,8\alpha = -1,545994. \end{cases}$$

Находим среднее значение  $\alpha$

$$\left[ \alpha_1 = \frac{-0,448634}{-0,9} = 0,4985; \right.$$

$$\left. \alpha_2 = \frac{-1,545994}{-1,8} = 0,8589; \right.$$

$$\alpha_{cp} = \frac{0,4985 + 0,8589}{2} = 0,679;$$

**Записываем уравнение  
центрированной  
автокорреляционной функции:**

$$R_x^0(\tau) = 9,4)e^{-0,679\tau} \cos 3,14\tau$$

# Расчет спектральной плотности случайных процессов

- **Определяем спектральную плотность:**

$$S(\omega) = \frac{2\alpha R(0) \cdot (\omega^2 + \alpha^2 + \beta^2)}{\pi(\omega^2 - \alpha^2 - \beta^2) + 4\alpha^2\omega^2} = \frac{2 \cdot 0,679 \cdot 9,4(\omega^2 + 0,679^2 + 1,8^2)}{3,14(\omega^2 - 0,679^2 - 1,8^2) + 4 \cdot 0,679^2 \omega^2} =$$
$$\frac{12,7652(\omega^2 + 3,701)}{3,14(\omega^2 - 3,701) + 1,844\omega^2} = \frac{12,7652(\omega^2 + 3,701)}{4,984\omega^2 - 11,621} = \frac{12,7652\omega^2 + 47,244}{4,984\omega^2 - 11,621};$$

# Расчетные значения спектральной плотности одноименными

$\omega, c^{-1}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$S(\omega)$	-9,04	11,82	4,88	3,69	3,24	3,02	2,89	2,81	2,76	2,72	2,69	2,67	2,65	2,64	2,63

На основе данных расчетов строим график зависимости спектральной плотности

