



Расчет погрешностей косвенных измерений

В большинстве случаев измерение физических величин являются косвенными, т.е. результат определяется на основе расчетов. Например, для определения электрического сопротивления проводника необходимо измерить силу тока в нем и напряжение на его концах. Отношение напряжения к силе тока и даст искомое сопротивление. При этом погрешности рассчитываются иначе.

Пусть искомая величина (y) определяется в результате измерений некоторых величин $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i$, т.е. является функцией от этих величин

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_i)$$

Последовательность действий

1). Рассчитайте средние арифметические значения аргументов $\langle x_1 \rangle$, $\langle x_2 \rangle$, ..., $\langle x_i \rangle$ на основе их прямых измерений.

2). Рассчитайте среднее значение искомой величины, подставив в расчетную формулу полученные средние значения аргументов, т.е.

$$\langle y \rangle = f(\langle x_1 \rangle, \langle x_2 \rangle, \langle x_3 \rangle, \dots, \langle x_i \rangle)$$

3). Рассчитайте абсолютную погрешность искомой величины по формуле

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{n=1}^i \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \right)^2}$$

где $\frac{\partial f}{\partial x_n}$ - Частная производная от функции f по x_n ,
 Δx_n - абсолютная погрешность величины x_n ,
полученная при обработке её прямого измерения.

Таким образом, от обработки прямых измерений Вам некуда не деться.

4). Рассчитайте относительную погрешность искомой величины используя выражение

$$\varepsilon_y = \sqrt{\sum_{n=1}^i \left(\frac{\partial}{\partial x_n} (\ln f(x_1, x_2, \dots, x_n)) \right)^2 \Delta x_n^2}$$

Можно рассчитать относительную погрешность косвенного измерения упрощенно используя таблицу

Номер	Вид функции	Относительная погрешность
1	$x = A + B$	$\varepsilon_x = \frac{\Delta A + \Delta B}{A + B}$
2	$x = AB; x = \frac{A}{B}$	$\varepsilon_x = \varepsilon_A + \varepsilon_B = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$
4	$x = A^n$	$\varepsilon_x = n\varepsilon_A = \frac{n\Delta A}{A}$
5	$x = \sqrt[n]{A}$	$\varepsilon_x = \frac{1}{n}\varepsilon_A = \frac{\Delta A}{nA}$
6	$x = \frac{1}{A} \pm \frac{1}{B}$	$\varepsilon_x = \frac{\Delta A / A^2 + \Delta B / B^2}{1/A + 1/B}$
7	$x = \sin A$	$\varepsilon_x = \Delta A \cdot \operatorname{ctg} A$
8	$x = \cos A$	$\varepsilon_x = \Delta A \cdot \operatorname{tg} A$
9	$x = \operatorname{tg} A$	$\varepsilon_x = \frac{2\Delta A}{\sin 2A}$

Иногда удобно сначала рассчитать относительную погрешность по упрощенной формуле

$$\varepsilon_y = \sum_{n=1}^i \frac{\partial}{\partial x_n} (\ln f(x_1, x_2, \dots, x_n)) \Delta x_n$$

а уже затем вычислить абсолютную погрешность искомой величины по формуле

$$\Delta y = \langle y \rangle \varepsilon_y$$

4). Запишите результат в виде

$$y = \langle y \rangle \pm \Delta y, \varepsilon_y = \dots, p = \dots$$

Если при расчетах погрешностей прямых измерений задавался одна и та же доверительная вероятность (p), то для косвенного измерения указывается именно она, если нет, то наименьшая.